প্রাথমিক শিক্ষক শিক্ষা

ডিপিএড

প্রাথমিক গণিত

বিষয়জ্ঞান ও শিক্ষণবিজ্ঞান

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (নেপ)

ময়মনসিংহ

ডিসেম্বর ২০১৯

প্রথম সংস্করণ ও পরিমার্জিত সংস্করণ ২০১৪	পরিমার্জিত সংস্করণ ২০১৯ বিষয়জ্ঞান	পরিমার্জিত সংস্করণ ২০১৯ শিক্ষণবিজ্ঞান
লেখক শেখ মো: রুহুল আমিন মো: আব্দুল ওহাব ড. মো: মোহসীন উদ্দিন শামছুদ্দিন আহমেদ মো: শাহ আলম সরকার মো: সেলিম মেগুমি আয়াকা কাউরি আউকি	**লেখক** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শারমীন কবীর মাজহারুল ইসলাম খান মো: সেলিম	**লেখক** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শারমীন কবীর শাহ আলম সরকার মাজহারুল ইসলাম খান
কারিগরি পরামর্শক ও গ্রুপ লিডার শেখ মো: রুহুল আমিন	**কারিগরি পরামর্শক ও সমন্বয়ক** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ	**কারিগরি পরামর্শক ও সমন্বয়ক** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ
বিশেষজ্ঞ পাঠক প্রফেসর সালেহ মতিন	**বিশেষজ্ঞ পাঠক** অধ্যাপক ড. চন্দ্রনাথ পোদ্দার	**বিশেষজ্ঞ পাঠক** অধ্যাপক ড. মহসিন উদ্দিন
পরামর্শক কোজিত তাকাহাশি	**পরামর্শ** -	**পরামর্শ** -
সম্পাদক ড. সত্যব্রত রায়	**সম্পাদনা** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ	**সম্পাদনা** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ
তত্ত্বাবধান প্রফেসর মো: আবুল বাশার	**তত্ত্বাবধান** -	**তত্ত্বাবধান** -
কারিগরি পরামর্শ ও তত্ত্বাবধান প্রফেসর শামিম আহমেদ	**কারিগরি পরামর্শ ও তত্ত্বাবধান** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ	**কারিগরি পরামর্শ ও তত্ত্বাবধান** অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল হালিম শাহ শামীম আহমেদ

মুখবন্ধ

বাংলাদেশের প্রাথমিক শিক্ষার শিক্ষকদের পেশাগত দক্ষতার মানোন্নয়নে সার্টিফিকেট ইন এডুকেশন (সি-ইন-এড) কোর্সটি সুদীর্ঘকাল উল্লেখযোগ্য অবদান রেখে আসছে। দেশের সরকারি ও বেসরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের অধিকাংশ শিক্ষক সি-ইন-এড প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত। সময়ের পরিবর্তনের সাথে সাথে শিক্ষার্থী ও শিক্ষকদের শিখন চাহিদায় পরিবর্তন এসেছে। পরিবর্তিত পরিস্থিতির প্রয়োজনে শিক্ষক-উন্নয়ন কার্যক্রমেরও পরিবর্তন অপরিহার্য হয়ে পড়ে। বাংলাদেশের প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের পেশাগত দক্ষতা উন্নয়নের জন্য প্রচলিত সি-ইন-এড কোর্সটিকে পরিবর্তন করে ২০১১ সালে ডিপ্লোমা ইন প্রাইমারি এডুকেশন (ডিপিএড) কোর্স চালু করার সিদ্ধান্ত গৃহীত হয়। ডিপিএড এর ৭টি বিষয়ের ১০টি তথ্যপুস্তক ও ইন্সট্রাক্টরদের জন্য ১০টি নির্দেশিকা ছাড়াও শিক্ষাক্রম, মূল্যায়ন নির্দেশিকা, পিটিআই শিক্ষার্থী এবং প্রশিক্ষণ বিদ্যালয়ের জন্য ৩টি নির্দেশিকাসহ মোট ২৯টি ডিপিএড সামগ্রী প্রণয়ন করা হয়। পরীক্ষামূলকভাবে ২০১২ সালের জুলাই মাস থেকে ৭টি পিটিআইতে ডিপিএড কোর্সটি চালু করা হয়। সরকার ডিপিএড কোর্সের চাহিদা মোতাবেক জনবল ও ভৌত সুবিধা সৃষ্টি করার প্রয়োজনে পিটিআইসমূহে পর্যায়ক্রমে এই কোর্স চালু করার সিদ্ধান্ত গ্রহণ করে। পরীক্ষামূলকভাবে চালুকৃত কোর্সটি সফলভাবে বাস্তবায়নের ফলে ২০১৩ সালের জুলাই মাস থেকে ২৯টি, ২০১৫ সালের জানুয়ারি মাস থেকে ৩৬টি, ২০১৬ সালের জানুয়ারি মাস থেকে ৫০টি, ২০১৭ সালের জানুয়ারি মাস থেকে ৬০টি এবং ২০১৮ সালের জানুয়ারি মাস হতে ৬৬টি পিটিআইতে তা সম্প্রসারিত হয়। এভাবে পর্যায়ক্রমে সম্প্রসারণের পর ২০১৯ সালে ৬৭টি পিটিআইতে ডিপিএড কোর্স চালু করার পরিকল্পনা গ্রহণ করা হয়েছে।

প্রচলিত সার্টিফিকেট ইন এডুকেশন (সি-ইন-এড) থেকে ডিপিএড কোর্সটির ধ্যান ধারণাসহ বাস্তবায়ন প্রক্রিয়া আমাদের দেশে সম্পূর্ণ নতুন। কোর্সটিকে মানসম্পন্ন করার লক্ষ্যে কোর্স সামগ্রী ও নির্দেশিকা সামগ্রীগুলোতে পিটিআই এর প্রয়োজনে পরিমার্জন প্রয়োজন হয়। সে অনুসারে ২০১৪ সালে পুস্তকগুলোতে মুদ্রণভ্রান্তিসহ অন্যান্য ক্ষেত্রে সুপারিশকৃত কিছু পরিবর্তন আনা হয়।

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (নেপ) ডিপিএড কোর্সের গুণগত মান নিশ্চিতকরণের জন্য প্রতিবছর পিটিআইসমূহ মনিটরিং করে। নেপ ডিসেম্বর ২০১৪ পর্যন্ত ১০টি মনিটরিং প্রতিবেদন প্রণয়ন করে। উক্ত মনিটরিং প্রতিবেদন, পিটিআই ইন্সট্রাক্টরগণের বিষয়ভিত্তিক প্রশিক্ষণ এবং সুপারিনটেনডেন্টগণের সুপারিশের আলোকে ২০১৫ সালে কোর্স সামগ্রী এবং নির্দেশিকা বইগুলোতে কিছু নতুন বিষয় সংযোজন এবং উপস্থাপনের ক্ষেত্রে কিছু পরিবর্তনসহ সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তু এবং নির্দেশনা বাস্তব ও মানসম্পন্ন করে পরিমার্জন করা হয়েছে। এই কোর্সটির টিম লিডার এবং গ্রুপ লিডারগণ মনিটরিং রিপোর্টের তথ্য ও সুপারিশ বিশ্লেষণ করে উল্লিখিত ডিপিএড সামগ্রীগুলোতে প্রয়োজনীয় পরিমার্জন, সংযোজন ও বিয়োজন করেছেন। সফলভাবে পরিমার্জনের কাজটি সম্পন্ন করার জন্য প্রাক্তন মহাপরিচালক

জনাব মোঃ নাজমুল হাসান খান, মরহুম মোঃ ফজলুর রহমান, টিম লিডার প্রফেসর শামিম আহমেদসহ গ্রুপ লিডার, লেখক এবং সম্পাদকবৃন্দকে আমি জানাই অসংখ্য ধন্যবাদ। এই পরিমার্জন কাজে নেপ অনুষদ সদস্যবৃন্দ বিভিন্ন দায়িত্ব পালন করেছেন। সুষ্ঠুভাবে দায়িত্ব পালনের জন্য আমি তাঁদেরকে আন্তরিক ধন্যবাদ জানাই।

ডিপিএড কোর্সের গুণগতমান উন্নয়নের জন্য ৩১ ডিসেম্বর ২০১৪ তারিখে প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়ের তত্ত্বাবধানে প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর, আই.ই.আর, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় এবং জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা (নেপ) এর মধ্যে একটি সমঝোতা স্মারক (MoU) স্বাক্ষরিত হয়। সেপ্রেক্ষিতে আই.ই.আর, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ২০১৮ সালে ১০টি ডিপিএড কোর্স সামগ্রী-তথ্যপুস্তক এবং পিটিআই ইন্সট্রাক্টরগণের জন্য ১০টি নির্দেশিকা পরিমার্জন করে। এক্ষেত্রে এনসিটিবি এর প্রাথমিক স্তরের শিক্ষাক্রমের সাথে ডিপিএড এর বিষয়বস্তুর সমন্বয় সাধন করা হয়েছে। তাছাড়া এনসিটিবি কর্তৃক প্রণীত শিক্ষক সংস্করণের শিখন-শেখানো কার্যক্রমের সাথে মিল রেখে ডিপিএড এর পাঠ-পরিকল্পনা প্রণয়ন করা হয়েছে। এক্ষেত্রে আই.ই.আর কর্তৃক নির্বাচিত লেখকবৃন্দ, রিভিউয়ারগণ এবং ডিপিএড টিম যথেষ্ট সহযোগিতা করেছেন। এজন্য আমি তাঁদেরকে ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি। আই.ই.আর এর পরিচালক অধ্যাপক সৈয়দা তাহমিনা আখতার এবং ডিপিএড কো-অর্ডিনেটর অধ্যাপক ড. শারমীন হক বিভিন্নভাবে সহযোগিতা করেছেন, সেজন্য আমি পরিচালক মহোদয়, কোর্ডিনেটর ও ডিপিএড টিম এর নিকট আন্তরিকভাবে কৃতজ্ঞ।

প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তরের পরিচালক (প্রশিক্ষণ) আমাদেরকে অনেক সহযোগিতা করেছেন। সেজন্য আমি পরিচালক মহোদয় ও তাঁর সহকর্মীদের ধন্যবাদ জানাই। অনুরূপভাবে প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তরের মহাপরিচালক এবং অতিরিক্ত মহাপরিচালক মহোদয় বিভিন্নভাবে সহায়তা ও পরামর্শ দিয়েছেন, সেজন্য আমি তাঁদেরকে আন্তরিকভাবে কৃতজ্ঞতা জানাই। প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়ের সচিব মহোদয়, অতিরিক্ত সচিব (উন্নয়ন), যুগ্মসচিব (উন্নয়ন) মহোদয়সহ অন্যান্য কর্মকর্তাদের সুচিন্তিত নির্দেশনায় এই পুস্তকগুলোর কাঙ্ক্ষিত মান অর্জন সম্ভব হয়েছে। সেজন্য আমি তাঁদেরকে আন্তরিক কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন করছি।

পরিশেষে আমি মনে করি এই পরিমার্জিত পুস্তকগুলো পিটিআই ইন্সট্রাক্টর ও শিক্ষার্থীসহ সংশ্লিষ্ট কর্মকর্তাদের সহায়তা দিয়ে কোসটির কাঙ্ক্ষিত উন্নয়নের মাধ্যমে প্রাথমিক শিক্ষার সামগ্রিক মান অর্জনের ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।

মোঃ শাহ আলম
মহাপরিচালক
জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)
ময়মনসিংহ।

পরিমার্জিত সংস্করণের ভূমিকা ২০১৯

ডিপ্লোমা ইন প্রাইমারি এডুকেশন (ডিপিএড) কার্যক্রম বাংলাদেশের প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের পেশাগত উন্নয়নে একটি যুগান্তকারী পদক্ষেপ। এ কার্যক্রম সম্পন্ন করার ফলে প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষকবৃন্দ তাঁদের পেশাগত দায়িত্ব যথাযথভাবে পালনে প্রয়োজনীয় জ্ঞান, দক্ষতা ও মূল্যবোধ অর্জন করবেন বলে আশা করা যায়। ৩১ ডিসেম্বর ২০১৪ তারিখে প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়ের তত্ত্বাবধানে প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ডিপিই), জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (নেপ) এবং শিক্ষা ও গবেষণা ইনস্টিটিউট (আইইআর), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় এর মধ্যে সমঝোতা স্মারক স্বাক্ষরের মধ্য দিয়ে আইইআর এ কার্যক্রমের সাথে আনুষ্ঠানিকভাবে যুক্ত হয়। সমঝোতা স্মারক অনুযায়ী আইইআর ডিপিএড কার্যক্রম সফলভাবে সম্পন্নকারী শিক্ষার্থীবৃন্দের সনদ প্রদান করার পাশাপাশি এ কার্যক্রমের মানোন্নয়নের লক্ষ্যে বিভিন্ন কার্যক্রম সম্পাদন করছে। সম্পাদিত বিভিন্ন কার্যক্রমের মধ্যে ডিপিএড শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকা পরিমার্জন অন্যতম।

শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকা পরিমার্জনের কাজ একটি সুনির্দিষ্ট প্রক্রিয়া অনুসরণ করে সম্পাদন করা হয়েছে। এ পরিমার্জনের একটি অন্যতম ভিত্তি ছিল ডিপিএড মানোন্নয়নের ক্ষেত্র শনাক্তকরণের লক্ষ্যে পরিচালিত চাহিদা নিরূপণ (Need assessment)। পরিমার্জনের প্রথম ধাপটি ছিল বর্তমানে প্রচলিত ডিপিএড শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকা পর্যালোচনা। চাহিদা নিরূপণ থেকে ডিপিএড কার্যক্রমের বিভিন্ন দিকের ওপর প্রাপ্ত ফলাফল এবং জাতীয় ও আন্তর্জাতিক শিক্ষাক্রম ও পুস্তক মূল্যায়ন নীতিমালা অনুসরণ করে পর্যালোচনার বিষয়ভিত্তিক সূচক নির্ধারণ করা হয়। জাতীয় পর্যায়ের অভিজ্ঞ পর্যালোচকগণ নির্ধারিত সূচকসমূহের আলোকে শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকা পুঙ্খানুপুঙ্খভাবে পর্যালোচনা করে প্রতিবেদন তৈরি করেন।

ডিপিএড-এর প্রতি বিষয়ের শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকা পরিমার্জনের জন্য বিশেষজ্ঞ দল গঠন করা হয়। বিশেষজ্ঞ দলে আইইআর, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়-এর শিক্ষকবৃন্দের নেতৃত্বে বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয় ও টিচার্স ট্রেনিং কলেজের শিক্ষক, নেপ এর অনুষদ সদস্যবৃন্দ, পিটিআই এর সুপারিনটেনডেন্ট, সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট ও ইনস্ট্রাক্টর এবং ডিপিই এর কর্মকর্তাগণ কাজ করেছেন। স্ব স্ব বিষয়ের পর্যালোচনা প্রতিবেদন, চাহিদা নিরূপণ গবেষণার ফলাফল এবং পরিমার্জিত শিক্ষাক্রম অনুযায়ী একটি নির্দেশনা প্রস্তুতপূর্বক বিশেষজ্ঞ দলের নিকট সরবরাহ করা হয়। প্রদত্ত নির্দেশনা অনুযায়ী বিষয়ভিত্তিক বিশেষজ্ঞগণ তাঁদের ওপর অর্পিত পরিমার্জনের প্রাথমিক খসড়া প্রস্তুত করেন যা পরবর্তি কালে বিভিন্ন স্তরে পরিমার্জন ও সম্পাদনার মাধ্যমে চূড়ান্ত করা হয়।

এই পরিমার্জিত সংস্করণে প্রাথমিক গণিত তথ্যপুস্তক (বিষয়জ্ঞান ও শিক্ষণবিজ্ঞান) প্রাথমিক শিক্ষক ও প্রাথমিক শিক্ষক শিক্ষার প্রশিক্ষকগণের মতামত এবং বিদ্যমান তথ্যপুস্তক পর্যালোচনা করে এটা স্পষ্ট হয় যে তথ্যপুস্তক পরিমার্জন করে পুনরায় প্রকাশ করা জরুরী। এ পরিকল্পনা বাস্তবায়নের দেখা যায় বিষয়জ্ঞানে বিষয়বস্তু সমস্যা সমাধান: পোলিয়ার চার স্তর ও আবিষ্কার পদ্ধতি অর্ন্তভুক্ত ছিল যা পরিমার্জত শিক্ষণ বিজ্ঞানে অর্ন্তভূক্ত করা হয়েছে। তাছাড়া (১) সংখ্যা ও গণনা ইতিহাস (২) বিনিময় বিধি সংযোগ বিধি, বণ্টন বিধি (৩) আসন্ন মান নির্ণয় (৪) ট্রাপিজিয়াম ও বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা (৫) ঘনবস্তু, পিরমিড, সিলিণ্ডার, বেলন, কোনক ও গোলক সম্পর্কিত আলোচনা (৬) আয়তনিক ঘনের আয়তন ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় (৭) উপাত্ত প্রদর্শন অধ্যায়- সংখ্যারেখার উপর উপাত্ত বিন্যাসকরণ, কেন্দ্রিয় প্রবণতা, পাইগ্রাফ (৮) উপাত্ত সংগ্রহ, পর্যবেক্ষণ ও সিদ্ধান্তগ্রহণ (৯) সমানুপাত এবং সমানুপাতের গ্রাফ সংক্রান্ত বিষয়াবলী সংযোজন করা হয়েছে যাহা মাধ্যমিক স্তরে উপযোগী বিষয়বস্তু। এসব বিষয়াবলীর মধ্যে যেসব বিষয়বস্তুগুলো প্রাথমিক স্তরের

উপযোগী শুধু ঐ বিষয়াবলী প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার গুণগতমান এবং এ স্তরের শিক্ষার্থীদের উপযোগী করে বিষয়বস্তু সংযোজন করা হয়েছে। পরিমার্জিত বিষয়বিজ্ঞানে যে সব বিষয়বস্তু পুনবিন্যাস করে রচনা করা হয়েছে- তা হলো: (১) কনটেন্ট ডোমেইন, (২) সংখ্যা,(৩) প্রাথমিক চার নিয়ম, মুদ্রা ও নোট, (৪) লসাগু ও গসাগু, (৫) গাণিতিক প্রতীক, (৬) সাধারণ ভগ্নাংশ, (৭) দশমিক ভগ্নাংশ, (৮) জ্যামিতি, পরিমাপ, (৯) শতকরা, (১০) উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ, (১১) গানিতিক সমস্যা সমাধান ও উপস্থাপন এবং (১২) ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার। পরিমার্জিত শিক্ষণবিজ্ঞানে অধ্যায়-২, ৩, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১ যা ২০১২ সালে প্রণিত শিক্ষণবিজ্ঞানের অধ্যায়- ১, ২, ৩, ৮, ৯ কে ব্যাপকভাবে কিছু বিষয়াবলী সংযোজন ও বিয়োজন করা হয়েছে। অধ্যায়-৪, ৫, ৬ নতুন করে সংযোজন করা হয়েছে যা প্রাথমিক শিখন-শেখানোর মাননোন্নয়নে খুবই জরুরি বিষয়াবলী। উল্লেখ্য যে ২০১২ সালের প্রণিত শিক্ষণ বিজ্ঞানের অধ্যায়-৭ (কর্ম সহায়ক গবেষণা) পরিমার্জিত শিক্ষণবিজ্ঞানে থেকে পরিহার করা হয়েছে। কারণ এ বিষয়টি পেশাগত পাট-২ তে ব্যাপকভাবে আলোচনা করা হয়েছে। ২০১২ সালের প্রণীত শিক্ষণবিজ্ঞানের পৃষ্ঠা ছিল ২৪৪ এবং পরিমার্জিত শিক্ষণ বিজ্ঞানের পৃষ্ঠ ১৮৮ অর্থাৎ শুধু মাত্র প্রয়োজনীয় তথ্য,তত্ত্বই পরিমার্জিত শিক্ষণবিজ্ঞানে স্থান পেয়েছে।

'পরিমার্জিত সংস্করণ ২০১৯'-এ যে সকল সংযোজন-বিয়োজন সম্পাদিত হয়েছে তা ডিপিএড কার্যক্রমের লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য অর্জনে অত্যন্ত ইতিবাচক ভূমিকা পালন করবে বলে বিশ্বাস করছি। পরিমার্জনের কাজ সফলভাবে সম্পন্ন করার জন্য বিভিন্ন বিষয় সংশ্লিষ্ট বিশেষজ্ঞ, লেখক, সম্পাদক ও সমন্বয়কবৃন্দকে জানাই অসংখ্য ধন্যবাদ। এই পরিমার্জন কাজে আইইআর ডিপিএড টিমের সম্মানিত সদস্যগণ বিভিন্ন দায়িত্ব পালন করেছেন। কাজটি সুষ্ঠুভাবে সম্পাদনে তাঁদের ভূমিকা কৃতজ্ঞচিত্তে স্মরণ করছি।

শিক্ষাক্রম, তথ্যপুস্তক ও ইনস্ট্রাক্টর নির্দেশিকাসহ ডিপিএড মানোন্নয়ন কর্মকাণ্ডে আইইআর ডিপিএড টিমকে সর্বাত্মক সহায়তা ও সমর্থন প্রদানের জন্য ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় কর্তৃপক্ষ এবং আইইআর-এর পরিচালক ও শিক্ষকবৃন্দকে কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন করছি।

কৃতজ্ঞতা প্রকাশ করছি প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয় এর সচিব, অতিরিক্ত সচিববৃন্দ এবং অন্যান্য কর্মকর্তাদের প্রতি যারা ডিপিএড কার্যক্রমের মানোন্নয়নে আইইআর এর গৃহীত কর্মকাণ্ডে সমর্থন দিয়ে আসছেন। প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর এর মহাপরিচালক, অতিরিক্ত মহাপরিচালক, পরিচালক (প্রশিক্ষণ) ও পরিচালক (অর্থ ও সংগ্রহ) সহ অন্যান্য কর্মকর্তাদের প্রতি জানাচ্ছি অশেষ কৃতজ্ঞতা যারা বিভিন্ন সময়ে আইইআর কর্তৃক গৃহীত কার্যক্রমে দিক নির্দেশনা ও সহযোগিতা প্রদান করেছেন।

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (নেপ) এর বর্তমান ও প্রাক্তন মহাপরিচালকবৃন্দ, পরিচালক, উর্ধ্বতন বিশেষজ্ঞবৃন্দ ও অন্যান্য কর্মকর্তাগণ যারা এ পরিমার্জন কাজে সক্রিয়ভাবে সহায়তা করেছেন তাঁদেরকে জানাচ্ছি আন্তরিক ধন্যবাদ।

পরিশেষে, 'পরিমার্জিত সংস্করণ ২০১৯' ডিপিএড কোর্সের মানোন্নয়ন তথা প্রাথমিক শিক্ষকগণের প্রত্যাশিত শিক্ষকমান অর্জনের সুযোগ সৃষ্টির মাধ্যমে বাংলাদেশে মানসম্মত প্রাথমিক শিক্ষার অগ্রযাত্রাকে ত্বরান্বিত করবে বলে আশা করছি।

অধ্যাপক সৈয়দা তাহমিনা আখতার
পরিচালক
শিক্ষা ও গবেষণা ইনস্টিটিউট
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

অধ্যাপক ড. শারমিন হক
কো-অর্ডিনেটর (জুন ২০১৮ পর্যন্ত)
ডিপিএড মান উন্নয়ন কর্মসূচি
শিক্ষা ও গবেষণা ইনস্টিটিউট
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

অধ্যাপক ড. মো: আব্দুল মালেক
কো-অর্ডিনেটর
ডিপিএড মান উন্নয়ন কর্মসূচি
শিক্ষা ও গবেষণা ইনস্টিটিউট
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

সূচিপত্র

প্রথম অংশ : গণিত বিষয়জ্ঞান

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায় ১	কনটেন্ট ডোমেইন	
পাঠ ১	কনটেন্ট ডোমেইন এবং এর শ্রেণিবিভাগ	
অধ্যায় ২	সংখ্যা	
পাঠ ১	সংখ্যার মৌলিক ধারণা	
অধ্যায় ৩	প্রাথমিক চার নিয়ম	
পাঠ ১	যোগ	
পাঠ ২	বিয়োগ	
পাঠ ৩	গুণ	
পাঠ ৪	ভাগ	
পাঠ ৫	মৌলিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যাবলি	
পাঠ ৬	ঐকিক নিয়ম	
অধ্যায় ৪	মুদ্রা ও নোট	
পাঠ ১	বাংলাদেশের মুদ্রা ও নোট পরিচিতি	
অধ্যায় ৫	গড়	
পাঠ ১	গড়ের ধারণা ও ব্যবহার	
অধ্যায় ৬	লসাগু ও গসাগু	
পাঠ ১	লসাগু	
পাঠ ২	গসাগু	
অধ্যায় ৭	গাণিতিক প্রতীক	
পাঠ ১	গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য	
অধ্যায় ৮	সাধারণ ভগ্নাংশ	
পাঠ ১	সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা	
পাঠ ২	সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ	
পাঠ ৩	সাধারণ ভগ্নাংশের গুণ	
পাঠ ৪	সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ	
অধ্যায় ৯	দশমিক ভগ্নাংশ	
পাঠ ১	দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা	
পাঠ ২	দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর	
পাঠ ৩	দশমিক ভগ্নাংশের সমস্যা	
অধ্যায় ১০	জ্যামিতি	
পাঠ ১	জ্যামিতিক আকৃতি	

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
পাঠ ২	বিন্দু, রেখা, তল	
পাঠ ৩	লম্ব ও সমান্তরাল রেখা	
পাঠ ৪	কোণ	
পাঠ ৫	ত্রিভুজ	
পাঠ ৬	চতুর্ভুজ	
পাঠ ৭	বৃত্ত	
অধ্যায় ১১	পরিমাপ	
পাঠ ১	দৈর্ঘ্য পরিমাপ	
পাঠ ২	ওজন পরিমাপ	
পাঠ ৩	আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	
পাঠ ৪	সামান্তরিক ও রম্বস ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	
পাঠ ৫	ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	
পাঠ ৬	ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান	
অধ্যায় ১২	শতকরা	
পাঠ ১	শতকরার ধারণা	
পাঠ ২	শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ	
পাঠ ৩	শতকরার ব্যবহার	
অধ্যায় ১৩	উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ	
পাঠ ১	উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ	
পাঠ ২	লেখচিত্র	
অধ্যায় ১৪	গাণিতিক সমস্যা সমাধান ও উপস্থাপন	
পাঠ ১	একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান কৌশল	
পাঠ ২	সমস্যা তৈরি ও সমাধান	
অধ্যায় ১৫	ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার	
পাঠ ১	ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার	

দ্বিতীয় অংশ : গণিত শিক্ষণবিজ্ঞান

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায় ১	প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য	
পাঠ ১	গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য	
অধ্যায় ২	প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক	
পাঠ ১	প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম	
পাঠ ২	প্রাথমিক গণিত বিষয়ের বিস্তৃত শিক্ষাক্রম	
পাঠ ৩	প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক	
অধ্যায় ৩	যান্ত্রিক ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি	
পাঠ ১	যান্ত্রিক ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি	
অধ্যায় ৪	সমস্যা সমাধান তত্ত্ব	
পাঠ ১	জর্জ-পোলিয়ারের সমস্যা সমাধান তত্ত্ব	
পাঠ ২	নিউম্যানের সমস্যা সমাধান তত্ত্ব	
অধ্যায় ৫	**গণিত শিক্ষাদান পদ্ধতি**	
পাঠ ১	আরোহী অবরোহী পদ্ধতি	
পাঠ ২	আবিস্কার পদ্ধতি	
অধ্যায় ৬	গণিত শিক্ষোপকরণ	
পাঠ ১	গণিত শিক্ষোপকরণের ধারণা	
পাঠ ২	গণিত শিক্ষায় আইসিটির ব্যবহার	
অধ্যায় ৭	গণিত শিখন মূল্যায়ন	
পাঠ ১	শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়ন ক্ষেত্র	
পাঠ ২	অভীক্ষাপদ প্রণয়ন	
পাঠ ৩	ধারাবাহিক ও সামষ্টিক মূল্যায়ন পদ্ধতি ও উপকরণ	
পাঠ ৪	ধারাবাহিক সামষ্টিক মূল্যায়নে ব্যবহৃত প্রশ্নপত্র	
পাঠ ৫	গণিত শিখন ঘাটতি সনাক্তকরণ ও নিরাময়মূলক ব্যবস্থা	
অধ্যায় ৮	পাঠ পরিকল্পনা	
পাঠ ১	পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব, বিবেচ্য বিষয় ও ধাপসমূহ	
পাঠ ২	নমূনা পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন	
পাঠ ৩	পাঠ পরিকল্পনা অনুশীলন, অনুশীলন মূল্যায়ন ও উন্নয়ন	
অধ্যায় ৯	শিক্ষণ অনুশীলন (সংখ্যা ও গণনা)	
পাঠ ১	স্থানীয় মান	
পাঠ ২	হাতে রেখে যোগ ও বিয়োগ	
পাঠ ৩	গুণ ও ভাগ	
পাঠ ৪	লসাগ ও গসাগু	

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
পাঠ ৫	ভগ্নাংশের গুণ	
পাঠ ৬	ভগ্নাংশের ভাগ	
পাঠ ৭	দশমিক ভগ্নাংশ শিক্ষণ শিখন	
পাঠ ৮	দশমিক ভগ্নাংশ	
অধ্যায় ১০	শিক্ষণ অনুশীলন (জ্যামিতি ও পরিমাপ)	
পাঠ ১	জ্যামিতিক আকৃতি শিক্ষণ	
পাঠ ২	বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব ও সমান্তরাল রেখা	
পাঠ ৩	কোণ ও কোণের পরিমাপ	
পাঠ ৪	ত্রিভুজ	
পাঠ ৫	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল	
পাঠ ৬	চতুর্ভুজ	
পাঠ ৭	চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল	
পাঠ ৮	বৃত্ত	
অধ্যায় ১১	পরিমাণবাচক সম্পর্ক শিক্ষাদান	
পাঠ ১	শতকরা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান	
পাঠ ২	লাভ-ক্ষতি	
পাঠ ৩	উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরন	

প্রথম অংশ

গণিত বিষয়জ্ঞান

দ্বিতীয় অংশ
গণিত শিক্ষণবিজ্ঞান

অধ্যায় ১

কনটেন্ট ডোমেইন

আজকের শিশু আগামী দিনের সুনাগরিক। তাই শিশুর চাহিদা এবং জাতীয় ও আন্তর্জাতিক প্রেক্ষাপট বিবেচনা করে তার জন্য শিখনীয় বিষয়বস্তু নির্বাচন ও সংগঠন করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। বাংলাদেশের প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে শিশুর চাহিদা, সক্ষমতা, সামাজিক দায়বদ্ধতা ও আন্তর্জাতিক প্রেক্ষাপট বিবেচনা করে অর্জনোপযোগী যোগ্যতা ও শিখনফল নির্ধারণ করে তা অর্জনের জন্য বিষয়বস্তু নির্বাচন করা হয়েছে। এই অধ্যায়ে তা ডোমেইনভিত্তিক শ্রেণিকরণ করা হয়েছে যা জানা ডিপিএড শিক্ষার্থীদের জন্য গুরুত্বপূর্ণ।

পাঠ ১: কনটেন্ট ডোমেইন এবং এর শ্রেণিবিভাগ

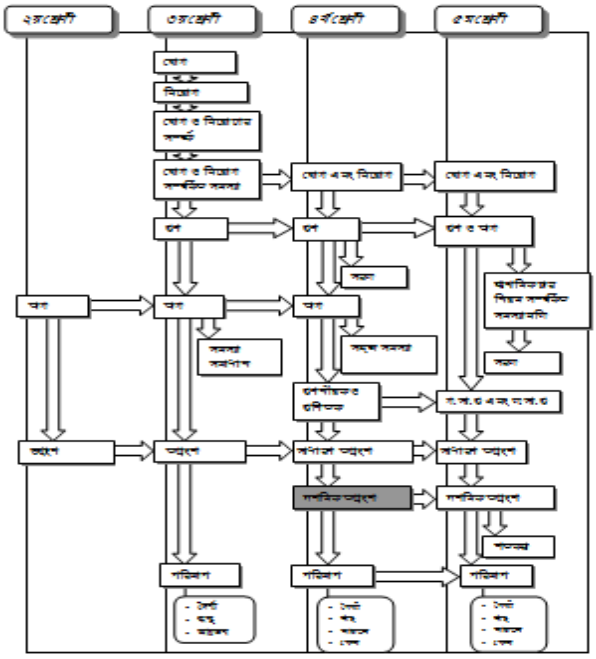
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- ডোমেইনের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- প্রাথমিক গণিতের বিষয়বস্তুকে বিভিন্ন ডোমেইনে শ্রেণিকরণসহ এর যৌক্তিকতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিষয়বস্তুর আন্তর্জাতিক বিস্তৃতির হার ও বাংলাদেশে ব্যবহারের হার জেনে গুরুত্ব ব্যাখ্য করতে পারবেন।

গণিতের বিষয়বস্তুর ক্ষেত্র বা ডোমেইন (Content Domain)

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity)

গণিতের বিষয়বস্তু সংগঠনের মূলনীতি শিশুকেন্দ্রিক বিবেচনায় গণিতের বিষয়বস্তু সাধারণত সহজ থেকে কঠিন এবং জানা থেকে অজানা–এভাবে বিন্যস্ত হয়ে থাকে। যেমন; যোগের পর বিয়োগ এবং গুণের পর ভাগ ইত্যাদি। নিচের চিত্রের গণিতের বিষয়বস্তু ধারাবাহিকভাবে বিন্যাসের কাঠামো লক্ষ্য করি। এখানে মনোবিজ্ঞানসম্মত ও যুক্তিসঙ্গত উভয়বিধ কারণ বিবেচনা করে গণিতের বিষয়বস্তু বিন্যস্ত করার চেষ্টা করা হয়েছে। বিভিন্ন দেশের মত বাংলাদেশেও প্রাথমিক স্তরের গণিতের বিষয়বস্তুকে তিনটি ডোমেইনে ভাগ করা হয়েছে।



প্রাথমিক স্তরের গণিত পাঠ্যপুস্তকে বর্ণিত বিষয়বস্তু

প্রাথমিক স্তরের গণিত পাঠ্যপুস্তক বিশ্লেষণ করলে বর্ণিত বিষয়বস্তুকে গণিতের প্রাথমিক বিষয়াবলি যা সংখ্যা সম্পর্কিত ধারণা, জ্যামিতি ও পরিমাপ সম্পর্কিত এবং পরিমাণবাচক সম্পর্কের উপর ভিত্তি করে শিখনের ভিন্নতা অনুযায়ী তিনটি ডোমেইনে ভাগ করা যেতে পারে।

বিষয়বস্তুগুলোর ডোমেইনভিত্তিক শ্রেণিকরণ নিম্নরূপ

(১) সংখ্যা ও গণনা (Number and Calculation): এ ডোমেইনের আওতায় সাব-ডোমেইন হিসেবে নিম্নের বিষয়বস্তুগুলো বিবেচনা করা যায়:

ক. স্বাভাবিক সংখ্যা: সংখ্যা প্রতীক ও সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা এবং পূর্ণসংখ্যা, সংখ্যার তুলনা ও স্থানীয়মান।

খ. মৌলিক চার নিয়ম: যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, সংযোগ, মৌলিক চার নিয়মের সহজ সমস্যার সমাধান ও সমস্যা তৈরি।

গ. গুণিতক ও গুণনীয়ক: গুণনীয়ক ও গসাগু, গুণিতক ও লসাগু, মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা, লসাগু ও গসাগু সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান, সমস্যা তৈরি ও সমাধান।

ঘ. সাধারণ ভগ্নাংশ: ভগ্নাংশ ও এর প্রকারভেদ, ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, ভগ্নাংশের তুলনা এবং ভগ্নাংশ সম্পকির্ত সমস্যা ও সমাধান কৌশল।

ঙ. দশমিক ভগ্নাংশ: দশমিক ভগ্নাংশ পঠন ও লিখনের নিয়ম, দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয়মান, আসন্ন মান, সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর, দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর, দশমিক ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ এবং এতদসংক্রান্ত নতুন সমস্যা তৈরি ও সমাধান।

(২) জ্যামিতি ও পরিমাপ (Geometry and Measurement): এ ডোমেইনের আওতায় সাব-ডোমেইনগুলো হলো

ক. পরিমাপ: পরিমাপের সাধারণ জ্ঞান, বস্তুর দৈর্ঘ্য, ওজন ও আয়তন পরিমাপ এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা প্রণয়ন ও সমস্যার সমাধান । ত্রিভুজেরক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, বর্গক্ষেত্রের ধারণা, বর্গাকার, আয়তাকার, সামান্তরিক ও ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়, সমস্যা তৈরি ও সমস্যার সমাধান।

খ. জ্যামিতিক আকার ও আকৃতি: বিন্দু , রেখা, তল সংক্রান্ত সাধারণ জ্ঞান, ত্রিভুজের প্রকার ও বৈশিষ্ট্য, চতুর্ভুজের প্রকার ও বৈশিষ্ট্য, বৃত্তের বৈশিষ্ট্য, সমতলক্ষেত্র অঙ্কন এবং সহজ সমস্যা তৈরি ও সমস্যার সমাধান।

গ. ঘনবস্তু: বিভিন্ন আকারের ঘনবস্তুর সাথে পরিচিত হওয়া।

(৩) পরিমাণবাচক সম্পর্ক (Quantitative Relation): এ ডোমেইনের সাব-ডোমেইনগুলো হলো

ক. শতকরা: শতকরা, মুনাফা হিসাব, লাভ-ক্ষতি সংক্রান্ত সমস্যা প্রণয়ন ও সমস্যার সমাধান।

খ. ঐকিক নিয়ম: ঐকিক নিয়ম ও এতদসংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা, সমস্যা প্রণয়ন এবং এর সমাধান।

গ. উপাত্ত: উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যাস ও তা গ্রাফে অঙ্কন করে ব্যাখ্যাকরণ ও সমস্যা সমাধান।

আন্তর্জাতিকভাবে গণিতের বিষয়বস্তুর বিভাজন

বিভিন্ন দেশের গণিতের বিষয়বস্তুকে বিভিন্ন ডোমেইনে বিভাজন করা হয়েছে কিন্তু তাদের মধ্যে সাদৃশ্য বর্তমান। বিভিন্ন দেশের অংশগ্রহণে ২০১৫ সালে চতুর্থ শ্রেণির গণিত ও বিজ্ঞান বিষয়ে শিখনের ওপর একটি আন্তর্জাতিক মূল্যায়ন ফ্রেমওয়ার্ক প্রণীত হয়। **আন্তর্জাতিক** সংস্থা TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) এটি পরিচালনা করে। উক্ত মূল্যায়নে চতুর্থ শ্রেণির গণিত বিষয়ের ফ্রেমওয়ার্কটি নিম্নরূপ:

কনটেন্ট ডোমেইন	অভীক্ষা সময়ের হার
সংখ্যা	৫০%
জ্যামিতিক আকৃতি ও পরিমাপ	৩৫%
উপাত্ত উপস্থাপন (পরিমাণবাচক)	১৫%

অভীক্ষা সময়ের হার (testing time) থেকে স্পষ্ট যে, যেসব দেশ TIMSS-এ অংশগ্রহণ করেছেন তারা সংখ্যা শেখানোর উপর বেশি গুরুত্ব দিয়েছেন। যেমন জাপান, চীন বা ভারত ইত্যাদি দেশ যারা TIMSS-এ অংশগ্রহণ করে, তারা এই ফ্রেমওয়ার্কটির অনুপাত অনুসরণ করে তাদের পাঠ্যপুস্তকে পৃষ্ঠা বরাদ্দ রেখেছেন।

বাংলাদেশে গণিত পাঠ্যপুস্তকে বিষয়বস্তুর ডোমেইনভিত্তিক বিস্তৃতির হার কত?
আমাদের দেশের চতুর্থ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে কনটেন্ট ডোমেইন–এর অনুপাত নির্ণয়ে উল্লিখিত ফ্রেওয়াকের্র কাছাকাছি প্রতিফলন দেখা যায়। চতুর্থ শ্রেণির পাঠ্যপুস্তক বিশ্লেষণ করলে পৃষ্ঠা সংখ্যার নিম্নোক্ত হার পাওয়া যায়:

সংখ্যা	জ্যামিতিক আকৃতি ও পরিমাপ	উপাত্ত উপস্থাপন
১. বড় সংখ্যা ও স্থানীয় মান (১৭) ২. যোগ এবং বিয়োগ (১৫) ৩. গুণ (১০) ৪. ভাগ (১৪) ৫. যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা (৮) ৬. গাণিতিক প্রতীক (৮) ৭. গুণিতক ও গুণনীয়ক (১৪) ৮. ভগ্নাংশ (১৬)	১০. পরিমাপ (১৩) ১১. সময় (৪) ১৩. রেখা ও কোণ (১২) ১৪. ত্রিভুজ (৬)	১২. উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যস্তকরণ (৫)

৯. দশমিক ভগ্নাংশ (১৭)		
পৃষ্ঠা সংখ্যা =১১৯ ৭৪.৮৪%	পৃষ্ঠা সংখ্যা =৩৫ ২২.০১%	পৃষ্ঠা সংখ্যা =৫ ৩.১৪%

উপরোল্লেখিত টেবিলের তথ্য থেকে দেখা যাচেছ সংখ্যা ও গণনা বিষয়ক বিষয়বস্তুগুলো শেখার জন্য পর্যাপ্ত অনুশীলনের ব্যবস্থা রাখা হলেও, জ্যামিতি ও পরিমাপ এবং পরিমানবাচক ডোমেইনের জন্য শিখনের সুযোগ অনেক কম। এতে বিষয়গুলো গভীরভাবে উপলব্ধিসহ শেখার জন্য সময় এবং সুযোগ অপেক্ষাকৃত সীমিত। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর বয়স, পূর্বজ্ঞান এবং গাণিতিক সামর্থ্যের বিষয়টি বিবেচনায় নিয়ে শিক্ষকদের প্রয়োজনীয় কার্যকরি ভূমিকা রাখতে হবে যাতে জ্যামিতিসহ পরিমাপ এবং পরিমানবাচক ডোমেইনের বিষয়বস্তুগুলোও তারা যথাযথভাবে শিখতে পারে।

শিখন ফলপ্রসূ করতে হলে প্রথমেই শিক্ষককে দৃষ্টি দিতে হবে বিষয়বস্তুর ওপর। শিক্ষার্থীর মানসিক বয়স ও বিকাশের উপযোগী করে বিষয়বস্তুকে বিন্যস্ত করতে হবে। তারপর শিক্ষার্থীর বুদ্ধি ও সামর্থ্য অনুযায়ী চিত্তাকর্ষক করে বিষয়টিকে উপস্থাপন করতে হবে। এজন্য গাণিতিক বিষয়বস্তুর ডোমেইনের বিন্যাস সম্পর্কীয় ধারণা গুরুত্বপূর্ণ।

অধ্যায় ২

সংখ্যা

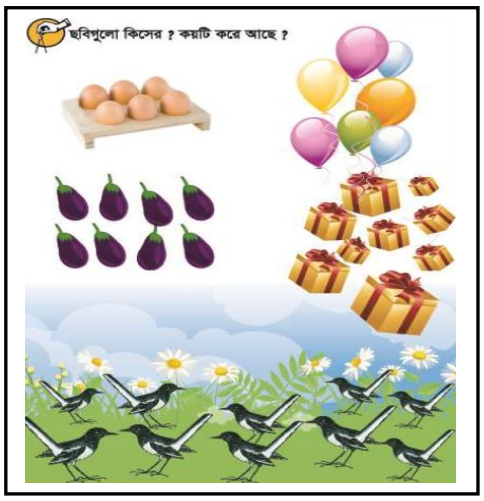
সংখ্যাকে গণিতের প্রাণ হিসেবে বিবেচনা করা হয়। গাণিতিক স্বাক্ষরতা অর্জনের পূর্ব শর্ত হলো সংখ্যা সম্পর্কে সম্যক ধারনা অর্জন। অতি প্রাচীনকাল থেকে মানুষ জীবিকার প্রয়োজনে বিভিন্ন পেশায় নিজেদেরকে নিয়োজিত রাখত এবং সেসময় হিসাব রাখার জন্য তারা নুড়িপাথর অথবা গাছের সরু ডাল ব্যবহার করত অথবা মাটির উপর দাগ কেটে হিসাব রাখত। হিসেবের জন্য এক-এক মিল ব্যবহার করত। এ থেকে সংখ্যার ধারণা ও গণনার সূত্রপাত। এছাড়াও কোনো সংখ্যায় অঙ্কের স্থানীয়মানের ধারণা একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়, কেননা বড় সংখ্যা লিখন-পঠন ব্যবহারের জন্য তা জানা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনের জন্য সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা অর্জনের পরপরই তা ব্যবহার করে হিসাব নিকাশ করার দক্ষতা অর্জন করতে হয়। প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের নিম্নোক্ত যোগ্যতাগুলো অর্জনের জন্য ডিপিএড শিক্ষার্থীদের এই পাঠের শিখনফলগুলো অর্জন করা প্রয়োজন।

পাঠ-১: সংখ্যার মৌলিক ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- সংখ্যা ও অঙ্কের ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন ধরণের সংখ্যা; যেমন, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, বাস্তব সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- সংখ্যার স্থানীয়মানের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: সংখ্যা কীভাবে গঠিত হয় তার উত্তর খুঁজতে শুরুতেই পাশে উপস্থাপিত চিত্র অথবা বিভিন্ন ধরনের বস্তু ব্যবহার করা যেতে পারে। চিত্রের বস্তু নির্দেশ করে কয়টি করে আছে এবং গাণিতিক রূপ কী তা প্রকাশ করতে দিয়ে সংখ্যা ও সংখ্যা প্রতীকের ধারণা সুস্পষ্ট করা যেতে পারে। এছাড়াও চিত্রে উপস্থাপিত বস্তুর পরিমাণ চিন্তা করতে দিয়ে বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা এবং সংখ্যা গণনা সংক্রান্ত বিষয়বস্তুর ধারণা সুস্পষ্ট করা যেতে পারে।

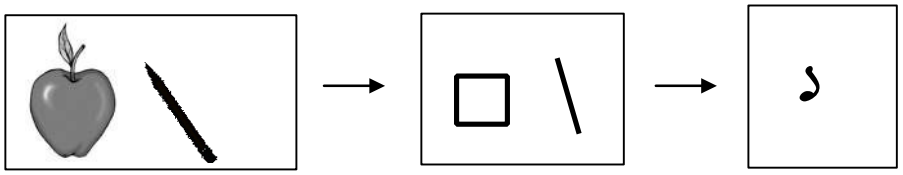


সংখ্যা ও অঙ্ক

সংখ্যা একটি বিমূর্ত ধারণা। সাধারণত কোনো বস্তুর পরিমাণ বোঝাতে বা তুলনা করতে সংখ্যা ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ সংখ্যা হচ্ছে পরিমাণবাচক একটি বস্তু নিরপেক্ষ ধারণা। যেমন মানুষের মাথা 'একটি'; হাতের সংখ্যা 'দুইটি'; প্রতিটি হাতে আঙ্গুলের সংখ্যা 'পাঁচটি' ইত্যাদি দ্বারা মাথা, হাত ও হাতের আঙ্গুলের পরিমাণ বুঝানো হয়েছে। এখানে ১, ২, ৫ দ্বারা পরিমাণ ব্যক্ত করা হয়েছে। তাই ১, ২ ও ৫ প্রত্যেকে একেকটি সংখ্যা। সংখ্যা হলো গণিতের প্রাণ। সংখ্যার পরিমাণ অসীম। ০, ১, ২, ...১১২, ১১৩, ... এগুলো সবই সংখ্যা। মূলত সংখ্যা দ্বারা তিনটি ধারণা প্রকাশ করা যায় তা হলো, গণনার ধারণা, দলগত ধারণা, ক্রমবাচক ধারণা।

বস্তু নিরপেক্ষ সংখ্যা লিখে প্রকাশের জন্য কিছু চিহ্ন বা প্রতীক ব্যবহার করা হয়। এই প্রতীকগুলোকে অঙ্ক বা সংখ্যা প্রতীক বলা হয়। আমাদের দেশে ব্যবহৃত সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো হলো, ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ ও ৯। সংখ্যা প্রকাশের জন্য এক বা একাধিক অঙ্ক ব্যবহার করা হয়।

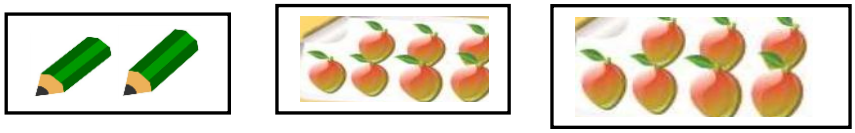
শিশুদের সংখ্যা প্রকাশ করার সময় বাস্তব পর্যায়, অর্ধ বাস্তব পর্যায় এবং বস্তু নিরপেক্ষ (সংখ্যা প্রতীকে) পর্যায় ব্যবহার করে ধাপে ধাপে শেখালে ভাল হয়।



বাস্তব অর্ধ- বাস্তব সংখ্যা প্রতীক

হিন্দু-আরবীয় সংখ্যা পদ্ধতি দশভিত্তিক যা স্থানীয়মান ব্যবহার করে লিখতে হয়। বতর্মান বিশ্বে প্রায় সব দেশেই এই পদ্ধতিতে সংখ্যা লেখা হয়।

জোড় সংখ্যা ও বিজোড় সংখ্যা



২টি আম, ৪টি কলা, ৬টি আপেল ইত্যাদি সংখ্যায় প্রকাশ করার জন্য আমরা ২, ৪, ৬ ইত্যাদি ব্যবহার করি। কোনো বস্তুর সংখ্যা ২টি হলে আমরা ১ জোড়া বলি। তাই ৪টি কলা মানে হলো ২ জোড়া কলা এবং ৬টি আপেল মানে হলো ৩ জোড়া আপেল। যেহেতু ২, ৪ ও ৬ সংখ্যাগুলোর মধ্যে জোড়া রয়েছে তাই সংখ্যাগুলো জোড় সংখ্যা।অন্যভাবে বলা যায় ২ দ্বারা বিভাজ্য সকল সংখ্যাই জোড় সংখ্যা। এছাড়াও ৩টি আম, ৫টি কলা, ৭টি আপেল ইত্যাদি প্রকাশ করার জন্য আমরা ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি ব্যবহার করি। এখানে ৩টি আম মানে হলো ১ জোড়া ও ১টি আম। অর্থাৎ ৫ সংখ্যাটি জোড় নয়, বিজোড় সংখ্যা। একইভাবে ৭ এবং ৯ সংখ্যা দুইটি বিজোড় সংখ্যা।

মানসংখ্যা (Cardinal number) **ও ক্রমসংখ্যা** (Ordinal Number)

মান সংখ্যা হলো পরিমাণ প্রকাশক। ১, ২, ৩, ৪, ৫ –এগুলো দ্বারা বস্তুর মান বা পরিমাণ প্রকাশ করে।

১ ২ ৩ ৪ ৫

ক্রম সংখ্যায় একটার পর একটা সংখ্যা আসবে। দৌড়ে কে প্রথম হয়েছে? তোমার কততম জন্মদিন আজ? ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর খুঁজতে যে সংখ্যা ব্যবহার করা হয় তাকে ক্রম সংখ্যা বলা হয়। বামদিক থেকে ডানদিকে

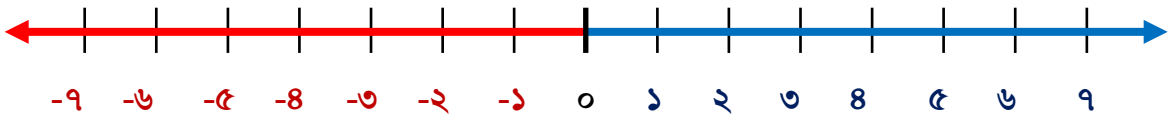
প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ পঞ্চম–এগুলো ক্রমবাচক সংখ্যা। ক্রম সংখ্যার মাধ্যমে বস্তুর ক্রম নির্দেশ করা হয়।

উদাহরণ ছবির সাথে সংখ্যার সম্পর্ক

৪টি খোলা বাক্স, ২টি বন্ধ বাক্স ও ১টির ভিতর আপেল। মান সংখ্যা– ৪, ২, ১। বাম দিক থেকে চতুর্থ বাক্সে আপেল আছে। ডান দিক থেকে তৃতীয় বাক্সে আপেল আছে। ক্রমসংখ্যা চতুর্থ এবং তৃতীয়।

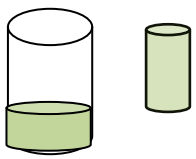
বাস্তব সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা

স্বাভাবিক সংখ্যার অর্থ হলো প্রকৃতিতে (Nature) বা স্বাভাবিকভাবে (Naturally) পাওয়া যায় এমন বস্তু বা সংগ্রহসমূহের পরিমাণ, যা পরিমাণাত্মক ক্রমসংখ্যা প্রকাশ করে। ধনাত্মক সংখ্যা, ঋনাত্মক এবং ০ নিয়ে পূর্ণ সংখ্যা । পূর্ণ সংখ্যা সংখ্যারেখায় দেখানো হলো।



মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা

একটি পাত্রে ৩ গ্লাস পানি ধরে। ১ গ্লাস পানি দ্বারা পাত্রের কত অংশ পূর্ণ হয়?



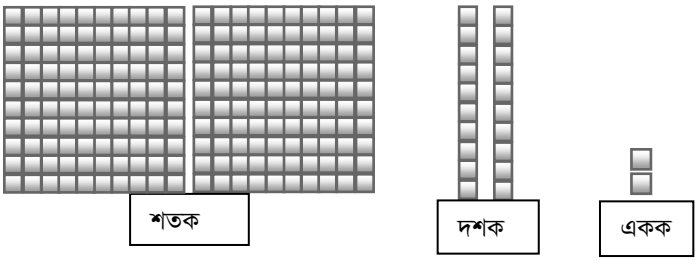
এ প্রশ্নের উত্তর হলো $\frac{১}{৩}$; এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

যেসব সংখ্যা পূর্ণসংখ্যায় প্রকাশ করা যায় না তা ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ করা যায়। সংখ্যাকে ভগ্নাংশে রূপ দেয়া সংখ্যাই হলো মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যা প্রকৃত পক্ষে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত। দুইটি মূলদ সংখ্যার মাঝে অসংখ্য মূলদ সংখ্যা থাকে। মূলদ সংখ্যার বিস্তৃতি অসীম। যে সকল সংখ্যাকে ভগ্নাংশে রূপ দেয়া যায় না, সে সকল সংখ্যাই হলো অমূলদ সংখ্যা।

যেমন $\sqrt{২}$ =১.৪১৪২১৩৫৬....., ।

মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যাকে একত্রে বাস্তব সংখ্যা বলে।

সংখ্যার স্থানীয় মান ও স্বকীয়মান



উপরের চিত্রগুলোকে সংখ্যায় প্রকাশ করলে হয় ২২২। অর্থাৎ ২ শতক, ২ দশক ও ২ একক।এখানে সংখ্যাটির সর্বডানের ২ এর মান ২, মাঝের ২এর মান ২ দশ বা ২০ এবং বামের ২ এর মান ২ শতক বা ২০০। এখানে লক্ষনীয় ডান থেকে প্রতিঘর বামের জন্য ২ এর মান ১০ গুণ বৃদ্ধি পায়। তাই ডান থেকে বাম দিকে সংখ্যার বিভিন্ন অবস্থানকে যথাক্রমে একক, দশক ও শতক বলে। অর্থাৎ অঙ্ক সংখ্যার বিভিন্ন স্থানে অবস্থানের কারণে যে মান অর্জন করে তাকে ঐ অঙ্কের স্থানীয়মান বলে। অপরদিকে কোন অঙ্ক সংখ্যার একক স্থানে যে মানে থাকে তাকে ঐ অঙ্কের স্বকীয়মান বলে। প্রদত্ত উদাহরণে ৭ এর স্বকীয়মান ৭ এবং স্থানীয়মান ৭।
উদাহরণঃ ৫০৬৭ এর স্থানীয়মান

হাজার	শতক	দশক	একক
৫	০	৬	৭

৭ একক ৭
৬ দশক ৬০
০শতক ০
৫হাজার ৫০০০

অনুশীলন:

১. ৪৩৫৯ ও ৭০৩৪ সংখ্যা দুইটিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর স্থানীয়মান প্রকাশ করুন।

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা

৩৯৮৭ ও ৪২৯১ সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি বড় তা নির্ণয় করার জন্য আমাদেরকে সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর স্থানীয়মান হিসাব করতে হবে।

প্রথম সংখ্যাটিতে হাজারের ঘরের অঙ্কটি ৩ এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটির হাজারের অঙ্কটি ৪। ৪, ৩ এর চেয়ে বড়। সুতরাং ৪২৯১ সংখ্যাটি ৩৯৮৭ সংখ্যাটির চেয়ে বড়।

অনুশীলন:

১. ৭৯৫৮০ ও ৬৯৮৭৯ সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি বড় এবং কেন?

অধ্যায় ৩

প্রাথমিক চার নিয়ম

সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা লাভের পর পর্যায়ক্রমে 'যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গাণিতিক বিভিন্ন ধরনের হিসাব-নিকাশের জন্য যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রাথমিক গণিত বিশেষ ভূমিকা পালন করে। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ প্রাথমিক চার নিয়ম ও প্রাথমিক স্তরে ব্যবহৃত অন্যান্য হিসাব-নিকাশ সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: যোগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- যোগের ভিন্ন ভিন্ন অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করে যোগ করতে পারবেন।
- যোগ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ধরণের যোগ সম্পর্কে ধারণা লাভর জন্য নিচের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উপস্থাপিত সমস্যা দুইটির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং উভয়েই কী একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তার উত্তর চিন্তা করি।

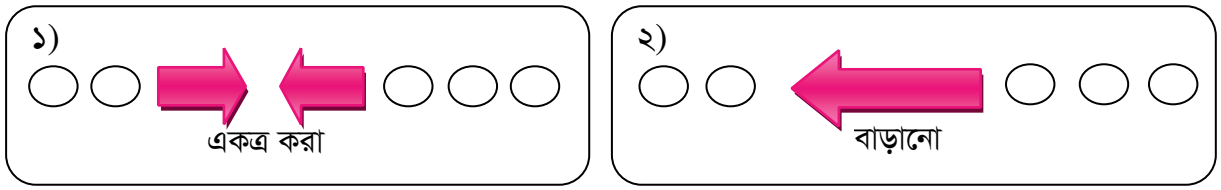
নিচের দুটি যোগের গাণিতিক সমস্যা পড়ুন এবং চিন্তা করুন।

১. আপনার ২টি আপেল আছে। আপনার মায়ের ৩টি আপেল আছে। আপনাদের মোট কয়টি আপেল আছে?
২. আপনার ২টি আপেল আছে। আপনার মা আপনাকে আরও ৩টি আপেল দিলেন। এখন আপনার মোট কয়টি আপেল হলো?

প্রশ্ন

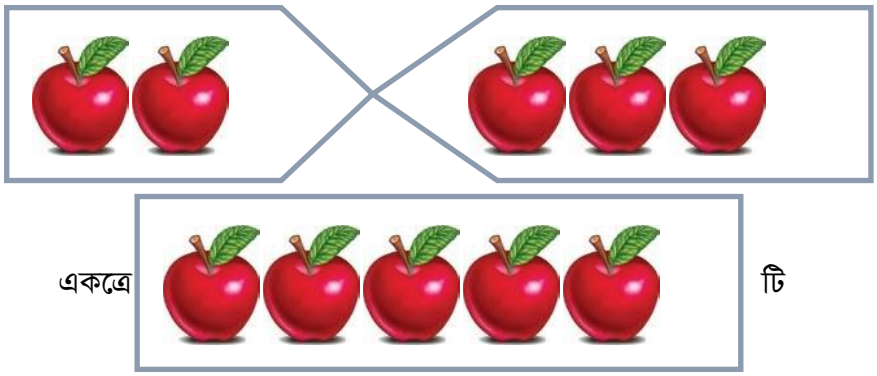
- কীভাবে সমাধান করবেন এবং উত্তর কী হবে?

- ২টি সমস্যা উপকরণ দিয়ে বোঝালে কী রকম হবে?
    - উপর্যুক্ত ২টি সমস্যার অর্থ নিচের ২টি চিত্রের মধ্যে কোনটির সাথে মিল রয়েছে?

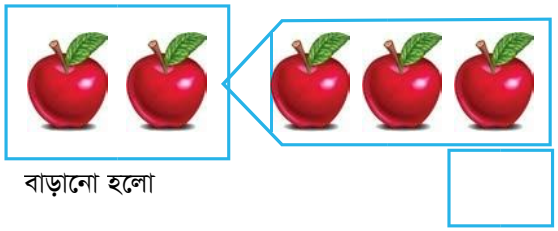


সমাধান ও উত্তর এক হলেও 'একত্র করা' এবং 'বাড়ানো বা বৃদ্ধিকরণ'– এর ২টি অর্থ রয়েছে।

একত্র করা: একসাথে দুটি সংখ্যা একত্রে রেখে সেই ২টি সংখ্যার মোট সংখ্যা বের করা।



বৃদ্ধিকরণ: পূর্বে যা ছিল তা অপেক্ষা সংখ্যা বেশি হওয়া।



উদাহরণ

- মিনুর ৫টি রং পেন্সিল এবং তিথির ২টি রং পেন্সিল আছে। তাদের মোট কয়টি রং পেন্সিল আছে?
আমেনার ৬টি খেলনা আছে। শামীমার ৭টি খেলনা আছে। দুইজনের মোট কয়টি খেলনা হলো?

- **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "একত্র করা"।**

- সজিবের ৩টাকা আছে। তার আব্বা তাকে আরও ৫ টাকা দিলেন। এখন তার কাছে কত টাকা আছে?
- একটি গাছে ৪টি পাখি বসে আছে। সেখানে আরও ৭টি পাখি এসে বসল। গাছে এখন কয়টি পাখি হলো?

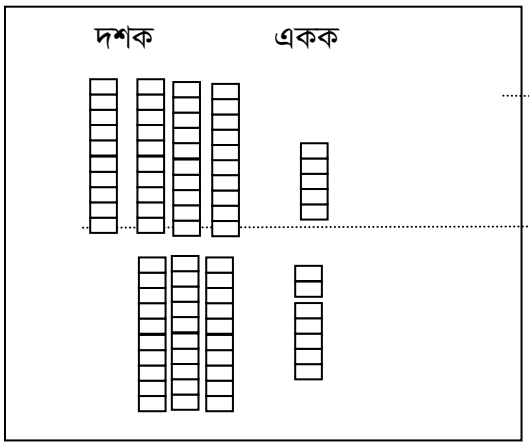
- এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে **"বৃদ্ধিকরণ"**।

হাতে রেখে যোগ

দুই অঙ্ক বা দুইয়ের অধিক অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার যোগঃ

নিচের উদাহরণটি লক্ষ করি,

দশক	একক
৪ ৩	৫ ৭
৭ ১	১২
৮	২



এককের ঘরে ৫+৭=১২ = ১ দশক ২ একক। এককের ঘরের ২ একক যোগফলের এককের ঘরে লিখা হয় এবং ১ দশক হাতে থাকে।

দশকের ঘরে ৪+৩= ৭ দশক। ৭ দশক আর হাতের ১ দশক = ৮ দশক।

অনুশীলন-১: উপরে প্রদত্ত উদাহরণ ও চিত্রের অনুরূপ উদাহরণ ও চিত্র ব্যবহার করে নিম্নের যোগ দুইটি করুন:

৪৭ +২৯	১৫৮ +৬৩

অনুশীলন-২: নিম্নের যোগ দুইটি ব্যবহার করে গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।

১৭+ ১২ ও ৩৭+ ১৫

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

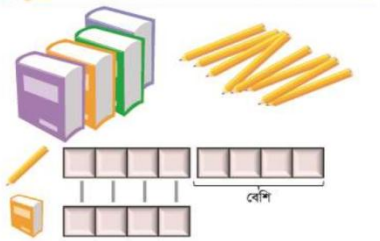
পাঠ-২: বিয়োগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিয়োগের ভিন্ন ভিন্ন অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করে বিয়োগ করতে পারবেন।
- বিয়োগ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি

বাস্তব জীবনের বিভিন্ন ধরণের বিয়োগ সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য নিচের উপস্থাপিত চিত্র ২টি লক্ষ্য করি এবং উপস্থাপিত চিত্র ২টির গাণিতিক প্রকাশ বা ধরণ কী হবে এবং গাণিতিক প্রকাশ কী একই রকম হবে, না ভিন্ন রকম হবে, তার উত্তর চিন্তা করি।



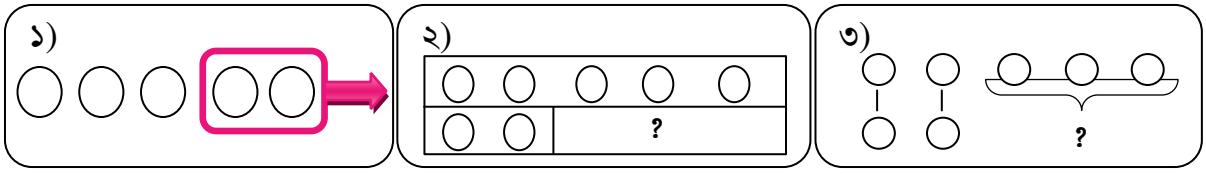
বিয়োগের গাণিতিক সমস্যা সম্পর্কে আলোচনা: নিচের বক্সের বিয়োগ সংক্রান্ত ৩টি গাণিতিক সমস্যা পড়ুন এবং এদের ধরন সম্পর্কে চিন্তা করুন।

- বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ধরণের যোগ সম্পর্কে ধারণা দেওয়ার জন্য পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উপস্থাপিত সমস্যা দুইটির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং উভয়েই কী একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তার উত্তর চিন্তা করি।

১. আপনি ৫টি আপেল কিনলেন। এর মধ্যে ২টি খেয়ে ফেললেন। আপনার কাছে আর কয়টি আপেল থাকল?
২. আপনার ৫টি আপেল কেনার প্রয়োজন। ২টি কিনলেন। আপনার আর কয়টি আপেল কেনা দরকার?
৩. অমলের ৫টি আপেল আছে। কমলের ২টি আপেল আছে। ২জনের আপেলের সংখ্যার পার্থক্য কত?

প্রশ্ন

- সমস্যাগুলোর সমাধান এবং উত্তর কী হবে?
- ৩টি সমস্যা উপকরণ দিয়ে বোঝালে কী রকম হবে?
- নিচের ৩টি চিত্রের কোনটির সাথে মিল আছে?

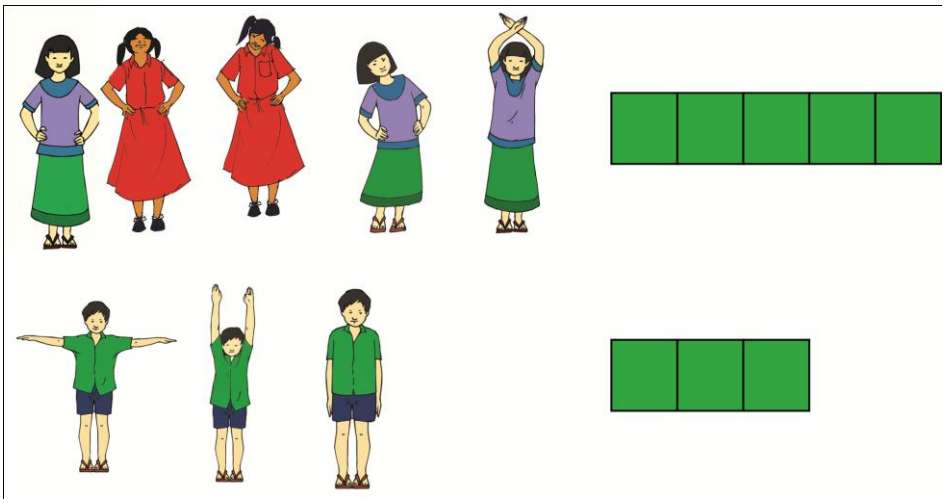


অভিব্যক্তি ও উত্তর এক হলেও তিন চিত্রে "বাদ দেয়া", "তুলনা করা" এবং "পাথর্ক্য করা" –এই ৩টি অর্থ রয়েছে।

বাদ দেয়াঃ যখন কোন সামষ্টিক বস্তু থেকে কিছু কর্তন করা হয়, হারিয়ে যায়, ফেলে দেয়া হয়, নষ্ট হয়ে যায় তখন অবশিষ্ট যা থাকে তা বের করার প্রক্রিয়া হলো বাদ দেয়া।

তুলনা করাঃ দুটি বস্তুর পরিমাণ যাচাই এবং একটি বস্তুর সাথে অন্য বস্তুর তুলনা করা।

পাথর্ক্য করাঃ একটি বস্তু অন্য বস্তু অপেক্ষা কত কম বা বেশি,তা নির্ণয় করা এবং দুটি সংখ্যার বা দুটি রাশির মাঝখানের ব্যবধান বা পাথর্ক্য বের করার প্রক্রিয়া।



উদাহরণ

- হামিদের ১২টি কাপ ছিল। এর মধ্যে তিনটি ভেঙে গেছে। এখন তার কয়টি কাপ আছে?
  - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "বাদ দেয়া"।**
- একটি স্কুলে ৩২৬ জন শিক্ষার্থী আছে। এর মধ্যে ৩০০ জনের বসার সিট আছে আর কতটি সিট প্রয়োজন? - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "তুলনা করা"।**
- ৫ জন শিক্ষার্থীর জন্য ৩টি চেয়ার রয়েছে। শিক্ষার্থীদের থেকে কয়টি চেয়ার কম আছে?
  - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "পার্থক্য করা"।**

- যোগ ও বিয়োগের ক্ষেত্রে আলাদা অর্থ থাকলেও একই ধরনের চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করার বিষয়টি প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য কঠিন হতে পারে, যেহেতু তারা প্রথমে যোগ ও পরে বিয়োগ শেখে।

অনশীলনী ১:

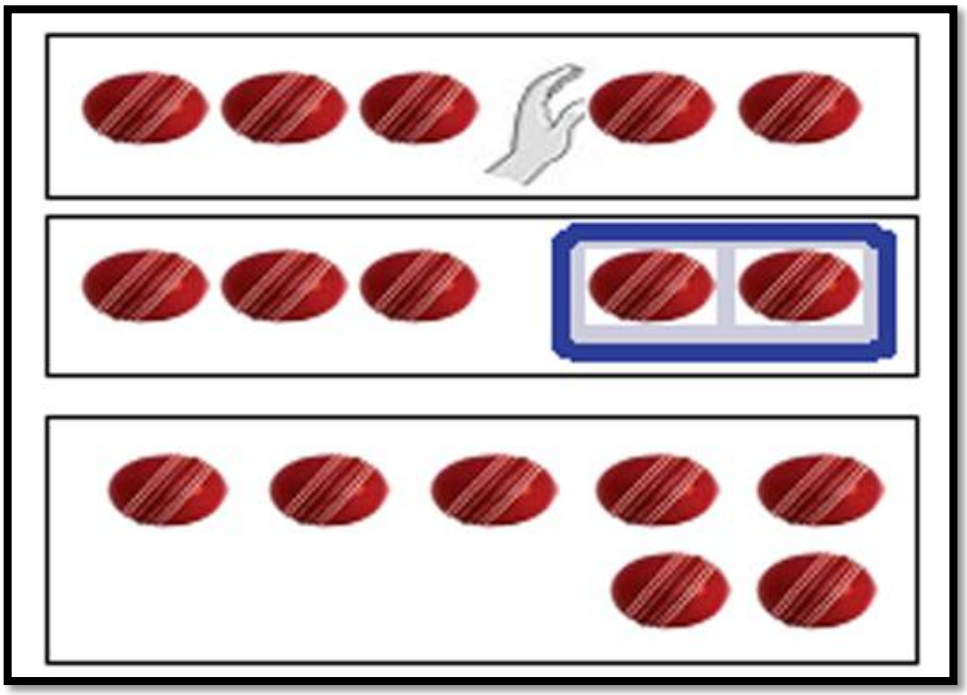
[১] প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য ৮ - ৩= ৫ এই বিয়োগের গাণিতিক সমস্যার ৩টি অর্থ তৈরি করুন।

[২] দলের সবার সাথে প্রত্যেকের তৈরি বাক্যগুলো মিলিয়ে নিন।

অনশীলনী ২:

শিক্ষাদান পদ্ধতি অনুসরণে বিয়োগের ৩টি অর্থকে কী অনুক্রমে সাজালে ভাল হয় তা বর্ণনা করুন।

[১] "বাদ দেয়া" কীভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- ৮টি লজেন্স আছে। ৩টি খাওয়া হলো। আর কয়টি লজেন্স আছে?)
[২] "তুলনা করা" কিভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- একটি খেলার জন্য ৮জন শিশু প্রয়োজন। তাদের মধ্যে ৩ জন মেয়ে। ঐখেলার জন্য আর কতজন শিশু প্রয়োজন?)
[৩] "পার্থক্য করা" কীভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- ২টি সারির ১টিতে ৮জন এবং অপরটিতে ৩ জন বালক রয়েছে? কোন সারিতে কত কম বা বেশি রয়েছে?)
[৪] "বাদ দেয়া", "তুলনা করা" এবং "পার্থক্য করা" ধারণাগুলোর মধ্যে তফাত কী? মিল কী?



বিয়োগের নির্দেশের অনুক্রম

১. "বাদ দেয়া " ধারণাটি উপকরণ নাড়াচাড়া করে সরাসরি বোঝা যায়।

২. "তুলনা করা" ধারণার উত্তরও পাশাপাশি রেখে বের করা যায়।

৩. পার্থক্য করা" ধারণার ক্ষেত্রে একটিকে অপরটির সাথে মিল করে পার্থক্যটি বের করতে হবে।

প্রথমে "বাদ দেয়া তারপরে "তুলনা করা" শিখিয়ে বিয়োগের ধারণা সুস্পষ্ট করার পর "পার্থক্য করা" শেখালে ভাল হয়।

অনুশীলন ৩: নিম্নের বিয়োগ দুইটি ব্যবহার করে গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।

১৫–১২ ও ৩৭–১৫

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

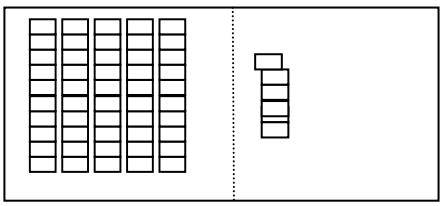
হাতে রেখে বিয়োগ

একটি বিদ্যালয়ের দ্বিতীয় শ্রেণিতে ৫৪ জন ছাত্রী ও ৩৭ জন ছাত্র রয়েছে। বিদ্যালয়ের কতজন ছাত্রী বেশি আছে?

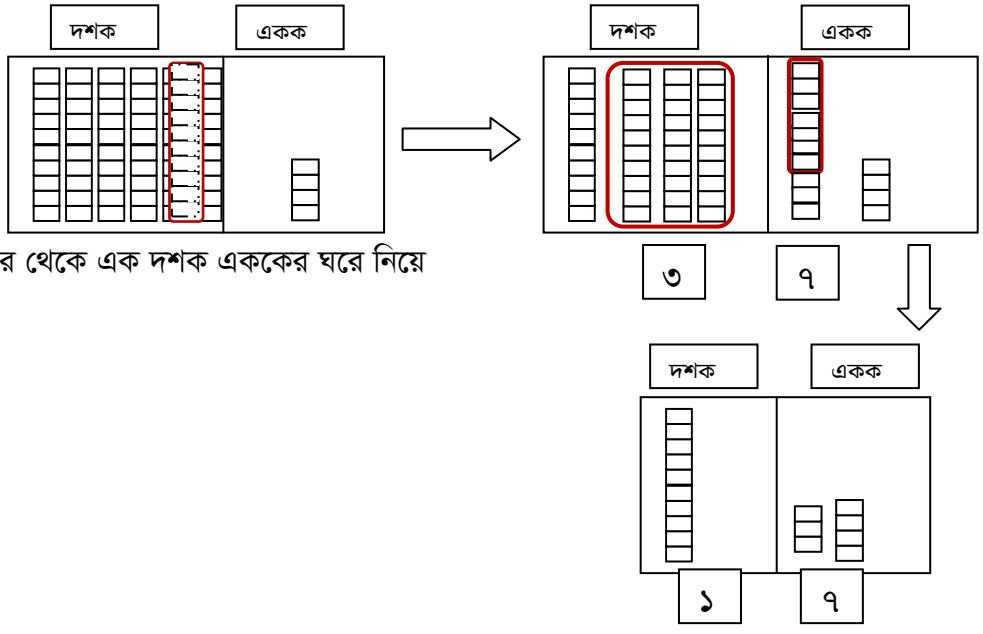
বিয়োগটি কীভাবে করব?

৫৪

(-) ৩৭



১. হাতে রেখে বিয়োগের ক্ষেত্রে বিয়োজ্যের এককের ঘরের সংখ্যাটি বিয়োজনের এককের ঘরের সংখ্যার চাইতে ছোট হলে তা বিয়োগ করা যায় না। এক্ষেত্রে বিয়োজ্যের দশকের ঘর থেকে একটি দশক এককের সাথে যোগ করতে হয়। উপরের বিয়োগটিতে দশকের ঘরের এক দশক এককের সাথে যোগ করলে হয় ১৪ এবং ১৪ থেকে ৭ বিয়োগ করলে ৭ হয়।আমরা বর্গাকৃতি কাগজের কার্ড ব্যবহার করে নিম্নরূপভাবে সমস্যাটির সমাধান করতে পারি।



দশকের ঘর থেকে এক দশক এককের ঘরে নিয়ে

এছাড়াও প্রদত্ত সমস্যা নিম্নরূপে সমাধান করা যায়:

দশক	একক
৫	৪
৩	৭

দশক	একক
৪	১০
~~৫~~	৪
৩	৭
১	৭

যেহেতু এককের ঘরের ৪ থেকে ৭ বিয়োগ করা যায় না সেজন্য দশকের ঘরের ৫ দশক থেকে এক দশক এককের ঘরে নিতে হবে এবং এককের ঘরে হবে ১৪। ১৪ একক থেকে ৭ বিয়োগ করলে হয় ৭ একক।
দশকের ঘর থেকে এক একের ঘরে নেওয়াতে বাকী থাকে ৪ দশক। ৪ দশক থেকে ৩ দশক বিয়োগ করলে হয় ১ দশক।

সমস্যা: মাহির ৩৩টি এবং অপূর্বের ১৭টি গল্পের বই আছে।মাহিরের চেয়ে অপূর্বের কয়টি গল্পের বই বেশি বা কম আছে?
সমাধান:

	দশক	একক
মাহির বই	৩ ৩-১ =২	৩ ১০+৩ =১৩
অপূর্বর বই	১	৭
মাহির বেশি আছে	১	৬

অনুশীলন:
১. নিম্নের দুইটি বিয়োগ করুন

৫২ ৪২
(-) ২৯ (-) ১৮

২. নিম্নের বিয়োগ দুইটি দ্বারা গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।
ক) ৪৩ -২৬ খ) ৪৭ -১৯

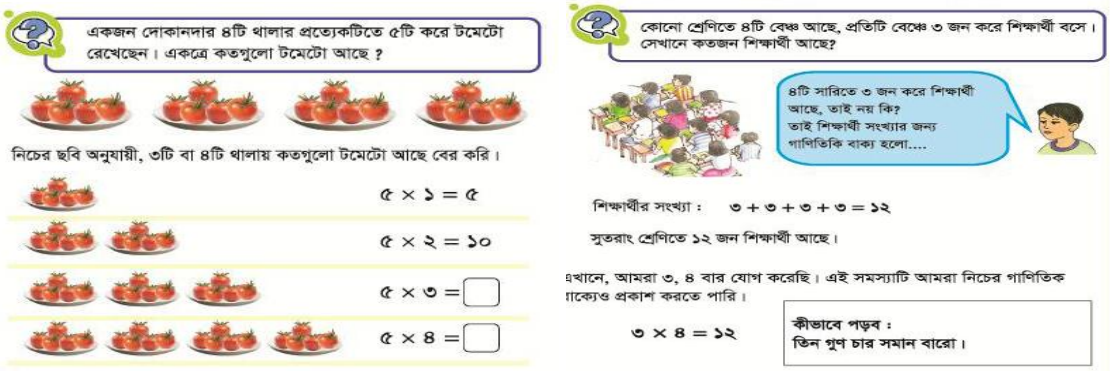
পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য অত্র অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ-৩: গুণ

এ পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

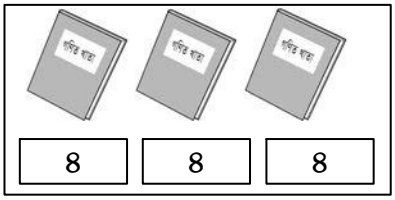
- গুণের অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- গুণের সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে সমস্যার গাণিতিক প্রকাশ বা ধরন চিন্তা করি এবং প্রদত্ত চিত্রের সমস্যা দুইটি একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তা তার উত্তর খোজার চেষ্টা করি ।



গুণের অর্থ

১.একটি খাতার মূল্য ৪ টাকা।৩টি খাতার মূল্য কত?



সমাধান:

১টি খাতার মূল্য ৪ টাকা

৩ টি ,, ,, (৪ + ৪ + ৪) ,,=১২ টাকা

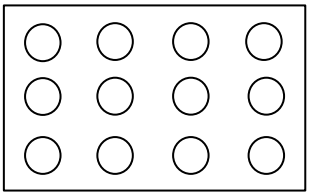
অথবা, ৪ × ৩ = ১২ টাকা

উত্তর: ১২ টাকা।

গুণের অর্থ হচ্ছে একক পরিমাণের একাধিক সংগ্রহের পুনপৌনিক যোগ করার প্রক্রিয়া।

একটি খাতার দাম (৪ টাকা) ×খাতার সংখ্যা (৩টি) = মোট মূল্য (১২ টাকা)।

প্রথমে চিত্রটি ভাল করে দেখে নিচের প্রশ্নগুলো চিন্তা করি



প্রশ্ন

- প্রতিটি লাইনে কতটি বৃত্ত আছে? লাইনের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত।

  প্রতিটি লাইনে বৃত্ত আছে ৪টি। লাইনের সংখ্যা হলো ৩টি।

  ∴ মোট বৃত্তের সংখ্যা হলো (৪ × ৩)টি = ১২টি

- প্রতিটি কলামে কতটি বৃত্ত আছে? কলামের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

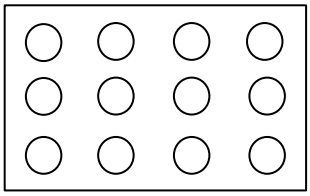
  প্রতিটি কলামে বৃত্ত আছে ৩টি। কলামের সংখ্যা ৪টি।

  ∴মোট বৃত্তের সংখ্যা (৩ × ৪)টি = ১২টি

- জোড়া জোড়া করে কতটি জোড়া আছে? জোড়া হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

প্রতি জোড়ায় বৃত্ত আছে ২টি। মোট জোড়া আছে ৬টি।

∴ মোট বৃত্ত আছে (২ × ৬) =১২টি

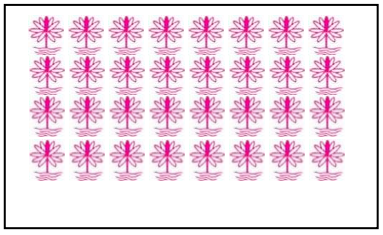


- উপরের চিত্র থেকে ছয়টি করে কতটি দল হবে? ছয়টির দল হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

  ছয়টি করে দল আছে ২টি। প্রতি দলে বৃত্ত আছে ৬টি।

  ∴ মোট বৃত্ত আছে ৬ × ২ =১২টি

অনুশীলন: প্রথমে চিত্রগুলো ভালভাবে দেখুন। প্রশ্ন তৈরি করুন ও বিশ্লেষণ করুন।



পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।

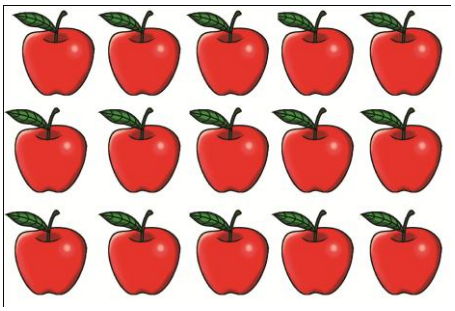
পাঠ-৪: ভাগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- ভাগের ২ রকম অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন উপায়ে ভাগ করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: নিচের উপস্থাপিত চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে সমস্যা ২টির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং প্রত্যেকটিই একইরকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা চিন্তা করি।

মিনার ১৫টি আপেল আছে। সে ১৫টি আপেল তার তিন বন্ধুকে সমানভাবে বিতরণ করে। বন্ধুরা প্রত্যেকে কয়টি করে আপেল পায়?



রেজার ১৫টি আপেল আছে এবং সেগুলো বিতরণ করায় তার বন্ধুরা প্রত্যেকে তিনটি করে আপেল পায়। তার কতজন বন্ধু আপেলগুলো পায়?

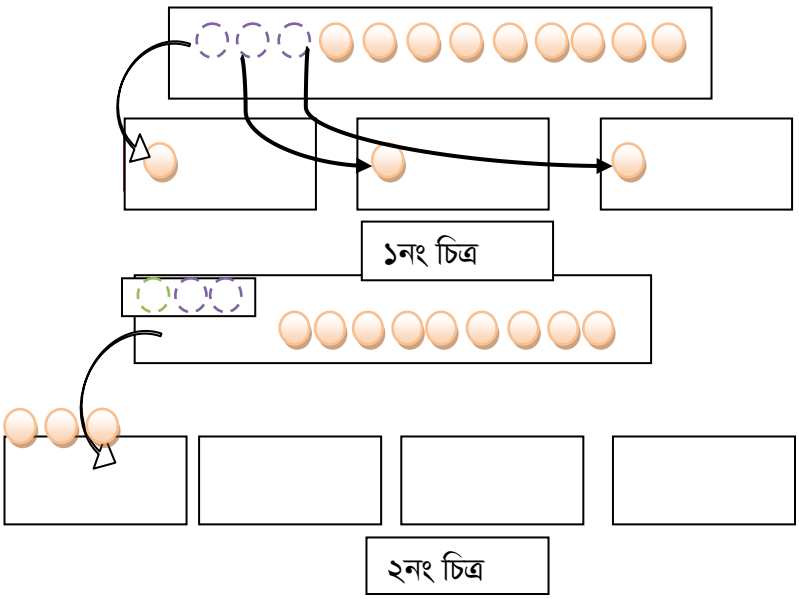
ভাগের অর্থ

১) ১২টি বিস্কুট সমানভাগে ৩ জনকে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে পাবে?

২) ১২টি বিস্কুট ৩টি করে ভাগ করে দিলে কতজনকে দেয়া যাবে?

- উপরের দুইটি গাণিতিক সমস্যার অভিব্যক্তি এবং উত্তর কী হবে?
- প্রশ্ন অনুসারে বৃত্ত দিয়ে জোট তৈরি করে চিত্র অঙ্কন করলে ১নং এবং ২নং সমস্যার চিত্র কী রকম হবে?

অভিব্যক্তি এবং উত্তর এক হলেও ভাগের ২ রকম অর্থ আছে।



১নং চিত্রে ১২টি বিস্কুট ৩জনের মধ্যে ভাগ করা দেখানো হয়েছে। অর্থা' ১২টি বিস্কুট ÷ ৩জন = ? বিস্কুট এখানে প্রত্যেকে কয়টি করে বিস্কুট পাবে তার পরিমাণ বের করা দেখানো হয়েছে। এটি বন্টনে ভাগ। ২নং চিত্রে ১২টি বিস্কুট ৩টি করে ভাগ করা দেখানো হয়েছে। অর্থাৎ, ১২টি বিস্কুট ÷ ৩টি বিস্কুট = ? জন এখানে ৩টি করে দিলে ১২টি বিস্কুট কত জনকে দেওয়া যাবে তা দেখানো হয়েছে। এটি পরিমাপে ভাগ।

বণ্টনে ভাগ: যে ভাগে দলের সদস্য সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে বন্টনে ভাগ বলে। অর্থাৎ সমগ্র পরিমাণ এবং হারকে বুঝিয়ে দেয়া আছে, এককের পরিমাণ বের করার ভাগ।

উদাহরণ: ৬ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২৪টি পাঠ্যবই সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে পাঠ্যবই পাবে?

২৪ × ৬ = ৪

উত্তর: ৪টি

সমগ্র পরিমাণ ২৪ (টি), একক ৬ (জন) দেয়া আছে। হার পরিমাণ (কয়টি করে পাবে) বের করতে হবে।

- এ ধরনের সমস্যার অর্থ হচ্ছে"বণ্টনে ভাগ"।

পরিমাপে ভাগ: যে ভাগে দলের সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে পরিমাপে ভাগ বলে। অর্থাৎ, সমগ্র পরিমাণ এবং একক পরিমাণকে বুঝিয়ে দেয়া আছে, হার বের করার ভাগ।

উদাহরণ: প্রত্যেক শিক্ষার্থীকে ৬টি করে পাঠ্যবই দিলে ২৪টি পাঠ্যবই কয়জনে পাবে?

২৪ ÷ ৬ = ৪

উত্তর: ৪ জন

সমগ্র পরিমাণ ২৪ (টি), একক পরিমাণ ৬(টি) বুঝিয়ে দেয়া আছে। একক (কয়জন পাবে) বের করতে হবে।

- এ ধরনের সমস্যার অর্থ হচ্ছে "পরিমাপে ভাগ"।

একক পরিমাণ বের করতে হলে "বণ্টনে ভাগ" হবে এবং হার বের করতে হলে "পরিমাণে ভাগ" হবে।

অনুশীলনী ১:

নিচের ভাগের সমস্যাগুলো পড়ে অর্থ অনুসারে ২ ভাগে বিন্যস্ত করুন।

(ক) ৮টি আম ২ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। প্রতি জনে কয়টি করে আম পেল?

(খ) একটি পাত্রে ৬টি করে ডিম রাখা যায়। ৪৮টি ডিমের জন্য কয়টি পাত্র লাগবে?

(গ) ৪ জনকে ২৪টি লজেন্স সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। প্রত্যেকে কয়টি করে লজেন্স পেল?

(ঘ) ৮ জন ছাত্র নিয়ে একটি দল গঠন করা হলে ৭২জন ছাত্র নিয়ে কতটি দল গঠন করা যাবে?

(ঙ) একটি বেঞ্চে ৫ জন ছাত্র বসতে পারে। ৪৫ জন ছাত্রের জন্য কয়টি বেঞ্চ লাগবে?

(চ) ৮টি ডিমের দাম ২৪ টাকা। ১টি ডিমের দাম কত?

অনুশীলনী ২:

নিম্নলিখিত কাজ করে ভাগের ২ রকম অর্থ সম্বন্ধে চিন্তা করি।

[১] ২৪÷৪ বাক্যটির জন্য ভাগের আলাদা অর্থ অনুসারে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

[২] তৈরিকৃত গাণিতিক সমস্যায় যা বের করতে হবে তাকে গুণের অভিব্যক্তি দিয়ে প্রকাশ করলে প্রত্যেক অভিব্যক্তি কী হবে?

(উদাহরণ: ৯টি লজেন্স ৩ জনকে সমানভাগে ভাগ করলে একজন কয়টি পাবে?..... কত× ৩ = ৯)

অনুশীলনী-৩:

নিম্নপ্রদত্ত বিষয় নিয়ে দলের অন্য সদস্যদের সাথে আলোচনা করুন।

[১] ৪ এর সাথে ৩ এর গুণ (৪×৩) এবং ৪ এর ধারাবাহিক বৃদ্ধিকে (৪ + ৪ + ৪) সমান বলা যাবে কি?

[২] ৪×৩ এর অর্থ কী? বিভিন্ন সংখ্যা দিয়ে একই ফল বা গুণ ও ধারাবাহিক বৃদ্ধির সম্পর্ক আলোচনা করুন। সিদ্ধান্ত নেয়া যাবে কি না চিন্তা করুন।

গুণের নামতার ছক

গুণের নামতা দ্বারা বিভিন্ন মজার কাজ করা যেতে পারে।

১) যোগফল ১০০ হয় এমন ৪টি সংখ্যা খুঁজে বের করুন। এই চারটি সংখ্যাকে দাগ কাটলে বিভিন্ন চতুর্ভুজ হয়।

২) ১ থেকে ৮১ পর্যন্ত কয়টি সংখ্যা আছে তা অনুমান করে গণনা করে দেখুন। সংখ্যা যা ১ বার, ২বার, ৩বার, ৪বার আছে তা বিন্যস্ত করে রং করে দেখুন।

	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
১	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
২	২	৪	৬	৮	১০	১২	১৪	১৬	১৮
৩	৩	৬	৯	১২	১৫	১৮	২১	২৪	২৭
৪	৪	৮	১২	১৬	২০	২৪	২৮	৩২	৩৬
৫	৫	১০	১৫	২০	২৫	৩০	৩৫	৪০	৪৫
৬	৬	১২	১৮	২৪	৩০	৩৬	৪২	৪৮	৫৪
৭	৭	১৪	২১	২৮	৩৫	৪২	৪৯	৫৬	৬৩
৮	৮	১৬	২৪	৩২	৪০	৪৮	৫৬	৬৪	৭২
৯	৯	১৮	২৭	৩৬	৪৫	৫৪	৬৩	৭২	৮১

ভাগ করার বিভিন্ন উপায়

ভাগ কর: ৬০৩÷৩ এই ভাগটি প্রচলিত পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের নিম্নরূপে শিখানো হয়

```
৩ ) ৬০৩ (২০১
   ৬
   ০
   ০
     ৩
     ৩
     ০
```

```
৩ ) ৬০৩ (২১
   ৬
     ৩
     ৩
     ০
```

১ নং

২ নং

এক্ষেত্রে অনেক সময় শিক্ষার্থীরা ২নং ভাগটির মত করে সমাধান করে থাকে। শূণ্যের ভাগের ক্ষেত্রে তাদের সমস্যা হয়। এভাবে ভাগ করার পদ্ধতিটি আমাদের দেশসহ প্রতিবেশি কিছু দেশে সনাতন পদ্ধতি হিসেবে ব্যবহৃত হয়ে আসছে।ভাগ করার আরও একটি পদ্ধতি এখানে দেখানো হলো যা উন্নত দেশসহ পৃথিবীর অধিকাংশ দেশে ব্যবহার করা হয়।

	২	০	১
৩	৬	০	৩
	৬		
		০	
		০	
			৩
			৩
			০

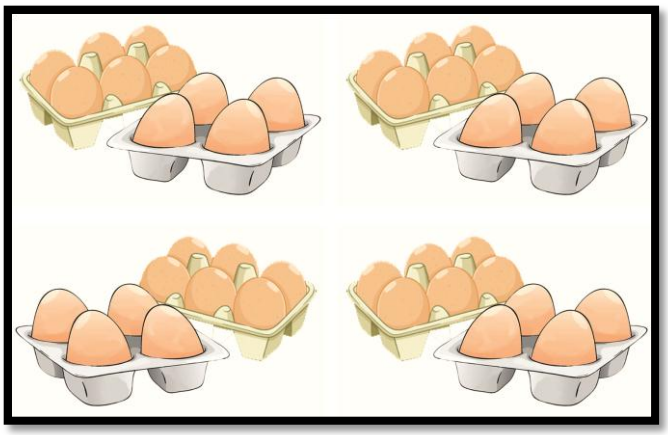
পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ-৫: মৌলিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যাবলি

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- মৌলিক চার নিয়ম (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উভয় সমস্যার গাণিতিক প্রকাশ বা ধরণ কী হবে এবং প্রত্যেকটিই কি একই রকম অর্থ প্রকাশ করে? উত্তরদানের মাধ্যমে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে।



গত মাসে রাজুর কাছে ৯৫৩ টাকা ছিল। প্রতিবার সে ১৪টি করে ডিম কিনল। একটি ডিমের দাম ৬ টাকা। সে ৪ বার ডিম কিনেছিল। গত মাসের শেষে রাজুর কত টাকা অবশিষ্ট ছিল?

নিচের সমস্যা ২টি গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করলে কী হবে? এবং প্রত্যেক সমস্যা কী অনুক্রমে সমাধান করবেন?

১) একজন ভদ্রলোক পরিবারসহ শিশুপার্কে গেলেন। তাঁর পরিবারে ৫ জন বয়স্ক এবং ৩ জন শিশু আছে। বয়স্কদের প্রবেশমূল্য ২৫ টাকা এবং শিশুর প্রবেশমূল্য ১৩ টাকা হলে মোট প্রবেশমূল্য বাবদ কত টাকা খরচ হলো?

২) টাংগাইল পিটিআইয়ে ৫০ জন ছাত্র আছে। ছাত্রীর সংখ্যা ছাত্রের সংখ্যার ৩ গুণ। পিটিআইয়ে মোট কতজন শিক্ষার্থী আছে?

উদাহরণ ১

আপনারা রেস্টুরেন্টে খেতে গেলেন। ২ প্লেট ২০ টাকা দরের সাদা ভাত, ২৫ টাকা দরের সবজি ভাজি ২টি, ১ প্লেট ৭০ টাকা দরের মাছ এবং ৮০ টাকা দরের ১ প্লেট মুরগির মাংস খেলেন। দোকানিকে ৩০০ টাকা দিলে কত টাকা ফেরত পাবেন?

এর সমাধান

$$৩০০ - \{(২ \times ২০) + (২ \times ২৫) + ৭০ + ৮০\} = ৩০০ - (৪০ + ৫০ + ৭০ + ৮০)$$

$$= ৩০০ - ২৪০$$

$$= ৬০$$

উত্তর: ৬০ টাকা

- যে সমস্যায় প্রাথমিক চার নিয়ম এবং বন্ধনী থাকে তাকে আমরা প্রথমে বন্ধনীর মধ্যে সাজিয়ে গুণ/ভাগ এবং শেষে যোগ/বিয়োগ অনুক্রমে হিসাব করি।

উদাহরণ ২

১০৭ + ৯১ ÷ ১৩ - {৭৭ - (৮৫ ÷ ৫ ×৩ + ২১)} - ১০৫ =?

BODMAS হলো গণনা/সরলীকরণ অনুক্রমের একটি নিয়ম। এ ধারণায় প্রথমে বন্ধনীসূচক, ভাগ, গুণ, যোগ, বিয়োগ অনুক্রম অনুসারে গণনা করতে হবে।

এখন BODMAS সম্বন্ধে চিন্তা করে দেখুন ।

B··· Bracket (বন্ধনী)

O··· Of (এর) ভাগ)

D Division (

M··· Multiplication (গুণ)

A··· Addition (যোগ)

S··· Subtraction (বিয়োগ)

কী অনুক্রমে গণনা করবেন?

উদাহরণ ৩

১) ২ × (৩ + ৪) - ৫
= ২× ৭ - ৫
= ১৪ - ৫
= ৯

২) ১৫ - ৫ + ৩
= ১৫ - ৮
= ৭

৩) ৭ - ৫ + ২
= ৭ - ৭
= ০

এই গণনাগুলো কি সঠিক? ভুল থাকলে কোথায়?

প্রাথমিক শিক্ষার্থীদের ঋণাত্মক সংখ্যার ধারণা নেই বলে BODMAS অনুসারে গণনা করলে এরকম ভুল হতে পারে। এক্ষেত্রে সবগুলো যোগ একসঙ্গে করে নিতে হবে। তাহলে ভুল হবে না।

এরূপ, গাণিতিক চার নিয়মের উপযুক্ত পদ্ধতি হলো:

১) প্রথমে বন্ধনী
২) দ্বিতীয় ধাপে আগে ভাগ, পরে গুণ
৩) তৃতীয় ধাপে আগে যোগ, পরে বিয়োগ

অনুশীলনী ১

নিচের সমস্যাগুলো উপযুক্ত অনুক্রমে সমাধান করন:

ক) ১০ - {২ ×(৭ - ৬ ÷ ৩) + ৫} ÷ ৩

খ) ১০৬ - ৭২ ÷ {(৪৪ - ৩৮) ×৯ - ৪৫}

গ) ১৫৩ ÷ ৩ - {১৫ + (৮৬ - ১৬ ×৩) ÷ ২}

ঘ) ১৪ ×৪ + ৬ × ৮ + ৩৪ - ৩৯÷ {৭৫ - ৫ × (২১ - ৯) - ২}

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন ও অনুশীলন করুন।

পাঠ ৬: ঐকিক নিয়ম

শিখনফল ঃ এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ঐকিক নিয়ম কী তা বলতে পারবেন।
- ঐকিক নিয়মে সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

ঐকিক নিয়ম

ঐকিক এমন একটি নিয়ম যার সাহায্যে বিভিন্ন হিসাব নিকাশ করা সহজতর হয়। এই নিয়মে নিচের সমস্যাটি সমাধানের চেষ্টা করা যাক।

সমস্যাঃ ৫টি পেনসিলের মূল্য ২৫ টাকা হলে, ৮টি পেনসিলের মূল্য কত ?

এখানে, ৫টি পেনসিলের মূল্য দেওয়া আছে। এ তথ্য থেকে ৮ টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা সহজ নয়। কারণ, ৫টি পেন্সিলের মূল্যের সাথে ৮টি পেন্সিলের মূল্যের সরাসরি কোন সম্পর্ক নেই। এরূপ অবস্থায় প্রথমে ১টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করে তা থেকে ৮টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা সহজ হয়।

সমাধানঃ ৫টি পেন্সিলের মূল্য ২৫ টাকা

১টি ” ” $\frac{২৫}{৫}$ টাকা

৮টি ” ” $\frac{২৫ \times ৮}{৫}$

$= ৪০$ টাকা

দেখা গেল, একটি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা হলে তার সাথে ৮ দিয়ে গুণ করে ৮ টি পেন্সিলের মূল্য পাওয়া যায়। এভাবে কোন কিছুর একক পরিমানের মূল্য, ওজন বা অন্য বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করার পর তার সাথে তুলনা করে কাঙ্খিত পরিমানের মূল্য, ওজন বা বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করার নিয়মই হলো ঐকিক নিয়ম। বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে ঐকিক নিয়ম একটি গুরুত্বপূর্ণ কৌশল হিসেবে প্রয়োগ হয়।

ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়া ঃ

ঐকিক নিয়মে সমস্যার সমাধানে সাধারণত গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্য নেওয়া হয়। ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধানের বিবেচ্য বিষয়াবলি :

১। কী শর্ত দেওয়া আছে?
২। কী নির্ণয় করতে হবে?
৩। দেওয়া শর্ত থেকে কীভাবে গাণিতিক বাক্য তৈরি হবে?
৪। প্রদত্ত পরিমাণ থেকে একক পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে?
৫। একক পরিমাণ থেকে নির্দিষ্ট পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে?
৬। পরিমাণ বাড়লে গুণ করতে হবে এবং কমলে ভাগ করতে হবে।

ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধানে বাক্যে সাজানোর সময় লক্ষ রাখতে হবে যা বের করতে বলা হয় তা যেন বাক্যের ডানদিকে শেষ প্রান্তে থাকে। যেমন :

উদাহরণ ঃ ক) ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা হলে, ১২টি কলমের মূল্য কত?

খ) ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা হলে, ৪৫ টাকায় কয়টি কলম পাওয়া যাবে?

	সমাধান	(ক) নং	(খ) নং
১।	কী শর্ত দেওয়া আছে?	৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা	৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা
২।	কী বের করতে হবে?	১২টির মূল্য বের করতে হবে	খাতার পরিমাণ বের করতে হবে
৩।	দেওয়া শর্ত থেকে যা বের করতে হবে সে অনুযায়ী বাক্য বিন্যাস	৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা	৪০ টাকায় কলমের পাওয়া যায় ৮টি
৪।	একক পরিমাণ নির্ণয় (কমলে ভাগ)	১টি কলমের মূল্য $\frac{৪০}{৮}$ টাকা	১ টাকায় কলম পাওয়া যায় $\frac{৮}{৪০}$
৫।	নির্দিষ্ট পরিমাণ নির্ণয় (বাড়লে গুণ)	১২টি কলমের মূল্য $\frac{৪০}{৮}\times১২$ টাকা = ৬০ টাকা	৪৫ টাকায় কলম পাওয়া যায় $\frac{৮}{৪০}\times৪৫$টি = ৯টি

উদাহরণ ১ ঃ ৮ টি কলার মূল্য ৪০ টাকা হলে ১৫টি কলার মূল্য কত ?

সমাধানঃ ৮টি কলার মূল্য ৪০ টাকা

১টি কলার মূল্য $\frac{৪০}{৮}$

১৫টি কলার মূল্য $\frac{৪০\times১৫}{৮} = ৭৫$ টাকা

এখানে নতুন করে বাক্য বিন্যাসের প্রয়োজন হয়নি। কারণ প্রশ্নের প্রথম বাক্যে নির্ণেয় উত্তর (মূল্য) সংখ্যাটি বাক্যের শেষ প্রান্তে স্বাভাবিক ভাবেই আছে।

উদাহরণ ২ঃ ১২টি পেন্সিলের মূল্য ৬০টাকা হলে ৭৫ টাকায় কতটি পেন্সিল পাওয়া যাবে ?

সমাধানঃ এখানে কতটি পেন্সিল পাওয়া যাবে তা বের করতে হবে। কিন্তু প্রশ্নের প্রথম বাক্যে পেন্সিলের সংখ্যাটি শেষ প্রান্তে না হয়ে প্রথম দিকে বসেছে। কাজেই সমাধানের সময় বাক্যটি বিন্যাস করে পেন্সিলের সংখ্যাটি নিম্নরূপে সাজালে সমস্যাটির সমাধান করা যাবে।

৬০ টাকায় পাওয়া যায় ১২টি পেন্সিল

১ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১২}{৬০}$ টি পেন্সিল

৭৫ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১২\times৭৫}{৬০} =$ ১৫টি পেন্সিল

নির্দিষ্ট পরিমান থেকে এককে আসলে অনেক সময় পরিমান কমে, তখন ভাগ করতে হয়। আবার, নির্দিষ্ট পরিমান থেকে এককে আসলে অনেক সময় পরিমান বাড়ে, তখন গুণ করতে হয়। শিক্ষক ঐকিক নিয়ম শিক্ষাদানের সময় বিভিন্ন উদাহরণের সমন্বয়ে শিক্ষার্থীদের এ কথাটি বোঝাবেন।

ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধান ঃ

[উদাহরণ-১ ঃ ৮টি চেয়ারের মূল্য ১৮০০ টাকা হলে, ২৭০০ টাকায় কয়টি চেয়ার পাওয়া যায়?

সমাধান ঃ ১৮০০ টকায় পাওয়া যায় ৮ টি চেয়ার

১ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{৮}{১৮০০}$ টি চেয়ার

২৭০০ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{৮ \times ২৭০০}{১৮০০}$ টি চেয়ার

= ১২ টি চেয়ার

উদাহরণ-২ ঃ ১৫ জন লোক একটি পুকুর ১৮ দিনে খনন করতে পারে। ১০ জন লোক পুকুরটি কত দিনে খনন করতে পারবে?

সমাধানঃ ১৫ জন লোকে পুকুরটি খনন করে ১৮ দিনে

১ জন লোকে পুকুরটি খনন করে ১৫× ১৮ দিনে

১০ জন লোকে পুকুরটি খনন $\frac{১৫\times}{১৮}$ দিনে

= ২৭ দিনে।

উদাহরণ-৩ ঃ একটি কাজ করতে ২০০ জন লোকের ৩০ দিন লাগে ঐ কাজ ১০ দিনে করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে?

সমাধান ঃ ৩০ দিনে একটি কাজ করে ২০০ জন লোকে

১ দিনে একটি কাজ করে (২০০০× ৩০) জন লোক

১০ দিনে একটি কাজ করে $\frac{(২০০০\times ৩০)}{১০}$ জন লোক

= ৬০০ জন

অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হবে (৬০০-২০০) জন বা ৪০০ জন।

উদাহরণ ৪ ঃ ৩০০ লিচুর দাম ৪৫০টাকা হলে, ২ ডজন লিচুর দাম কত?

সমাধানঃ ১ডজন =১২টি

২ ডজন= ১২ × ২=২৪ টি

৩০০টি লিচুর দাম ৪৫০ টাকা

১টি লিচুর দাম $\frac{৪৫০}{৩০০}$ টাকা

২৪ টি লিচুর দাম $\frac{৪৫০\times ২৪}{৩০০}$ টাকা

= ৩৬ টাকা

উদাহরণ-৫ ঃ একটি সেনানিবাসে ৪০০ জন সৈন্যের ৭৫ দিনের খাবার আছে। ১৫ দিন পর সেখানে আরও ২০০ জন সৈন্য যোগ দিল। অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের আর কত দিন চলবে?

সমাধানঃ ১৫ দিন পরে (৭৫-১৫) = ৬০ দিন।

অবশিষ্ট খাদ্যে ৪০০ জন সৈন্যের চলে ৬০ দিন

অবশিষ্ট খাদ্যে ১ জন সৈন্যের চলে ৬০×৪০০ দিন

অবশিষ্ট খাদ্যে ৬০০ জন সৈন্যের চলে $\frac{৬০\times৪০০}{৬০০}$ দিন

$= ৪০$ দিন।

অনুশীলন ঃ

১. ৫টি কলমের মূল্য ৭৫ টাকা হলে ১২ টি কলমের মূল্য কত?

২. ১০টি পেনসিলের মূল্য ৭০টাকা হলে ১০৫ টাকায় কতটি পেনসিল পাওয়া যাবে ?

৩. যদি ১৫ জন শ্রমিক ৬ দিনে ২২৫০ টাকা উপার্জন করেন, তবে ৯ জন শ্রমিক কত দিনে ৩১৫০ টাকা উপার্জন করতে পারবেন?

৪. একটি কাজ করতে ৩০০ জন লোকের ২০ দিন লাগে ঐ কাজ ১৫ দিনে করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে ?

৫. একটি সেনানিবাসে ২০০ জন সৈন্যের ৭৫ দিনের খাবার আছে। ১০ দিন পর সেখানে আরও ১০০ জন সৈন্য যোগ দিল। অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের আর কত দিন চলবে?

অধ্যায় ৪

মুদ্রা ও নোট

দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গাণিতিক বিভিন্ন ধরনের হিসাব-নিকাশের জন্য যোগ, বিয়োগ,গুণ ভাগসহ প্রাথমিক গণিত বিশেষ ভূমিকা পালন করে। বাস্তব জীবনে দৈনন্দিন হিসাব নিকাশের জন্য মুদ্রা ও নোট পরিচিতি একটি অত্যাবশ্যকীয় বিষয়। প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের জন্য মুদ্রা ও নোট পরিচিতি জানা প্রাত্যহিক লেনদেনের একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ মুদ্রা ও নোট ব্যবহার সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: বাংলাদেশি মুদ্রা ও নোট পরিচিতি

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- টাকা পয়সা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি

দৈনন্দিন জীবনে আমরা টাকা পয়সা সংক্রান্ত কী ধরণের সমস্যা সমাধান করি তার উত্তর খুঁজতে শুরুতেই বিভিন্ন ধরনের বাস্তব উদাহরণ চিন্তা করাসহ পাশে উপস্থাপিত সমস্যাগুলো ব্যবহার করা ।

১. দুইটি খাতার মূল্য ৬০ টাকা এবং একটি কলমের মূল্য ৪৫ টাকা ৬০ পয়সা। বিজয় দোকানদারকে এই জিনিসগুলোর জন্য ৫০০ টাকার একটি নোট দেয়। দোকানদার বিজয়কে কত টাকা ফেরত দেবেন?

২. বেলাল ৮০ টাকা ৭৫ পয়সার চাউল এবং ৩৫ টাকা ৫০ পয়সার সবজি কিনে। সে মোট কত খরচ করে?

৩. মিতুর ১১৫ টাকা ৫০ পয়সা ছিল। তার বাবা তাকে ৭৫ টাকা ২৫ পয়সা দিলেন। তার কত টাকা হলো?

৪. রিয়ার ১০০ টাকা নিয়ে দোকানে গেল। সে ৬৯ পয়সা দিয়ে একটি বই কিনল। তার কাছে কত টাকা থাকল?

৫. রতন ৩৫ টাকা ৭৫ পয়সা দিয়ে একটি চানাচুরের প্যাকেট কিনল। সে দোকানদারকে ৫০ টাকার একটি নোট দিল। দোকানদার রতনকে কত টাকা ফেরত দিল?

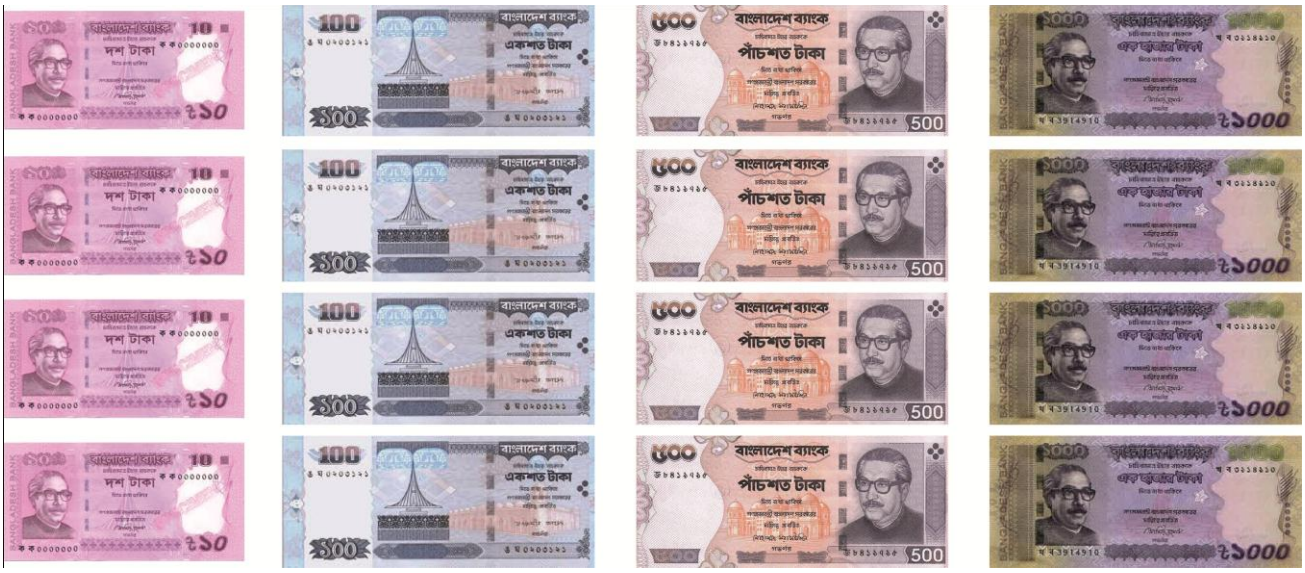
প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকে উপস্থাপিত নিম্নের গাণিতিক সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করি এবং সমাধান করি।

মিনার ২৫০ টাকা ২৫ পয়সা আছে। সে ১২০ টাকা ৭৫ পয়সা দামের একটি গ্লাস কিনবে, সে কত টাকা ফেরত পাবে?

২৫০ টাকা ২৫ পয়সা
(-) ১২০ টাকা ৭৫ পয়সা
.....টাকা.....পয়সা

কীভাবে হিসাব করব চিন্তা করি। নিজের হিসাব সহপাঠীর সাথে বিনিময় করি।

নিচের প্রদর্শিত চিত্রে মুদ্রা ও টাকা দিয়ে নিচের কোন কোন বস্তু কেনা যাবে চিন্তা করি এবং উত্তর নিয়ে সহপাঠীর সাথে মত বিনিময় করি।



১। একটি টেবিল ও একটি চেয়ার।

২। একটি জ্যামিতি বক্স ও এক ডজন পেন্সিল।

৩। ৩ প্যাকেট চিপস্ ও ৫টি চকলেট।

টাকা পয়সার হিসাব সংকান্ত ৫টি সমস্যা তৈরি করুন এবং সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করুন। সমস্যাগুলো শিক্ষার্থীদের যোগ্যতা অর্জনের জন্য কতটুকু উপযোগী তা যোগ্যতার সাথে মিল করে যাচাই করুন।

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে এবং অনুশীলন করতে হবে।

অধ্যায় ৫

গড়

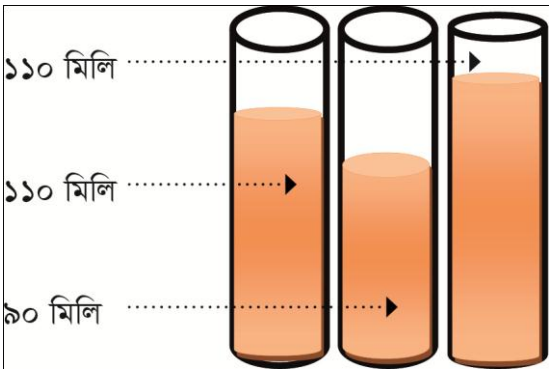
সংখ্যা সম্পর্কে ধারণালাভের পর পর্যায়ক্রমে 'যোগ, বিয়োগ, গুন, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। প্রতিনিয়ত আমাদের প্রত্যাহিক জীবনে বিভিন্ন ধরণের তথ্য-উপাত্ত সংগ্রহ করে তার হিসাব নিকাশ করার জন্য গড় ব্যবহার করতে হয়। তাই গড়ের ব্যবহার জানা ও তা ব্যবহার করতে পারা প্রত্যেকের জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ গড় সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: গড়ের ধারণা ও ব্যবহার

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- গড়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গড় সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: নিচের চিত্রের অনুরূপ তিনটি পাত্রে কমলার জুস রাখা আছে। তিনটি পাত্রের জুস সমান করতে চাইলে আমদেরকে কী করতে হবে?



যদি আমরা তিনটি পাত্রের জুস একটি পাত্রে রাখি,

তাহলে হবে ৯০ + ১০০ +১১০ = ৩০০ মিলি

সুতরাং একটি পাত্রে জুসের পরিমাণ হবে, ৩০০ ÷ ৩ = ১০০ মিলি

কতগুলো রাশি দেওয়া থাকলে রাশিগুলোর যোগফলকে রাশিগুলোর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে ফল পাওয়া যায় তাকে রাশিগুলোর গড় বলে।

অর্থাৎ, গড় = রাশিগুলোর যোগফল ÷ রাশির সংখ্যা

অনুশীলন ১

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩, ৫, ৮, ৪, ২, ৫, ২ খ) ১৭, ১৬, ২০, ১৯ ১৫, ২৭

অনুশীলন ২.

লিরা প্রতি সপ্তাহে শনিবার থেকে বৃহস্পতিবার পর্যন্ত প্রতিদিন কত ঘন্টা পড়াশুনা করবে তার একটি তালিকা তৈরি করেছে। সে গড়ে প্রতিদিন কত ঘন্টা করে পড়াশুনা করবে?

বার	শনিবার	রবিবার	সোমবার	মঙ্গলবার	বুধবার	বৃহস্পতিবার
ঘন্টা	২.৫	২.৫	২	২	২.৫	৩.৫

৩. ১ ডজন আপেলের মধ্যে থেকে ৪টির ওজন মেপে যথাক্রমে ১৩০ গ্রাম, ১৩৩ গ্রাম, ১২৭ গ্রাম ও ১২০ গ্রাম পাওয়া গেল।

ক) আপেল ৪টির গড় ওজন কত?

খ) গড় ওজনের ভিত্তিতে ১ডজন আপেলের ওজন কত?

অনুশীলন ২

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭ খ) ৭৫৬, ৭৫৮, ৭৪৬, ৭৫৪, ৭৬০, ৭৫৫

২. রফিক ও রুনার বাংলা, ইংরেজি, গণিত, বিজ্ঞান এবং বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয় বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। প্রত্যেকের গড় নম্বর নির্ণয় কর এবং দুইজনের মধ্যে কে বেশি নম্বর পেয়েছে?

	বাংলা	গণিত	ইংরেজি	বিজ্ঞান	বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয়
রফিক	৭৮	৯৬	৬৮	৮৮	৭৮
রুনা	৮২	৮৪	৮০	৮২	৮২

৩.গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন:

ক) ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭, ৩৪ খ) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৬, ০

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন এবং অনুশীলন করুন।

অধ্যায় ৬

লসাগু ও গসাগু

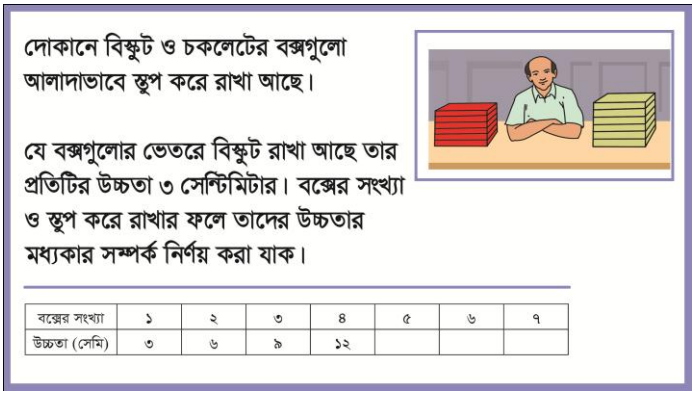
দৈনন্দিন জীবনের হিসাব নিকাশের ক্ষেত্রে কিছু বা টাকা পয়সা সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কতজনের মধ্যে ভাগ করে দেওয়া যাবে এবং প্রতেকে কত সংখ্যক করে পাবে তা বের করার জন্য লসাগু ও গসাগু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের লসাগু ও গসাগু সংক্রান্ত হিসাব নিকাশে দক্ষ করে গড়ে তোলার পূর্ব শর্ত হিসেবে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের এ বিষয়ে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করা প্রয়োজন। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ লসাগু ও গসাগু সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: ল.সা.গু

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোনো সংখ্যার গুণিতক নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- লসাগু নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার লসাগু নির্ণয় করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: নিচের উপস্থাপিত চিত্র ও সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে বিস্কুটের বক্স ও উচ্চতার সম্পর্ক কীভাবে বের করা যায় চিন্তা করে এবং উত্তরদানের মাধ্যমে লসাগু ও গসাগু সংক্রান্ত বিষয়বস্তুর অবতারনা করা।



বক্সের সংখ্যা	১	২	৩	৪	৫	৬	৭
উচ্চতা (সেমি)	৩	৬	৯	১২			

প্রথমেই চিত্রের বিস্কুটের বক্স ও এর উচ্চতার সম্পর্ক বের করি।

বিস্কুটের বক্সের উচ্চতা ২ সেমি হলে বক্সের সংখ্যা ও স্তুপ করে রাখার ফলে বক্সগুলোর উচ্চতার মধ্যে সম্পর্ক হবে;

বক্সের সংখ্যা	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	
উচ্চতা	২	৪	৬	৮	১০	১২			

২ কে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করার মাধ্যমে ২, ৪, ৬, ৮ ও ১০ সংখ্যাগুলো গঠিত হয়েছে। গঠিত সংখ্যাগুলোকে ২ এর গুণিতক বলে। অর্থাৎ কোন সংখ্যাকে যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করে প্রথম সংখ্যাটির গুণিতক পাওয়া যায়। গুণিতকের সংখ্যা অসংখ্য অথবা বলা যায় শেষ নেই।
যেমন,২ এর গুণিতক ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ১৬, ১৮, ২০, ২২, ২৪, ... ইত্যাদি।

উদাহরণ:নিচের সংখ্যাগুলোর গুণিতক কী কী ?

৩ এর গুণিতক ৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮, ২১, ২৪, ...

৬ এর গুণিতক ৬,১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ...

অনুশীলন-১: নিচের সংখ্যাগুলোর গুণিতক কী কী ?

ক) ৪ এর গুণিতক

খ) ৮ এর গুণিতক

গ) ৯ এর গুণিতক

লসাগু হলো লঘিষ্ট সাধারণ গুণিতক।

লসাগু নির্ণয় করার জন্য আমাদের কী করতে হবে?

- লসাগু নির্ণয় করার জন্য আমাদেরকে প্রথমে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণিতক বের করতে হবে এবং পরে সংখ্যাগুলোর গুণিতকগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণিতক শনাক্ত করতে হবে। সংখ্যাগুলোর শনাক্তকৃত সাধারণ গুণিতকগলোর মধ্যে সবচাইতে ছোট সাধারণ গুণিতকটিই হবে লসাগু।

উদাহরণ

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪...ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০ ...ইত্যাদি।

সাধারণ গুণিতক: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর যতগুলো গুণিতক হয় তাদের মধ্যে যে যে গুণিতক প্রত্যেক সংখ্যার গুণিতকের মধ্যে থাকে তাদের বলা হয় ঐ সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতক।

উদাহরণ

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪... ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০, ৬৬ ... ইত্যাদি।

৪ ও ৬ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, ২৪, ৩৬...ইত্যাদি।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.): একাধিক সংখ্যার অসংখ্য সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতকই হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক, সংক্ষেপে যাকে আমরা লসাগু বলি।

উদাহরণ

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক =?

৮ এর সাধারণ গুণিতক = ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮, ৫৬, ৬৪, ৭২ ... ...

১২ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০, ৭২, ৮৪ ... ...

৮ ও ১২ এর সাধারণ গুণিতক ২৪, ৪৮, ৭২ ... ...

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ২৪

লসাগু নির্ণয় করার উপরোক্ত পদ্ধতিকে পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি বলা হয়।

এছাড়াও আমরা দুই বা ততোধিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় করে লসাগু নির্ণয় করতে পারি যাকে মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় পদ্ধতি বলা হয়।

উদাহরণ: ১৬ ও ২৪ এর লসাগু নির্ণয় করুন।

সমাধান : ১৬ = ২×২×২×২

২৪= ২×২×২×৩

নির্ণেয় ল.সা.গু.= ২×২×২×২×৩ = ৪৮

অনুশীলন: ২. মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় করে ৪৫ ও ৬০ এর লসাগু নির্ণয় করুন।

৩. লসাগু নির্ণয় করুন করুন।

৪ ও ৯ ৪ ও ৬ ৫ ও ১০ ৫ ও ৭ ১০ ও ১৫

উপরের উদাহরণগুলো পর্যবেক্ষণ করলে আমরা পাই-

১: দু'টি সংখ্যার মধ্যে কোনটি যদি মৌলিক না হয় এবং একটি অন্যটির গুণিতক না হয় তবে লসাগু হবে তৃতীয় একটি সংখ্যা।

উদাহরণ ৪ ও ৬ (ল.সা.গু = ১২) ১০ ও ১৫ (ল.সা.গু. = ৩০)

২: একটি সংখ্যা অন্যটির গুণিতক হলে বড়টি তাদের ল. সা. গু. হবে।

উদাহরণ: ৫ ও ১০ (লসাগু = ১০)

৩: সংখ্যা দুইটি মৌলিক হলে তাদের লসাগু হবে সংখ্যাগুলোর গুণফল

উদাহরণ: ৫ ও ৭ (ল.সা.গু. = ৩৫)

অনুশীলন ৪

১. একই বাসস্ট্যান্ড থেকে 'ক' বাস প্রতি ৩০ মিনিট এবং 'খ' বাস প্রতি ৪৫ মিনিট অন্তর অন্তর ছাড়ে। এই দু'ধরণের বাস একই সাথে রওনা হলে পরবর্তীতে কত সময় পরে এই দু'ধরণের বাস পুনরায় একসাথে রওনা দেবে?

২. একটি টাইলসের দৈর্ঘ্য ৭ ইঞ্চি ও প্রস্থ ৫ ইঞ্চি। এ টাইলস দ্বারা একটি বর্গ তৈরি করলে বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুটি কত ইঞ্চি হবে?

৩. ২টি ঘণ্টার মধ্যে একটি প্রতি ১০ সেকেন্ড পর এবং আরেকটি প্রতি ৩০ সেকেন্ড পরে বাজে। ঘণ্টা দুটি একই সময়ে বাজালে পরবতী কত সেকেন্ড পরে পুনরায় একসাথে বাজবে?

অনুশীলন ৫: লসাগু নির্ণয় করুন।

ক) ২৪ ও ৪৬ খ) ৩১ ও ৭৫ গ) ৫৫ ও ৯৮ ঘ) ৬১ ও ৭৭ ঙ) ২৪ ও ৭২

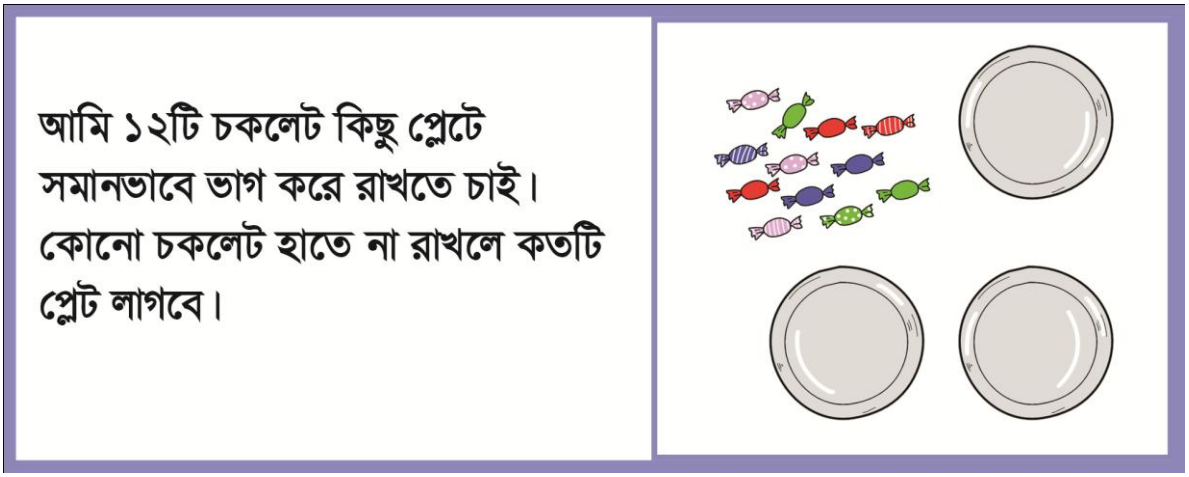
পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ ২: গসাগু

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোনো সংখ্যার গুণনিয়ক নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- গসাগু নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গসাগু নির্ণয় করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গসাগু নির্ণয়ের সুবিধা ও অসুবিধা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: বিভিন্ন ধরনের বাস্তব উদাহরণ চিন্তা করাসহ পাশে উপস্থাপিত চিত্র ব্যবহার করে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে। চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে কীভাবে ৩টি প্লেটে চকলেটগুলো সমানভাবে ভাগ করা চিন্তা করি এবং উত্তরদানের চেষ্টা করি।



উপস্থাপিত সমস্যাটি নিম্নের ছকে সমাধান চেষ্টা করি;

প্লেটের সংখ্যা	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২
হাতে না রেখে:√	√	√	√	√		√						√
হাতে না রেখে:×					×		×	×	×	×	×	

আমরা ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২টি প্লেটে অবশিষ্ট না রেখে চকলেটগুলো রাখতে পারি।

১২ সংখ্যাটি ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ দ্বারা নি'শেষে বিভাজ্য। ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ হলো ১২ সংখ্যাটির গুণনীয়ক।অর্থা' একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ: ৪ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৪ কারণ ১, ২ ও ৪ দ্বারা ৪ নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।

১৬ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৪, ৮, ১৬।

৩৬ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬।

অনুশীলন ১: সংখ্যাগুলোর গুণনীয়ক নির্ণয় করুন :

১৬এর গুণনীয়ক = ?

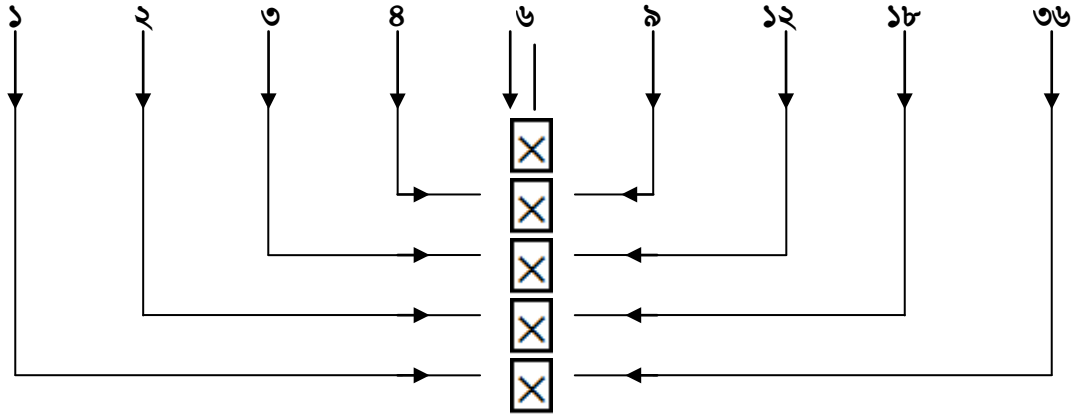
১৭এর গুণনীয়ক = ?

৩৬ এর গুণনীয়ক = ?

৫৩এর গুণনীয়ক = ?

৯৬এর গুণনীয়ক = ?

উদাহরণ:৩৬ এর গুণনীয়ক নির্ণয়



ক) উভয় প্রান্ত গুণ করে ৩৬ হয়

খ) বামদিক থেকে দ্বিতীয় এবং ডানদিক থেকে দ্বিতীয় প্রান্ত গুণ করেও ৩৬ হয়

গ) একইভাবে বাকি মধ্যবর্তী অন্য সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে গুণ করে ৩৬ হয়

ঘ)মধ্যবর্তী সংখ্যাটিকে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে ৩৬ (যেমন, ৬×৬=৩৬) হয়

- এই পদ্ধতি ব্যবহার করে অন্যান্য সংখ্যাগুলোরও গুণনীয়ক বের করুন।

সাধারণ গুণনীয়ক: কোন সংখ্যা ২ বা ততোধিক সংখ্যার গুণনীয়ক হলে ঐ সংখ্যাকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ ১৬ এর গুণনীয়ক-২,৪, ৮, ১৬

৩৬ এর গুণনীয়ক-২, ৩,৪,৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬

১৬ এবং ৩৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক- ২ ও ৪

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.): একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কের মধ্যে সবচেয়ে বড় (গরিষ্ঠ) সাধারণ গুণনীয়কই হলো গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সংক্ষেপ গসাগু।

উদাহরণ: ১৬ এবং ৩৬ এবং গসাগু ৪

অনুশীলন ২

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) ১৬ ও ৩৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

খ) ৩৬ ও ৯৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

গ) ১৭ ও ৫৩ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

গ.সা.গু নির্ণয়ের ৩টি পদ্ধতি

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

এ পদ্ধতিতে প্রথমে সংখ্যাগুলোর গুণনীয়ক বের করে নিতে হবে। অতঃপর পর্যবেক্ষরণর মাধ্যমে গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণনীয়কগুলো চিহ্নিত করতে হবে। এ সাধারণ গুণনীয়কের বৃহত্তম বা গরিষ্ঠটি হবে নির্ণেয় গসাগু।

উদাহরণ

১৬ এর গুণনীয়ক = ১, ২,৪, ৮, ১৬

৩৬ এর গুণনীয়ক = ১, ২, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬ পর্যবেক্ষণ করে দেখুন, দুইটি সংখ্যারাশিতেই ১,২,৪ প্রত্যেকটি গুণনীয়ক উপস্থিত অর্থাৎ এগুলো দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। লক্ষ করুন, এগুলোর মধ্যে কোনটি বড় বা গরিষ্ঠ। অতএব, এক্ষেত্রে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক, সংক্ষেপে গসাগু = ৪।

উৎপাদক পদ্ধতি

এ পদ্ধতিতে প্রথমে সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করে নিতে হবে। অতঃপর সংখ্যাগুলোর সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করতে হবে। ঐ উৎপাদক বা উৎপাদকগুলোর গুণফলই হবে নির্ণের্য় গসাগু।

উদাহরণ

১৬ = ৪×৪ =২×২×২×২

৩৬ = ৪×৯ = ২×২×৩×৩

সাধারণ সংখ্যাগুলো ২×২ = ৪।

অতএব গ.সা.গু. ৪।

ইউক্লিডীয় পদ্ধতি

এ পদ্ধতিকে প্রচলিত ভাগ পদ্ধতিও বলা হয়। এ পদ্ধতিতে যদি দইু টি সংখ্যার গ.সা.গু. বের করতে হয়। তাহলে প্রথমে বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ বের করতে হবে। অতঃপর ভাগশেষকে ভাজক ধরে পূর্বোক্ত ভাজককে ভাজ্য ধরে ভাগ করে নতুন ভাগশেষ পাওয়া যাবে। নিঃশেষে বিভাজ্য না হওয়া পর্যন্ত এ প্রক্রিয়া চালিয়ে যেতে হবে। নিঃশেষে বিভাজ্যের শেষ ধাপের ভাজকই হবে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু.।

উদাহরণ

১৬) ৩৬ (২
<u>৩২</u>
৪) ১৬ (৪
<u>১৬</u>
০

সর্বশেষ ভাজক "৪" দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ ০ হয়েছে। সুতরাং, গসাগু হলো ৪।

অনুশীলন ৪: প্রত্যেকটি পদ্ধতি অনুসরণ করে নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান করুন:

ক) ২৮ ও ৪২ এর গ.সা.গু.কত?

খ) ৬০ ও ১০০ এর গ.সা.গু. কত?

গ) ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. কত?

উপরে অনুসৃত ৩টি পদ্ধতির সুবিধা-অসুবিধা কী কী তা পর্যালোচনা করুন এবং নিচে লিখুন।

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

-
-

উৎপাদক পদ্ধতি

-
-

ইউক্লিডীয় পদ্ধতি

-
-

লক্ষ করুন: মৌলিক সংখ্যা: ১ এর চেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা যার ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ছাড়া আর কোন গুণনীয়ক নেই।

যৌগিক সংখ্যা: ১ এর চেয়ে বড় সংখ্যা,যার ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ছাড়া কমপক্ষে আরও ১টি গুণনীয়ক আছে।

অনুশীলন ৫: নিচের সংখ্যাগুলো মৌলিক না যৌগিক?

১২৩, ২০৩, ৩২২, ৪২৪, ৫১২, ৫২৯, ৭৫৩, ৭৮৭, ১৭০ পর্যবেক্ষণ দ্বারা বিভাজ্যতা (মৌলিক গুণনীয়ক) নির্ণয়

---

২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক স্থানের অঙ্কটি জোড় সংখ্যা হবে।

উদাহরণ ১২, ৫৪, ১০০

৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: সংখ্যার অঙ্কগুলোর সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য

উদাহরণ

১৫: ১ + ৫= ৬

৭২: ৭ + ২= ৯

৪৮০: ৪ + ৮ + ০ = ১২

৪ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক ও দশক স্থানের অঙ্কটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

উদাহরণ

৫২ = ৪× ১৩

৩৮৪: ৮৪ = ৪×২১

৭৩৬: ৩৬ = ৪×৯

৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক স্থানের অঙ্কটি ০ বা ৫ হবে।

উদাহরণ ৫০, ১২৫, ৫০৫, ১০০

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

অধ্যায়-৭

গাণিতিক প্রতীক

সংখ্যা হলো গণিতের প্রাণ। প্রাথমিক চার নিয়মের স্বাভাবিক কাজকর্ম সম্পাদন করার জন্য গাণিতিক প্রতীক বা বাক্য ব্যবহার অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গাণিতিক স্বাক্ষরতা অর্জনের পূর্বশর্ত হলো গাণিতিক প্রতীক, বাক্য সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা। আশা করা যায় এই অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীগণ গাণিতিক প্রতীক, বাক্য সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: গাণিতিক প্রতীক, বাক্য

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- গাণিতিক প্রতীকগুলো চিনে ব্যবহার করতে পারবেন।
- গাণিতিক বাক্যগুলোর বৈশিষ্ট ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): নিম্নের গাণিতিক বাক্যগুলো লক্ষ করি এবং উত্তর চিন্তা করি। **প্রশ্নোত্তর** মাধ্যমে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা । বাক্যগুলোতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রতীক ব্যহার করা হয়েছে ।

;

২+৩	৯-৬ =৩	৮ - ৭ = ১	৩০ ÷ ৫ + ৮	৪ ×৭ < ৩০
৪ × ৭ < ৩০	৮ × ৭ ≠ ৫৫	৩৫ ≥ ৪৭	৩২ ÷ ৮ ≤ ২× ৪	

গাণিতিক প্রতীক

যে প্রতীকগুলো সংখ্যা লেখার জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সংখ্যা প্রতীক।

সংখ্যা প্রতীকগুলো হলো, ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯

যে প্রতীকগুলো চারটি প্রক্রিয়ার জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় প্রক্রিয়া প্রতীক।

প্রক্রিয়া প্রতীকগুলো হলো, +, -, ×, ÷

যে প্রতীকগুলো সংখ্যার মধ্যকার পারস্পরিক সম্পর্ক বোঝাতে ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সম্পর্ক প্রতীক।

সম্পর্ক প্রতীকগুলো হলো, =, >, <, ≠, ≥, ≤

সংখ্যা প্রতীক এবং প্রক্রিয়া প্রতীকগুলোর ব্যবহার আমাদের কাছে সুস্পষ্ট।

সম্পর্ক প্রতীকগুলোর প্রত্যেকটিকে কীভাবে ব্যবহার করা হয়?

= সমান	**> বৃহত্তর**	**< ক্ষুদ্রতর**
≠ সমান নয়	**≥ বৃহত্তর নয়**	**≤ ক্ষুদ্রতর নয়**

অনুশীলন-১: খালি ঘরে সম্পর্ক প্রতীক বসাই:

ক) ৫ × ৭ ৩৫ খ) ২৮ + ১৯ ☐ ৩৭

গ) ৮ + ৩ × ৪ ☐ (৮ + ৩) × ৪ ঘ) ৫৩ - ১৮ + ১৩ ☐ ৫৭ -(৮ × ৩)

গাণিতিক বাক্য: গাণিতিক বাক্যে সংখ্যা প্রতীক, প্রক্রিয়া প্রতীক এবং সম্পর্ক প্রতীক ব্যবহার করা হয়। গাণিতিক বাক্য ভুল বা সঠিক হতে পারে।

অনুশীলন-২: নিচের গাণিতিক বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক ও কোনটি ভুল?

ক) ২৭ + ১৬ = ৪৩

খ) ২৪ ÷ ৪ = ৮

গ) ৮ × ৫ = ৪ × ৯

ঘ) ৭ × ৯ < ৮ × ৭

খোলা বাক্য

নিচের বাক্যটি লক্ষ্য করি। বাক্যটি কীরূপ?

☐ + ১২ = ২৯

বাক্যটি সঠিক না ভুল বলা যাচ্ছে না। এটি সঠিক হতে পারে আবার ভুলও হতে পারে। এটি খোলা বাক্য। অর্থাৎ যে সকল গাণিতিক বাক্য সঠিক না ভুল নিশ্চিত করে বলা যায় না তাদেরকে খোলা বাক্য বলে। বাক্যটি সঠিক না ভুল তা বলার জন্য বাক্যটিতে কী সংখ্যা ব্যবহার করা হবে তার উপর নির্ভর করতে হয়।

অনুশীলন-৩: খালিঘর সম্বলিত গাণিতিক বাক্য তৈরি করুন।

ক) রেখার কাছে ২৪টি এবং রাজুর কাছে কিছু রঙ্গিন পেন্সিল আছে। তাদের দুইজনের মোট ৩৭টি পেন্সিল থাকলে রাজুর কয়টি পেন্সিল আছে?

খ) ৩৯টি লজেন্স কত জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে ১৩টি করে পাবে?

গ) কোন সংখ্যার সাথে ১৭ যোগ করলে যোগফল ৪৫ হয়?

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

অধ্যায় ৮

সাধারণ ভগ্নাংশ

সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা লাভের পর পর্যায়ক্রমে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। এছাড়াও দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা রয়েছে। এ অধ্যায়ে ভগ্নাংশ এবং ভগ্নাংশ সংক্রান্ত বিভিন্ন ধরনের হিসাব নিকাশ সম্পর্কিত ধারণা সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ ভগ্নাংশ এবং ভগ্নাংশ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা সমাধান সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

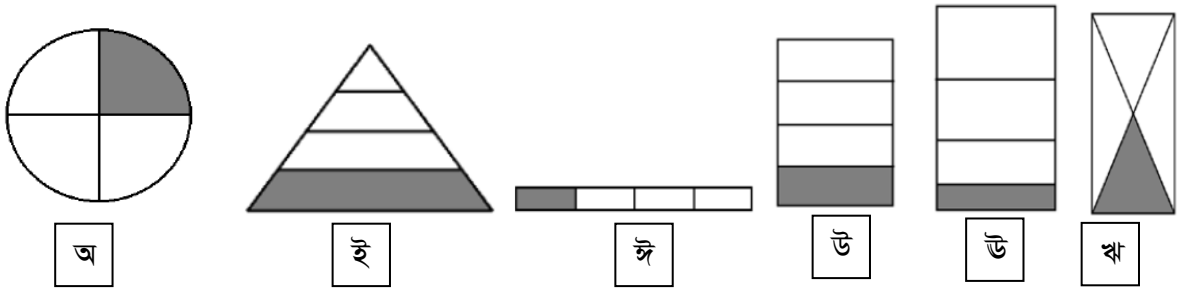
পাঠ-১: সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্নপ্রকার ভগ্নাংশের শ্রেণিকরণ করতে পারবেন।

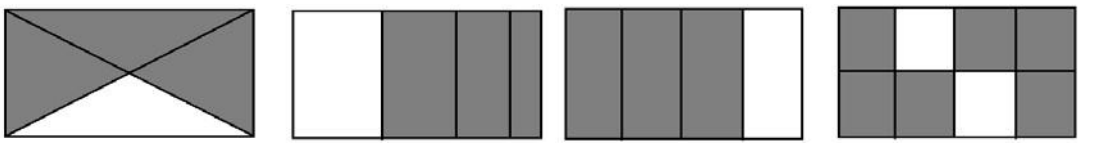
ভগ্নাংশের ধারনা : দুটি পূর্ণ সংখ্যা ২,৩ । মোট ৩ কিলোমিটার রাস্তার ২ কিলোমিটার অতিক্রম করার অর্থ সম্পূর্ণ পথের ৩ ভাগের ২ অংশ অতিক্রম করা। । অর্থাৎ অতিক্রান্ত পথের পরিমাণ কিলোমিটার।

অনুশীলন-১ প্রশ্ন ১: নিচের চিত্রগুলোর কিছু অংশ রং করা। এগুলোর মধ্যে কোনগুলোর রং করা অংশের পরিমাণ $\frac{১}{৪}$?



উত্তর: অ, ঈ, উ, ঋ

প্রশ্ন ২: নিচের রং করা চিত্রগুলোর মধ্যে $\frac{৩}{৪}$ অংশ কোনগুলো?



এ ঐ ও ক

উত্তর: এ, ও, ক

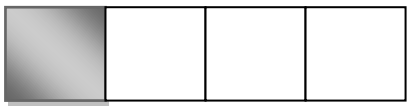
$\frac{১}{৪}$ কে এক-চতুর্থাংশ বা চার ভাগের এক ভাগ বা চার এর এক এভাবে পড়া হয়।

$\frac{৩}{৪}$ কে তিন-চতুর্থাংশ বা চার ভাগের তিন ভাগ বা চার এর তিন, এভাবে পড়া যায়। ভগ্নাংশের নিচের সংখ্যাটিকে হর এবং উপরেরটিকে লব বলে।

প্রকৃত ভগ্নাংশ, অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ও মিশ্র ভগ্নাংশ কী?

প্রকৃত ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশে হর লবের থেকে বড় তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।

১ এর চেয়ে ছোট ভগ্নাংশ (লব < হর)
ক্ষুদ্রতর → □/□   বৃহত্তর → □/□
$\frac{৩}{৪}, \frac{১}{২}, \frac{২}{৩}, \frac{৬}{৭}$ ইত্যাদি
প্রকৃত ভগ্নাংশ



$\frac{১}{৪}$

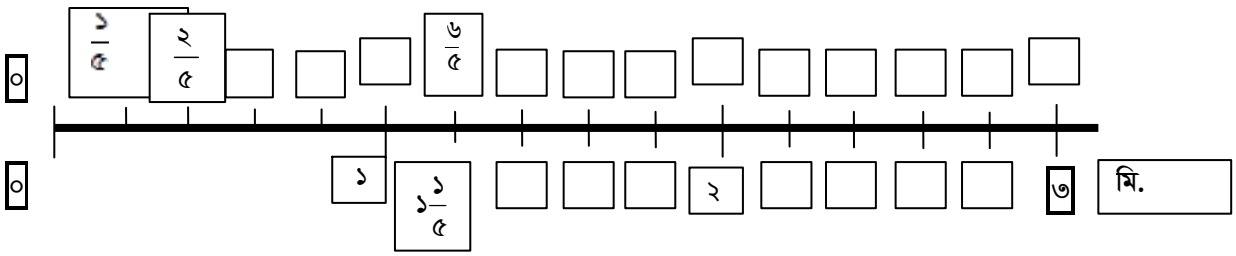
অপ্রকৃত ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশের লব হরের সমান বা বড় তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।

১ এর সমান ভগ্নাংশ (লব = হর)	১ এর চেয়ে বড় ভগ্নাংশ (লব > হর)
সমান → □/□	বৃহত্তর → □/□ ক্ষুদ্রতর → □/□
$\frac{৪}{৪}, \frac{২}{২}, \frac{৩}{৩}, \frac{৭}{৭}$ ইত্যাদি	$\frac{৫}{৪}, \frac{৩}{২}, \frac{৭}{৩}, \frac{১০}{৭}$ ইত্যাদি
অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	

$\frac{৭}{৭}$

মিশ্র ভগ্নাংশ: পূর্ণ সংখ্যার সাথে প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত হয়ে যে ভগ্নাংশ তৈরি হয় তাকে মিশ্র ভগ্নাংশ বলে। অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

প্রশ্ন: নিচের সংখ্যা রেখায় ০, ১, ২, ৩ এর মধ্যে ভগ্নাংশ সংখ্যা দেখানো হয়েছে। খালি ঘরে সঠিক সংখ্যা বসান।



মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর

$৩\frac{১}{৫}$ একটি মিশ্র ভগ্নাংশ

$$৩\frac{১}{৫} = \frac{৩ \times ৫ + ১}{৫}$$

$$= \frac{১৬}{৫}$$

এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশের রূপ।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ= $\frac{\text{হর} \times \text{পূর্ণ}' \text{অংশ} + \text{লব}}{\text{লব}}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর

ভাগ প্রক্রিয়ায় অপ্রকৃত ভগ্নাংশতে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

$\frac{১৩}{৪}$ একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

৪) ১৩ (৩

$\frac{১২}{১}$

এটি একটি মিশ্র ভগ্নাংশ, $৩\frac{১}{৪}$

= পূর্ণ অংশ $\frac{\text{ভাগশেষ}}{\text{ভাজক}}$

অনুশীলন:

১. $\frac{১২}{৫}$ ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

২. $৪\frac{৩}{৫}$ ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

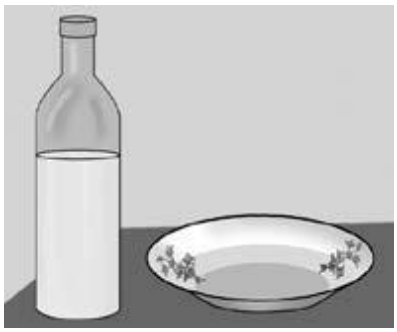
আনুপাতিক ভগ্নাংশ ও পরিমাণগত ভগ্নাংশ কী?

অনুপাতে প্রকাশ করা ভগ্নাংশকে আনুপাতিক ভগ্নাংশ বলে এবং পরিমাণ প্রকাশ করে যে ভগ্নাংশ তাকে পরিমাণগত ভগ্নাংশ বলে।

উদাহরণ:

প্রশ্ন-ক.একটি বোতলের ভেতরে ২লিটার পানি আছে। দুই ভাগের এক ভাগ পানি বের করে ফেললে বোতলের ভেতরে কত লিটার পানি থাকবে?

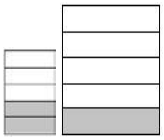
প্রশ্ন-খ. একটি বোতলের ভেতরে ৩লিটার পানি আছে। ২ লিটার পানি একটি গামলায় ঢেলে ফেললে বোতলের ভেতরে গামলার ভেতরের পানির কত অংশ হবে?



এখানে প্রশ্ন ক হচ্ছে কত অংশ পানি বের করা হয়েছে?
এবং প্রশ্ন খ হচ্ছে দুটো পাত্রে পানির অনুপাত কত?
প্রশ্ন খ হচ্ছে পরিমাণগত ভগ্নাংশ, পক্ষান্তরে প্রশ্ন ক হচ্ছে আনুপাতিক ভগ্নাংশ ।

উদাহরণ

গ্লাসের মধ্যে ৫ ভাগের ১ ভাগ পানি আছে। বালতির মধ্যে ৫ ভাগের ২ ভাগ পানি আছে।
রহিম বলে যে ৫ ভাগের ২, ৫ ভাগের ১ করে মোট ৫ ভাগের ৩ হবে।
রহিমের ধারণায় কী ভুল রয়েছে? কেন?
সমাধান

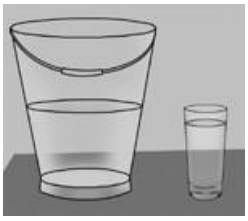


এ প্রশ্নটি আনুপাতিক ভগ্নাংশের প্রশ্ন।

যদি পাত্রগুলোর আকার ভিন্ন হয় তাহলে ৫ ভাগের ১ ভাগ অথবা ৫ ভাগের ৩ ভাগ এর পরিমাণও ভিন্ন হবে। এক্ষেত্রে এদুটিকে এভাবে সোজাসুজি যোগ করে ভগ্নাংশের মান সমান করা যাবে না।

অনুশীলন ১

গ্লাসের মধ্যে ৫ ভাগের ২ ভাগ পানি আছে। বালতির মধ্যে ৫ ভাগের ১ ভাগ পানি আছে। একসাথে মিল করলে কত লিটার পানি হবে? উপরের প্রশ্ন আনুপাতিক না পরিমাণগত ভগ্নাংশ? প্রশ্নের উত্তর দেয়া সম্ভব কি? প্রশ্নের উত্তরের জন্য এটি সংশোধন করুন।



অনুশীলন ২

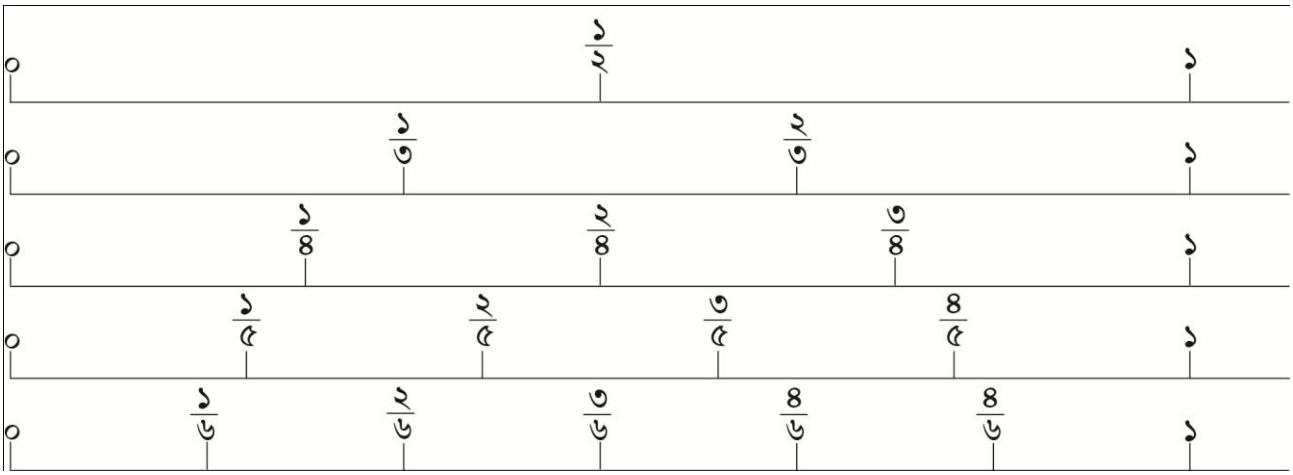
৫ ভাগের ১ ভাগ এবং ৫ ভাগের ২ ভাগ মিলে ৫ ভাগের ৩ ভাগ হয়। রহিমের উত্তরের যুক্তি নিম্নরূপ-

৫টা আপেলের মধ্যে ১টাকে ৫ ভাগের ১বোঝায়। ৩ ভাগের ১ বলতে ৩টা আপেলের মধ্যে ১টাকে ৩ ভাগের ১ বোঝায়। দুইটিকে যোগ করে ৫টি আপেলের মধ্যে ২টি হচ্ছে ৫ ভাগের ২।
আপেলের সংখ্যায় হিসাব আর গ্লাস বা বালতির হিসাব এক হবে কি? গ্লাসের এবং বালতির সাইজ এক কি? তাহলে প্রশ্নটি ত্রুটিমুক্ত করতে নতুন প্রশ্ন করুন।

সমতুল ভগ্নাংশ

যে সব ভগ্নংশের লঘিষ্ঠ আকার অথবা প্রকৃত মান একই বা সমান সে সব ভগ্নাংশকে **সমতুল ভগ্নাংশ** বলা হয়।

প্রশ্নঃ নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে $\frac{১}{২}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ কোনটি? এবং $\frac{১}{৩}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ কোনটি?



কোন ভগ্নাংশের লব এবং হরকে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ করে সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করা যায়। কোন ভগ্নাংশের লব এবং হরকে একই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করা যায়। নিচের চিত্রের ন্যায় এগুলোকে প্রকাশ করা যায়।

$$\frac{১}{২} = \frac{১ \times ২}{২ \times ২} = \frac{২}{৪} \qquad \frac{২}{৪} = \frac{২ \div ২}{৪ \div ২} = \frac{১}{২}$$

$$\frac{১}{২} = \frac{১ \times ৩}{২ \times ৩} = \frac{৩}{৬} = \qquad \frac{৩}{৬} = \frac{৩ \div ৩}{৬ \div ৩} = \frac{১}{২}$$

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ-২: সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

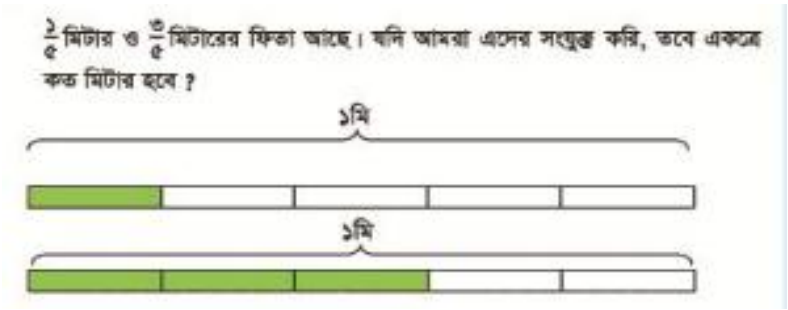
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশের যোগ করতে পারবেন।
- চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশের বিয়োগ করতে পারবেন।

প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের সুস্পষ্ট ধারণা লাভে সহায়তা করার জন্য ডিপিএড শিক্ষার্থীদের নিজেদের এ বিষয়ে সুস্পষ্ট ধারণালাভ করা অপরিহার্য। তাই এই পাঠে উপকরণ/চিত্র ব্যবহার করে বিভিন্ন ধরণের ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের ধারণা লাভ করার সুযোগ রাখা হয়েছে।

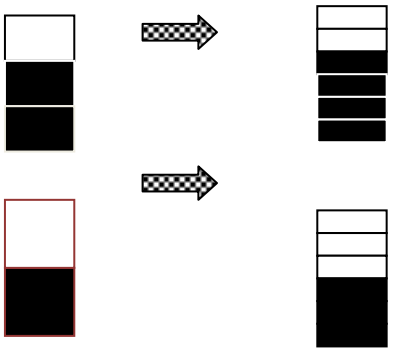
ভগ্নাংশের যোগ

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করা এবং চিন্তা করা এবং দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পর্কযুক্ত করে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে।



প্রশ্ন ২: দুটি পানির বোতলের একটিতে $\frac{২}{৩}$ লিটার ও অপরটিতে $\frac{১}{২}$ লিটার পানি আছে। মোট কত লিটার পানি আছে?

সমাধান: দুটি বোতলের একটিতে $\frac{২}{৩}$ লিটার ও অপরটিতে $\frac{১}{২}$ লিটার পানি দেখানো হল:



ভগ্নাংশে রূপান্তর করণ:

$$\frac{১}{৩} = \frac{১\times\square}{৩\times\square} = \frac{\square}{৬}$$

$$\frac{১}{২} = \frac{১\times\square}{২\times\square} = \frac{\square}{৬}$$

$\square$ $\square$

$\frac{১}{৩} + \frac{১}{২} = \frac{\square}{৬} + \frac{\square}{৬}$ উত্তর: $\frac{\square}{৬}$ লিটার।

এ থেকে বুঝা যায় একাধিক ভগ্নাংশের ভিন্ন ভিন্ন হর থাকলে সমতুল ভগ্নাংশে রূপান্তর করে যোগ করতে হয়।

প্রশ্ন ১: দুটি ৫ লিটার পানির পাত্রের একটিতে $৩\frac{১}{৫}$ লিটার এবং অপরটিতে $২\frac{৩}{৫}$ লিটার পানি আছে। দু'টি পাত্রে একত্রে কত লিটার পানি আছে?

সমাধান

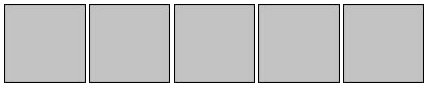
১) ১ লিটারের ৫ ভাগের ১ কেমন হবে?

একটি বক্স আঁকুন। ধরা যাক তা ১ লিটার। একে সমান ৫ ভাগ করুন। একটি ঘর রং করুন।

১) ৩ টি পূর্ণ আর ৫ ভাগের ১ এর ধারণা দেয়ার জন্য চিত্র ব্যবহার করুন।

২টি পূর্ণ আর ৫ ভাগের ৩ এর ধারণা দেয়ার জন্য চিত্র ব্যবহার করুন।

৩টি ও ২টি পূর্ণ মিলে ৫টি হবে



$\frac{১}{৫}$ অংশ ১টি ও ৩টি মিলে ৪টি হবে।অর্থাৎ $\frac{১}{৫} \times ৪ = \frac{৪}{৫}$

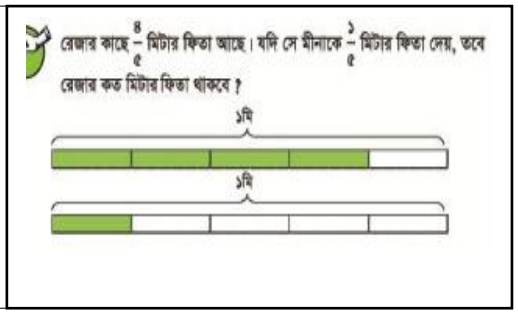
$৩\frac{১}{৫} + ২\frac{১}{৫} = ৩+২ + \frac{৩}{৫} + \frac{১}{৫} = ৫ + (\frac{৩+১}{৫}) = ৫\frac{৪}{৫}$

অনুশীলন

১. $২\frac{৩}{৫} + \frac{৩}{৫}$ **২.** $৪\frac{২}{৪} + \frac{১}{৪}$ **=কত?**

ভগ্নাংশের বিয়োগ

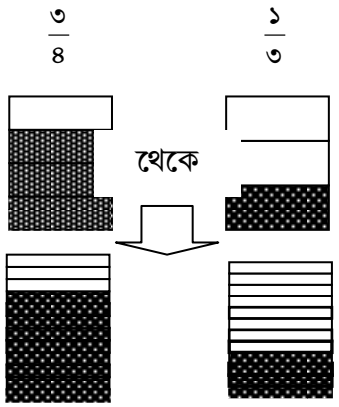
প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): ভগ্নাংশের বিয়োগ সংক্রান্ত সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে পাশের চিত্রের মাধ্যমে বিষয়বস্তুর অবতারণা করা ।



প্রশ্ন-১ রহিম বাজার থেকে $\frac{৩}{৪}$ লিটার দুধ ক্রয় করে তা থেকে $\frac{১}{৩}$ লিটার পান করল। তার কাছে আর কত লিটার দুধ রইল?

সমাধান:

চিত্র ব্যবহার করে বিয়োগঃ



বিয়োগটি হলো, $\frac{৩}{৪} - \frac{১}{৩}$

হিসাব করি, $\frac{৩\times৩}{৪\times৩} - \frac{১\times৪}{৩\times৪}$

$= \frac{৯}{১২} - \frac{৪}{১২}$

$= \frac{৫}{১২}$

অনুশীলন-১

১. $৩\frac{২}{৫} - \frac{৩}{৫}$ ২. $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২}$ ৩. $৪\frac{২}{৩} - ২\frac{১}{৪}$ ৩. $৩\frac{৩}{৫} - ২\frac{২}{৫}$

অনুশীলন-২

নিম্নের ভগ্নাংশ ২টি দিয়ে গাণিতিক গল্প তৈরি করি;

$\frac{২}{৩} + \frac{১}{২}$ ও $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২}$

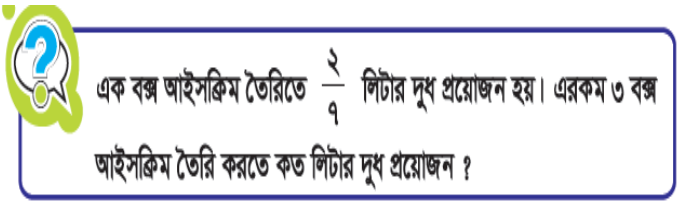
পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।

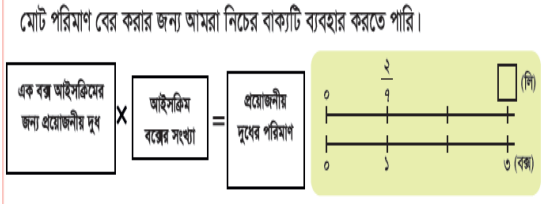
পাঠ-৩: সাধারণ **ভগ্নাংশের গুণ**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা পূর্ণ সংখ্যার গুণ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করতে পারবেন।

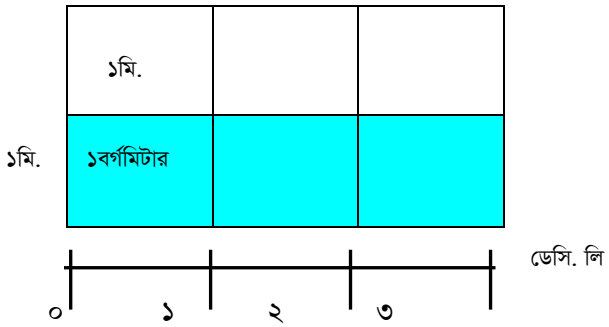
প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): ভগ্নাংশের গুণ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানের জন্য পাশের চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে কীভাবে ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করা যায় তা চিন্তা করা।





পূণর্কে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ :

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে যদি একটি দেয়ালের ১ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে দেয়ালটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?



১ ডেসি. লি. দ্বারা রং করা যায় ১ বর্গ. মি.

∴ ৩ ডেসি. লি ,, ,, ,, ,, ১×৩ ,, ,,

= ৩ ,, ,,

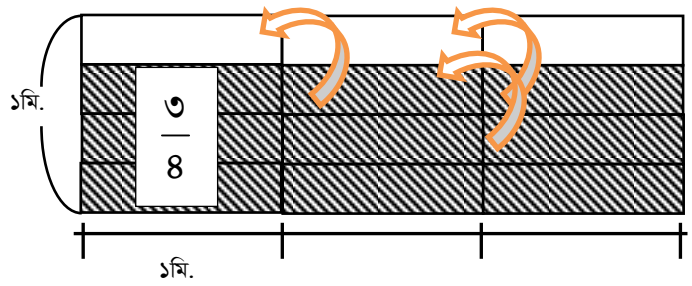
ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ:

যদি ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের ৩/৪ বর্গমিটার রং যায় তবে ৩ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমস্যাটির গাণিতিক বাক্য কী হবে?

গাণিতিক বাক্য হলো, $\frac{৩}{৪} \times ৩$

সমস্যাটি চিত্র/ ডায়াগ্রামের মাধ্যমে প্রকাশ করি



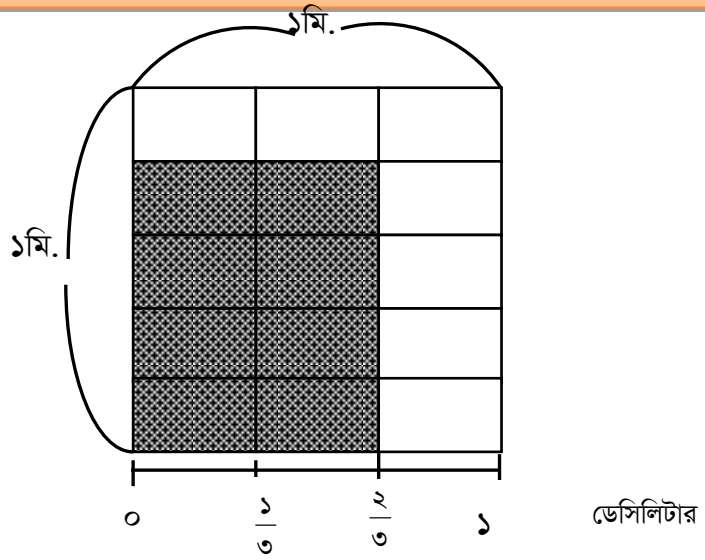
$$\frac{৩}{৪} \times ৩ = \frac{৯}{৪}$$

চিন্তা করি আর কীভাবে চিত্র/ ডায়াগ্রাম এঁকে ভগ্নাংশের সাথে পূর্ণ সংখ্যার গুণ করা যায়?

অনুশীলন: চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে গুণফল নির্ণয় করুন; $\frac{২}{৩} \times ৪$

এবার চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে ভগ্নাংশের সাথে ভগ্নাংশের গুণফল নির্ণয় করি;

অনুশীলন: ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। $\frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা



গাণিতিক বাক্য: $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$

সমাধান:

১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

$\therefore \frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা রং করা বোর্ডটির $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ বর্গমিটার $= \frac{৮}{১৫}$ বর্গমিটার

অনুশীলন: চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করুন:

$$\frac{৪}{৫} \times \frac{৩}{৪}$$

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। $\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমাধানঃ

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের বর্গমিটার রং করা যায়

$\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের বর্গমিটার রং করা যায় ?

মিশ্র ভগ্নাংশ × পূর্ণসংখ্যা এবং মিশ্র ভগ্নাংশ × মিশ্র ভগ্নাংশ

উদাহরণ ১: $২\frac{১}{৩} \times ৪$

সমাধান

$$২\frac{১}{৩} \times ৪ = \frac{৭}{২} \times ৪ = \frac{২৮}{৯} = ৯\frac{১}{৩}$$

উদাহরণ ২: $২\frac{১}{৩} \times ৩\frac{৩}{৪}$

সমাধান

$$২\frac{১}{৩} \times ৩\frac{৩}{৪} = \frac{৭}{৩} \times \frac{১৫}{৪} = \frac{১০৫}{১২} = ৮\frac{৯}{১২} = ৮\frac{৩}{৪}$$

অনুশীলন

১. $২\frac{১}{৩} \times ৫ =$ কত?

২. $৩\frac{৩}{৪} \times ২\frac{৫}{৬} =$ কত?

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত ভগ্নাংশের গুণ সংক্রান্ত প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ-৪: সাধারণ **ভগ্নাংশের ভাগ**

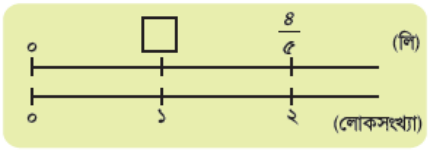
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- পূর্ণসংখ্যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: দৈনন্দিন জীবনের সংশ্লিষ্ট সমস্যা সমাধানের কথা চিন্তা করা এবং পাশের চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করা যে ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তা চিন্তা করা।

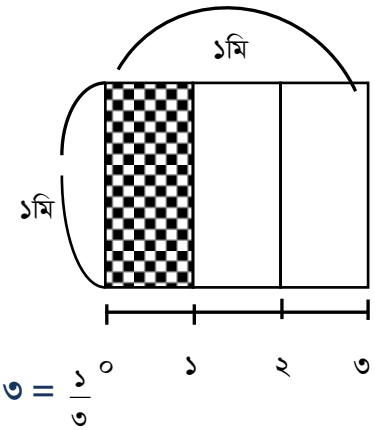
$\frac{৪}{৫}$ লিটার শরবত ২ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত লিটার শরবত পাবে ?

মোট শরবতের পরিমাণ ÷ লোকসংখ্যা = ১ জনের জন্য শরবতের পরিমাণ



পূর্ণসংখ্যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ:

যদি ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে ১ টি বোর্ডের ১ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?



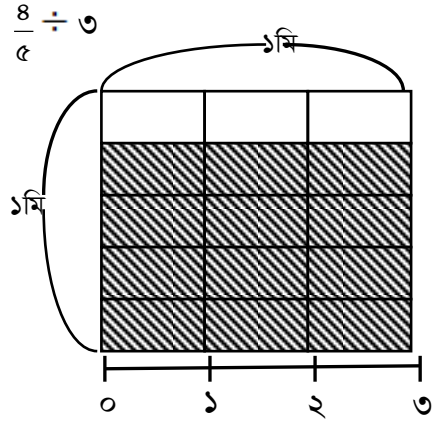
গাণিতিক বাক্য ১ ÷ ৩ = $\frac{১}{৩}$

ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ:

নিচের সমস্যাটি লক্ষ করি:

যদি ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ১ ডেসিলিটার রং বোর্ডে কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

গাণিতিক বাক্য $\frac{৪}{৫} \div ৩$



৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়।

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটারের ৩ ভাগের ১ ভাগ রং করা যাবে।

এক্ষেত্রে চিত্রের ১টি ঘর $\frac{১}{৫\times৩}$ বর্গমিটার। তাই রং করা জায়গা হবে $\frac{১}{৫\times৩}$, ৪ বার

অর্থা' $\frac{৪}{৫} \div ৩ = \frac{১\times৪}{৫\times৩} = \frac{৪}{১৫}$

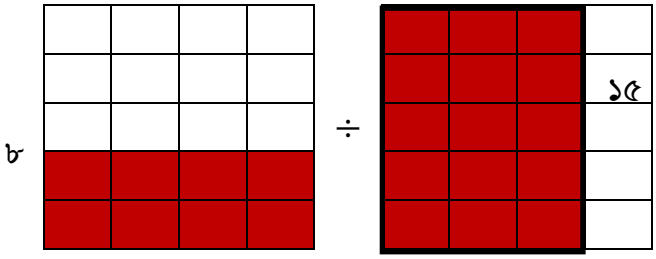
অনুশীলন-১:

$\frac{১}{৩} \div ৪$ এই ভাগটি দ্বারা গাণিতিক গল্প তৈরি করুন ও চিত্র ব্যবহার করে সমাধান করুন।

এবার চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশকে কীভাবে ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা যায় চিন্তা করি।

প্রশ্ন: $\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমস্যাটি জ্যামিতিক চিত্রের মাধ্যমে কীভাবে সমাধান করা যায় চিন্তা করি এবং সমাধানের চিত্র অংকন করি;



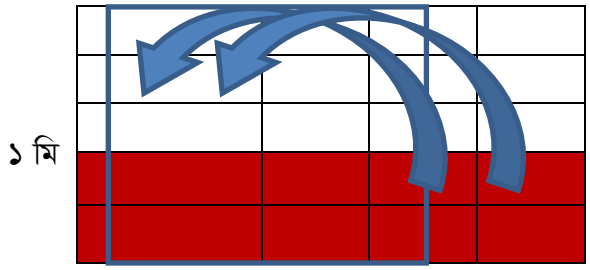
$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

এছাড়াও সমস্যাটির চিত্র অংকনের ক্ষেত্রে ভিন্নরকম কৌশল চিন্তা করি

$\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

∴ ১ ,, ,, ,, বোর্ডটির $\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪}$ বর্গমিটার রং করা যাবে

১ মি



১ডে. লি $\frac{১}{৪}$ ডে.লি $\frac{২}{৪}$ ডে.লি $\frac{৩}{৪}$ ডে.লি $\frac{৪}{৪}$ ডে. লি বা ১ ডে. লি

$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

(এ সংক্রান্ত ধারণা সুস্পষ্ট করার জন্য পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৫৯ পৃষ্ঠা পড়ুন।)

অনুশীলন

নিচের ভগ্নাংশের ভাগগুলোর দ্বারা গল্প তৈরি করুন এবং চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে সমাধান করুন।

ক) $\frac{৪}{৩} \div \frac{১}{৩}$ = কত?

খ) $\frac{৪}{৩} \div \frac{৫}{২}$ = কত?

গ) $\frac{১}{২} \div \frac{১}{২}$ = কত?

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত ভগ্নাংশের ভাগ সংক্রান্ত বিষয়বস্তু অত্যন্ত মনোযোগ সহকারে পড়ুন ।

অধ্যায় ৯

দশমিক ভগ্নাংশ (Decimal Fraction)

আমাদের চারিদেকে বিভিন্ন ক্ষেত্রে দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার হয়ে থাকে। জমি কেনা-বেচা থেকে বিভিন্ন দৈনন্দিন দ্রব্য কিনতে পরিমাণ বা মূল্য পরিশোধ, প্রতিটি ক্ষেত্রেই দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার রয়েছে।এছাড়াও তাপমাত্রা, মানুষের উচ্চতা এবং ওজন প্রকাশের ক্ষেত্রেও দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার হয়ে থাকে (৯৮.৪ ডিগ্রি, ১৩৪.৫ সে.মি., ৫৪.৩ কেজি ইত্যাদি)। এভাবে সারাবিশ্বে দশভিত্তিক মেট্রিক পদ্ধতিতে হিসাব নিকাশ চালু রয়েছে। তাছাড়া আমরা গাণিতিকভাবে যে পদ্ধতি ব্যবহার করি তাও দশভিত্তিক এবং এগুলোকে সংখ্যারেখায় সাজালে পূর্ণ সংখ্যা ও দশমিক ভগ্নাংশ মান নির্দেশ করা যায়।

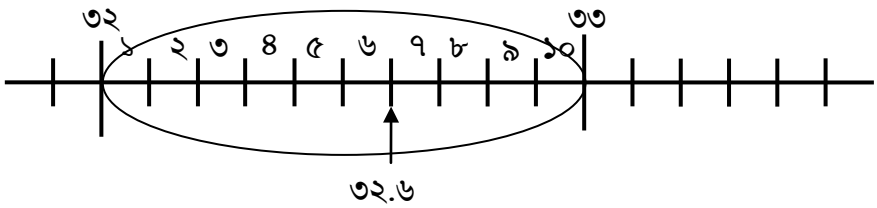
পাঠ-১: দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান নির্ণয় করতেপারবেন।

দশমিক ভগ্নাংশ

৩২.৬ সংখ্যাটির মধ্যে ৬ এর মান কত? বা "৬" কী প্রকাশ করছে?



উপরের সংখ্যারেখায় ৩২ থেকে ৩৩ এর মধ্যে ১০টি ভাগ করা হয়েছে। এটি হলো ১০টি ভাগের ৬টি অংশ। এটিকে "দশমিক ছয়" "০.৬" হিসেবে লেখা যায়। প্রকৃতপক্ষে, দশমিক ভগ্নাংশ হলো সাধারণ ভগ্নাংশের একটি বিশেষ রূপ। এ কারণে যে সকল ভগ্নাংশের হর ১০ বা ১০ এর ঘাত বা সূচক (যেমন, ১০ বা $১০^১$, ১০০ বা $১০^২$, ১০০০ বা $১০^৩$ ইত্যাদি) সংখ্যা থাকে সেগুলোকে সংক্ষেপে দশমিক বিন্দু (.) ব্যবহার করে প্রকাশ করা যায় এবং এগুলোকে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান

পূর্ণ সংখ্যার স্থানীয় মান একক, দশক, শতক ইত্যাদি নামে পরিচিত। দশমিক ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে বাম দিক থেকে ডান দিকের স্থানগুলোকে দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি বলা হয়ে থাকে এবং একক স্থানের ডানে একটি বিন্দু (.) বসিয়ে পূর্ণ সংখ্যা এবং দশমিকাংশ পৃথকভাবে চেনা যায়। এ বিন্দুটিকে বলা হয় দশমিক বিন্দু। দশমিক ভগ্নাংশের দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি স্থানগুলোর মান যথাক্রমে ০.১, ০.০১, ০.০০১ ইত্যাদি লিখে প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ: ২৩.৪৫ এর অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান

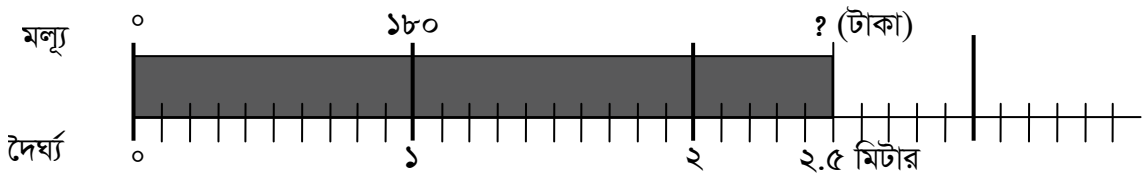
শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
	২	৩	৪	৫	

৫ শতাংশ ০.০৫
৪ দশমাংশ ০.৪
৩ একক ৩
২ দশক ২০

দশমিক ভগ্নাংশের গুণ এবং ভাগের অর্থ কী তা দশমিক ভগ্নাংশের ধারণার আলোকে উদাহরণের মাধ্যমে প্রকাশ করি ।

উদাহরণ ১

১ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০ টাকা। ২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য কত?



সমাধান

১ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০ টাকা

২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০×২.৫ টাকা= ৪৫০ টাকা

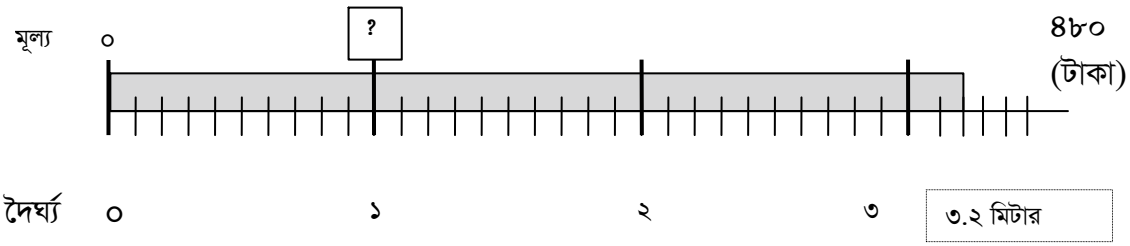
৪৫০ টাকা ২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য ৪৫০ টাকা প্রকাশ করে। অর্থাৎ, এখানে ক্রয়কৃত সম্পূর্ণ কাপড়ের মূল্য প্রকাশ করেছে।

অনুশীলনী-১

১৮০×৩.৪ গুণটি দ্বারা একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

উদাহরণ ২

৩.২ মিটার ফিতার মূল্য ৪৮০ টাকা। ১ মিটার ফিতার মূল্য কত?



সমাধান

৩.২ মিটার ফিতার মূল্য ৪৮০ টাকা

১ মিটার ফিতা (৪৮০÷৩.২) টাকা

= ১৫০ টাকা

১৫০ টাকা ১ মিটার ফিতার মূল্য ১৫ টাকা প্রকাশ করে। এভাবে ভাগের উত্তর [হার] প্রকাশ করে ÷ এর উত্তরের আরও একটি অর্থ আছে। শীটে শিক্ষার্থীরা পরবর্তী উদাহরণের সমস্যা সমাধান করে সেটি বের করবে।

উদাহরণ ৩

করিমের কাছে ৪৮০ টাকা আছে। সে এ টাকা দিয়ে ৩.২ টাকা দরের কয়টি মিষ্টি কিনতে পারবে?

গমাধানঃ

করিমের আছে ৪৮০ টাকা

৩.২ টাকা দরের (৪৮০÷৩.২)টি মিষ্টি কিনতে পারবে।

৩.২ টাকায় কেনা যায় ১টি মিষ্টি

৪০০ টাকায় কেনা যায় ৪৮০÷৩.২টি মিষ্টি

= ১৫০টি

১৫০টি কিনতে পারবে।

এটির ভাগফল এবং উদাহরণ ২ এর উত্তর একই কিন্তু উত্তরের অর্থ ভিন্ন। কারণ এ সমস্যাটির মধ্যে একক পরিমাণ দেয়া আছে এখানে একক পরিমাণের সংখ্যা বের করা হয়েছে।

অনুশীলন- ২

৪২০÷২.৮ অভিব্যক্তি নিয়ে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করে নিজ নিজ খাতায় পাশের জনে সাথে মত বিনিময় করে সমাধান করতে বলুন ।

অনুশীলন- ৩

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করে উত্তরগুলো কী প্রকাশ করছে সে নিয়ে চিন্তা করতে বলুন।

১) একটি মিষ্টির ওজন ২৩.৪ গ্রাম। এরূপ ২৫৮টি মিষ্টির ওজন কত গ্রাম?

২) ১টি ব্যাগে ৯.৭৭ কেজি লবণ আছে। এরূপ ১২টি ব্যাগে কত কেজি লবণ আছে?

৩) একটি প্যাকেটে ২.৩৪ লিটার দুধ আছে। এ দুধ ৬ জনের মধ্যে ভাগ করে দিলে প্রতি জনে কত পরিমাণ দুধ পাবে?

৪) ২.৯৮ কেজি বিস্কুট প্রতিজনকে ০.০৮ কেজি করে ভাগ করে দিলে মোট কতজনকে বিস্কুট দেয়া যাবে?

পাঠ-২: দশমিক ভগ্নাংশে রুপান্তর

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশটিতে আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করতে পারবেন।

শিক্ষার্থীরা পূর্বে আলোচিত পদ্ধতি ব্যবহার না করে বিকল্প পদ্ধতিতে সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবে এবং ভগ্নাংশটিতে আসন্ন মান বা আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা শিখবে। যখন সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হয় তখন হরকে ১০ বা ১০ এর ঘাতে রূপান্তর করা হয়।

উদাহরণ

$$\frac{১}{২}=\frac{১\times৫}{২\times৫}=\frac{৫}{১০}=০.৫\quad \frac{১}{৪}=\frac{১\times২৫}{৪\times২৫}=\frac{২৫}{১০০}=০.২৫$$

কিন্তু যেমন $\frac{১}{৩}$ এর হরকে ১০ বা ১০০ এর ঘাতে রূপান্তর করা যায় না। এ পাঠে শিক্ষার্থীরা উদাহরণ ব্যবহারের মাধ্যমে জানবে, যদি হরকে ১০ বা ১০০ এর ঘাতে রূপান্তর করা না যায় তাহলে কীভাবে এ ধরনের হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হয়।

উদাহরণ

$\frac{১}{৩}$ কে কীভাবে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়?

সমাধান

$\frac{১}{৩}$ এর অর্থ হচ্ছে ১ –এর সমান ৩টি ভাগের ১ অংশ।

এটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করলে লেখা যায় ১ ÷ ৩।

এখন ১ ÷ ৩ গণনা করলে ১ ÷ ৩ = ০.৩৩৩৩৩...(অসীম পযর্ন্ত) হয়। অর্থাৎ ৩ দিয়ে ১ ভাগ করলে ভাগ কখনো শেষ হয় না। অন্যভাবে বলা যায় ৩ দিয়ে ১ অবিভাজ্য।

অনুশীলন-১

যে ভগ্নাংশের হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা যায় না সে ধরনের সাধারণ ভগ্নাংশ বের করে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় লিখতে বলুন। (লবে ১ না থাকলেও চলবে।)

যখন দশমিক ভগ্নাংশের ভাগফল অবিভাজ্য হয় তখন এটিকে অন্যভাবে প্রকাশ করা যায়। শিক্ষার্থীদের $\frac{১}{৩}$ এবং $\frac{১}{১১}$ এর ভাগফল মিলিয়ে দেখতে এবং চিন্তা করতে বলুন ।

$\frac{১}{৩}$= ১÷৩=০.৩৩৩৩... $\frac{১}{১১}$ =১÷১১= .০৯০৯০৯...

প্রশ্ন

১)এ সংখ্যাগুলোতে লক্ষ করার মত কী আছে?

২)এ ধরনের দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যার নাম কী?

০.৩৩৩৩৩৩ এবং ০.০৯০৯০৯... এধরনের সংখ্যাকে আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

অনুশীলন ২

নিচের সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

ক) $\frac{২}{৩}$, খ) $\frac{৫}{৯}$, গ) $\frac{৪}{৩৩}$, ঘ) $\frac{১}{৯}$, ঙ) $\frac{১}{৭}$

সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করার সময় নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে সংক্ষেপে করা যায়।

১) হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা।

২) যদি ১) এর অনুসারে না হয় তবে লবকে হর দিয়ে ভাগ করা।

৩) যদি ২) এর ফলাফল অবিভাজ্য হয় তাহলে আসন্ন মান বসিয়ে প্রায় সঠিক পরিমাণ প্রকাশ করা।

৪) ২) এর ফলাফল আবৃত ভগ্নাংশে প্রকাশ করা।

এ নিয়মে যেকোন সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়। যে ভগ্নাংশের হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা যায় সেই সাধারণ ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

যেমন, $\frac{১}{২} = ১ \div ২ = ০.৫$ $\frac{১}{৪} = ১ \div ৪ = ০.২৫$

অনুশীলন ৪

নিচের সাধারণ ভগ্নাংশগুলোকে ভাগ ব্যবহার করে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

ক) $\frac{২}{৩}$, খ) $\frac{১}{২৫}$, গ) $\frac{৭}{২৫}$, ঘ) $\frac{১}{৮}$, চ) $\frac{১০}{৮}$,

পাঠ-৩: দশমিক ভগ্নাংশের সমস্যা

চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণির প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকে উপস্থাপিত দশমিক ভগ্নাংশ সম্পর্কিত কী কী গাণিতিক সমস্যা রয়েছে তার তালিকা তৈরি করুন। তালিকার সমস্যাগুলো একক/জোড়ায়/দলে আলোচনা করে সমাধান করুন। এ সংক্রান্ত কোনো সমস্যা থাকলে তা শ্রেণিতে প্রশিক্ষকের সামনে উপস্থাপন করুন এবং আলোচনায় অংশগ্রহণ করে সমাধান করুন। এছাড়াও অনুরুপ প্রশ্ন সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান করুন।

অধ্যায় ১০
জ্যামিতি

জ্যামিতির প্রাথমিক ধারণাগুলো বিমূর্ত। চিত্র এঁকে আমরা এদের প্রতিরূপকে বোঝার চেষ্টা করি। ডিপিএড শিক্ষার্থীকে জ্যামিতিক জ্ঞান ও চিন্তন দক্ষতা অর্জনে সহায়তার জন্য এই অধ্যায়ের এক একটি পাঠে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সর্ম্পকিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়েছে যা জানা তাঁর জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা জ্যামিতির বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা যেমন- বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

পাঠ ১: জ্যামিতিক আকৃতি

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিভিন্ন ধরণের জ্যামিতি আকৃতি সম্পর্কিত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কর্ম(Starter Activity): উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি; চিত্র-ক এর জিনিসগুলোর মধ্যে- ➢ কোন কোনটির আকৃতি একই রকম? অর্থাৎ, কোন কোন জিনিস একই দলের? ➢ আকৃতিগুলোর ধরন কী রকম?	

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে ঘনবস্তুর আকৃতি সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই এখন এই বিষয়ে আলোচনা করা যাক।

আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরণের ঘনবস্তু

আমাদের চারপাশের পরিবেশে বিভিন্ন জিনিস রয়েছে। যেমন: বই, ফুটবল, আইসক্রিম, মোমবাতি-আরো কত কিছু। এই নিরেট বস্তুগুলোকেই ঘনবস্তু বলা হয়। আকৃতি অনুসারে ঘনবস্তু বিভিন্ন ধরণের হয়। যেমন:

গোলক

যে জিনিস বা বস্তু যেকোনো দিক থেকে দেখতে গোল তাকে গোলক বলা হয়। যেমন: ফুটবল, তরমুজ, মার্বেল, গ্লোব, উলের গোলা, আপেল ইত্যাদি।

ঘনক

যে বস্তুকে উপর, পাশ বা নিচ - যেকোন দিক থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে ঘনক বলা হয়। যেমন: ইট, বই, বাক্স, লুডুর ঘুঁটি ইত্যাদি।

কোণক

যে বস্তুকে পাশ থেকে দেখলে- উপর দিকে সরু ত্রিভুজের আকৃতি ও নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে কোণক বলা হয়। যেমন: আইসক্রিম, লাটিম ইত্যাদি।

বেলন

যে বস্তুকে পাশ থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি এবং উপর ও নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে বেলন বলা হয়। যেমন: গ্লাস, মোমবাতি ইত্যাদি।

অনুশীলন ১: আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরনের ঘনবস্তুর কিছু উদাহরণ নিচের ছকে দেয়া হলো। ফাঁকা স্থানে কি উদাহরণ দেয়া যেতে পারে- চিন্তা করে লিখুন।

ঘনক	**গোলক**	**কোণক**	**বেলন**
বই	উলের গোলা	চুঙ্গি	গ্লাস
ইট	মার্বেল	লাটিম	মোমবাতি
বাক্স	গ্লোব	আইসক্রিম	.....
লুডুর ঘুঁটি	আপেল	.....	.....

অনুশীলন ২:

উপরের ছবিগুলোতে-

- কোনটি কীসের চিত্র?
- এগুলোর কোনটি কী ধরনের ঘনবস্তুর চিত্র? কেন ?
- এগুলোর প্রতিটি উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন?

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও স্বাধীনভাবে আপনার মতামত প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।

পাঠ ২: বিন্দু, রেখা, তল

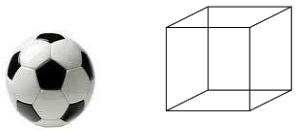
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- বিন্দু, রেখা ও তলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

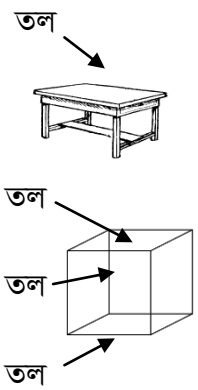
- কোনটি ঘনক? কোনটি গোলক?
- বাক্সটির বাইরের অংশগুলোকে আমরা কী নামে চিনি?
- বলের বাইরের অংশে কী আছে? এটি এর কী?



চিত্র-১

চিত্র-২ এ

- এই দুটি বস্তুর বাইরের আবরণ বা তলের মধ্যে কি কোন পার্থক্য আছে?
- বাক্স ও বলের তল দুটির মধ্যে পার্থক্য থাকলে কী ধরনের পার্থক্য আছে?



চিত্র-২

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে বিন্দু, রেখা ও তলের সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই শুরুতেই তল নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

তল (Plane): সমতল ও বক্রতল

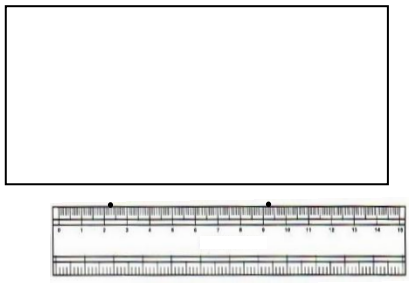
প্রত্যেকটি মসৃণ বস্তুর বাইরে একটি আবরণ আছে। যেমন, টেবিলের উপরিভাগ, বাক্সের চারধার এবং উপর ও নিচ, ফুটবলের বাইরের আবরণ ইত্যাদি। বস্তুর উপর, নিচ, পাশ বা বাইরের আবরণকে তল বলে। তলের প্রকারভেদ সম্পর্কে ডিপিএড শিক্ষার্থীদের স্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন।

তল দুই রকমের হতে পারে-সমতল ও বক্রতল । 'সম'শব্দটির অর্থ সমান এবং 'বক্র' শব্দটির অর্থ বাঁকা। বাক্সের চারপাশ, উপর ও নিচ-এই ৬টি তলের প্রতিটি তলই সোজা (Flat) বা সমান- তাই এর তল হল সমতল। কিন্তু ফুটবলের তল হলো বাঁকা (**চিত্র ৩**)-তাই এর তল হল বক্রতল।

চিত্র ৩

বিন্দু (Point) ও রেখা (Line)

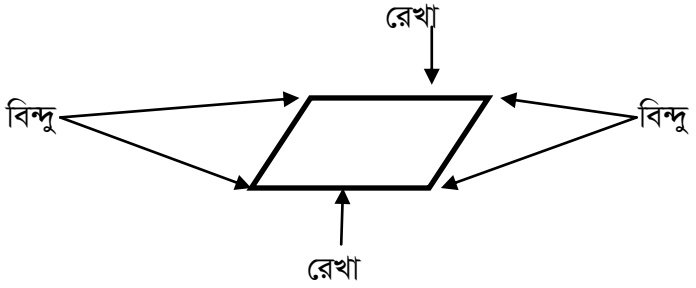
বিন্দু এতই ক্ষুদ্র যে, একে আঁকা সম্ভব নয়। এটি জ্যামিতির একটি বিমূর্ত ধারণা। তবে বাস্তব অভিজ্ঞতা ও জ্ঞানের মাধ্যমে আমাদের এ ধারণাটি উপলব্ধি করতে হবে। সাধারণত পেন্সিলের অগ্রভাগের সুক্ষ্ম ফোঁটার সাহায্যে আমরা এর প্রতিরূপ প্রকাশ করি। ছোট দুটি ফোঁটা এঁকে (চিত্র-৪) আমরা পেনসিল ও রুলারের সাহায্যে এই ফোঁটা দুটির মধ্য দিয়ে একটি সোজা রেখা আঁকতে পারি (চিত্র-৫)।



চিত্র-৪

চিত্র-৫

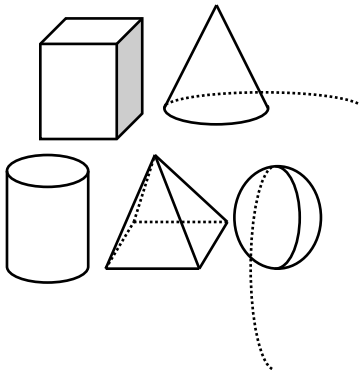
বস্তুর সাহায্যে রেখা ও বিন্দুর ধারণা সুস্পষ্ট করতে আমরা একটি কাগজের সাহায্য নিতে পারি। কাগজটির কিনারা বা ধার বা পাশ হচ্ছে একটি রেখা এবং কাগজটির দুটি ধার বা পাশ যেখানে মিলেছে তা হচ্ছে একটি বিন্দু **(চিত্র-৬)**।



চিত্র-৬

অনুশীলন: চিত্র-৭ এর সমতল ও বক্রতলবিশিষ্ট বস্তুগুলো একে একে লক্ষ্য করি। এরপর নিচের প্রশ্নটিগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- এর বাইরের আবরণ বা পিঠ বা পৃষ্ঠকে আমরা কী বলি?
- এটি সমতল না বক্রতল? এর কয়টি তল আছে?



চিত্র-৭

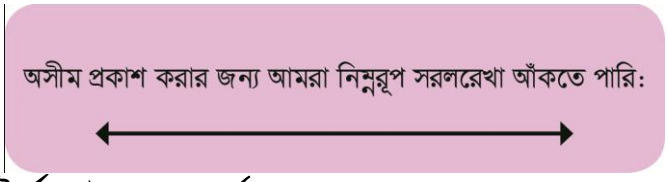
- বাক্সটির দুটিতল কোথায় মিলেছে দেখাই। এটিকে আমরা কী বলতে পারি?
- বাক্সটিতে দুটিরেখা কোথায় মিলেছে দেখাই। এটিকে আমরা কী বলতে পারি?
- আর কোন কোন বস্তুতে আমি এভাবে রেখা ও বিন্দু দেখাতে পারবো?

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে রেখার ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন। তাই শুরুতেই রেখা ও রেখাংশ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

রেখা (Line) ও রেখাংশ (Line Segment)

দুইটি বিন্দু এঁকে বিন্দু দুইটির পাশে রুলার বসিয়ে বিন্দু দুইটির মাঝখানে অনেকগুলো ছোট ছোট বিন্দু পাশাপাশি বসালে এটি একটি রেখায় পরিণত হবে।

রেখার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য রয়েছে। যেমন- রেখাকে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়- তাই এটা অসীম, এর দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও উচ্চতা নেই- অর্থাৎ, এর পুরত্ব নেই (চিত্র-৪)।



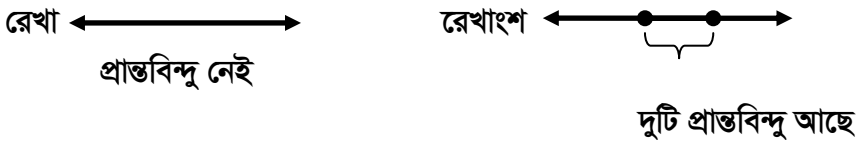
চিত্র-৮

রেখার যে কোন একটি অংশ হলো রেখাংশ (চিত্র ৯)।

চিত্র ৯

রেখা অসীম- তাই এর শেষ বা প্রান্ত নেই। কিন্তু রেখাংশ রেখার একটি অংশ বলে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়না। তাই রেখাংশ অসীম নয়- এটি সসীম। রেখাংশর দুটি প্রান্ত আছে। ছবি এঁকে দেখান।

বিন্দুর সাথে রেখা ও রেখাংশের সম্পর্কটি ছবি এঁকে চিত্র-১০ এ উপস্থাপন করা হয়েছে:



চিত্র ১০

এখানে উল্লেখ্য যে, চিত্র-৬ এ আসলে আমরা প্রথমে একটি রেখাংশই এঁকেছি- পরে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়িয়ে রেখা পেয়েছি। এভাবে রেখা থেকে যেমন রেখাংশ পাওয়া যায়- তেমনি রেখাংশ থেকে সে যার অংশ সেই রেখাটিও পাওয়া যায়।

এরপর রেখাংশ ও রশ্মি নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

রেখাংশ (Line Segment) ও রশ্মি (Ray)

যদি রেখার একদিকে একটি প্রান্ত বিন্দু থাকে এবং অন্য দিক অসীম হয়, তবে এটি রেখা বা রেখাংশ- কোনটিই নয়, একে বলা হয় রশ্মি (চিত্র-৭)।

রশ্মি

চিত্র **১১**

অনুশীলনঃ ছবি এঁকে রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি দেখান। এদের মধ্যে কী পার্থক্য রয়েছে?

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ ৩: লম্ব ও সমান্তরাল রেখা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

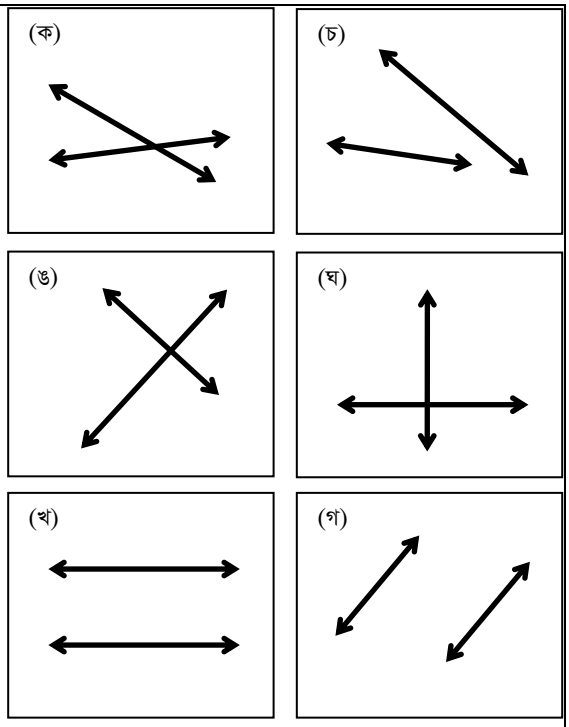
- লম্ব, লম্ব দূরত্ব ও সমান্তরাল রেখার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা

ডিপিএড শিক্ষার্থীর মধ্যে লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখার স্পষ্ট ধারণা গঠন অত্যাবশ্যক। এই লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

প্রারম্ভিক কার্যাবলি(Starter Activity):

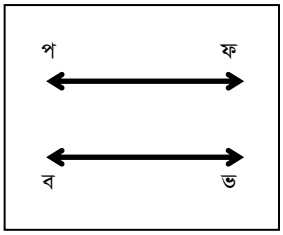
- ডান পাশের ৬টি ছবি (ক)-(চ)-এ আমরা ছবিগুলোর মধ্যে কী মিল ও অমিল খুঁজে পাই?
- যদি আমরা (খ), (গ) এবং (চ) নং চিত্রের রেখা দুইটি দুই পাশে বাড়িয়ে দেই, তাহলে কী হবে? তারা কি পরস্পরকে ছেদ করবে নাকি করবে না?
- চিত্র (ক), (ঘ), (ঙ) এবং (চ)-এ দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করেছে। এই রেখাগুলো কীভাবে পরস্পরকে ছেদ করেছে?



এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে এখন এ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

সমান্তরাল রেখা

দুটি রেখা যদি সবসময় সমান দুরত্বে অবস্থান করে তবে তাদেরকে সমান্তরাল রেখা বলা হয় (চিত্র-৮)।

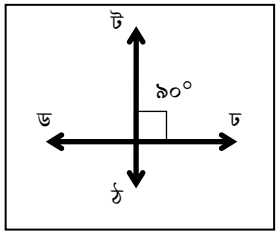


সমান্তরাল রেখা

চিত্র-১২

লম্বরেখা

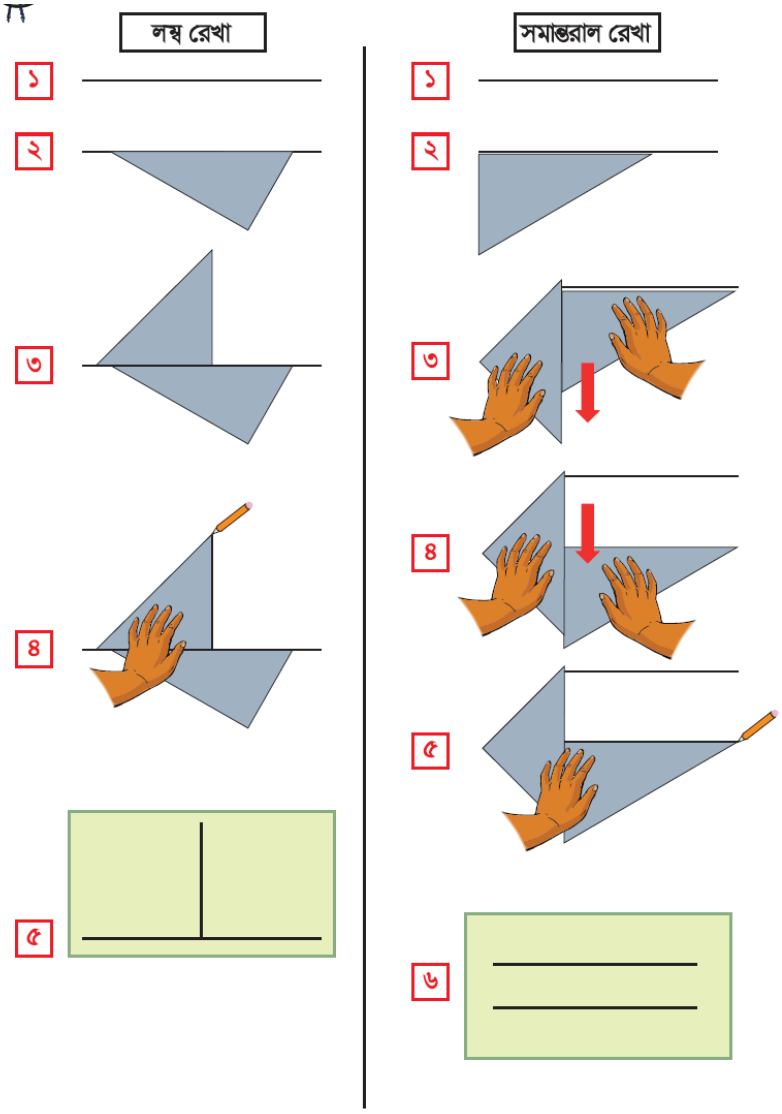
দুইটি রেখার পরস্পরকে লম্বভাবে অর্থাৎ খাড়াভাবেবা ৯০° কোণে বা সমকোণে ছেদ করে তবে তাদেরকে লম্বরেখা বলা হয় (চিত্র-৯)।



লম্ব রেখা

চিত্র-১৩

অনুশীলন: পাঠ্যপুস্তকের ১৪৬ নং পৃষ্ঠায় বর্ণিত ত্রিকোণী সেটের সাহায্যে লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা আঁকার কাজটি বুঝে এরপর অনুশীলন করতে পারেন।



অনুশীলনঃ আপনি ২ কলামের একটি ছক এঁকে প্রথম কলামটিতে 'লম্বরেখা' ও পরেরটিতে 'সমান্তরালরেখা' লিখে এরপর পরিবেশ থেকে লম্বরেখা ও সমান্তরালরেখার ২টি করে উদাহরণ লিখুন।

পাঠ ৪: কোণ

এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোণ, কোণের পরিমাপ ও বিভিন্ন প্রকার কোণের ধারণাব্যাখ্যা করতে পারবেন।

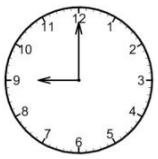
প্রারম্ভিক কার্যাবলি : উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে
শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

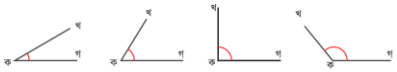
- এই ঘড়িটির কোথাও কি যে কোন ধরনের 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই বইটির কোথাও কি কোন 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই কোণা কি আমরা আঁকতে পারবো?
- এই কোণা আঁকতে আমাদের কী লাগবে?
- কয়টি রেখা লাগবে?

চিত্র-২ এ-

- এই ৪টি কোণের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়? বড় থেকে ছোট ক্রমান্বয়ে সাজাই। কীভাবে মাপলাম কে কার চেয়ে বড় বা ছোট?
- এই কোণগুলোর মধ্যে কোনটি সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ? কেমন করে বুঝলাম?

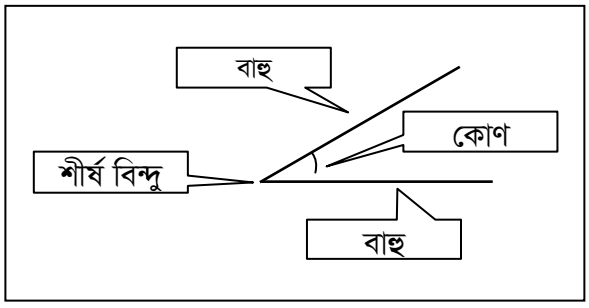


চিত্র-১

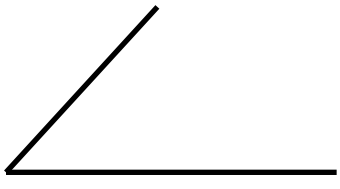


চিত্র-২

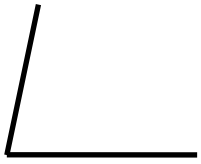
এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে কোণের ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন।
দুইটি রেখার মিলিত বিন্দুতে যে আকৃতি তৈরি হয় তাকে কোণ বলে ।মিলিত বিন্দুটিকে কোণের শীর্ষবিন্দু ও রেখা দুইটিকে কোণের বাহু বলা হয়।



কোণের আকৃতি দুটি রেখা কতখানি খোলা তার উপর নির্ভরশীল- রেখা দুটির দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল নয়।



বাহু বড়-কিন্তু কোণ ছোট



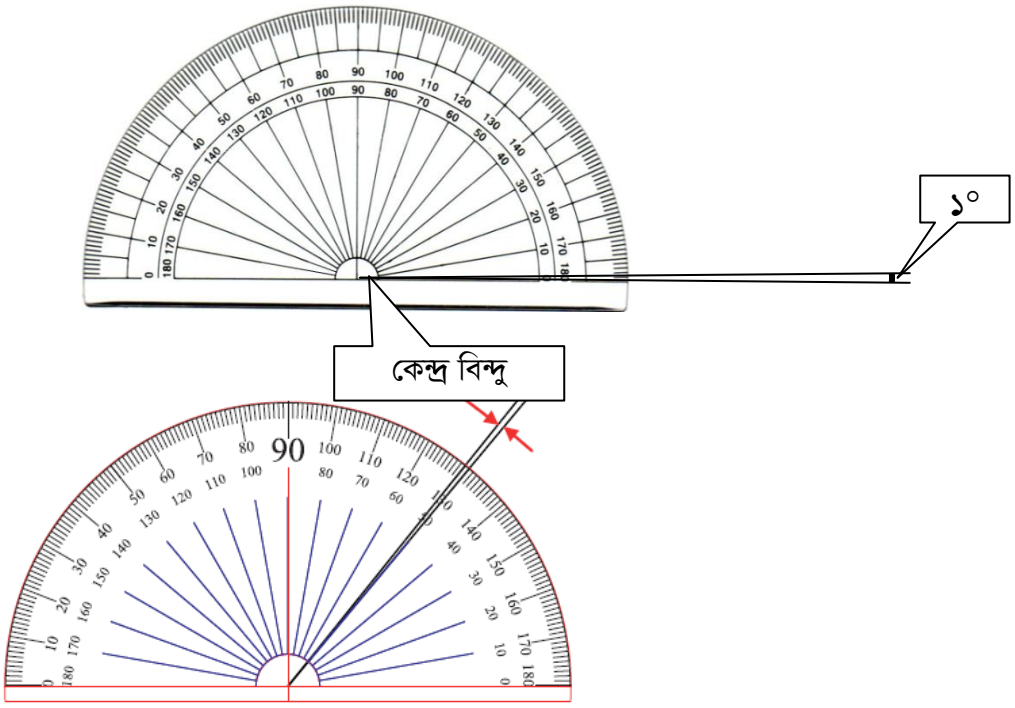
বাহু ছোট-কিন্তু কোণ বড়

কোণকে দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তনের মত পরিমাপ করা যায়। অর্থাৎ চিত্র-২ এর ৪টি কোণকে সংখ্যায় প্রকাশ করা যায়। ফলে এই ৪টি কোণের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড় তা নির্ণয় অথবা এদেরকে বড় থেকে ছোট ক্রমান্বয়ে সাজানোর কাজটি সহজ হয়।

দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তন পরিমাপের যেমন একক আছে তেমনি কোণের আকৃতি পরিমাপেরও একক আছে। কোণের আকৃতি পরিমাপের একক হলো ডিগ্রি এবং একে '°' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন:

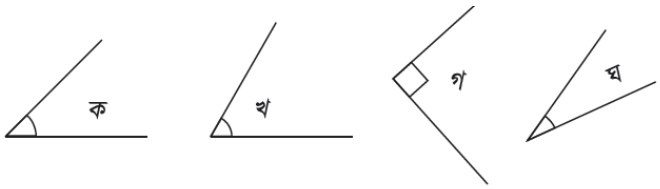
১° (১ ডিগ্রি)

কোণ পরিমাপের জন্য আমরা যা ব্যবহার করি তাকে বলা হয় চাঁদা।এর উপরে 0 থেকে 180 পর্যন্ত ১০ ব্যবধানে সংখ্যা লেখা আছে- যা কোণের পরিমাপ নির্দেশ করে। চিত্র-৩ এ চাঁদার কেন্দ্রবিন্দু ও এর উপর ছোট দাগটির মাধ্যমে ১° এর পরিমাপ দেখানো হয়েছে।



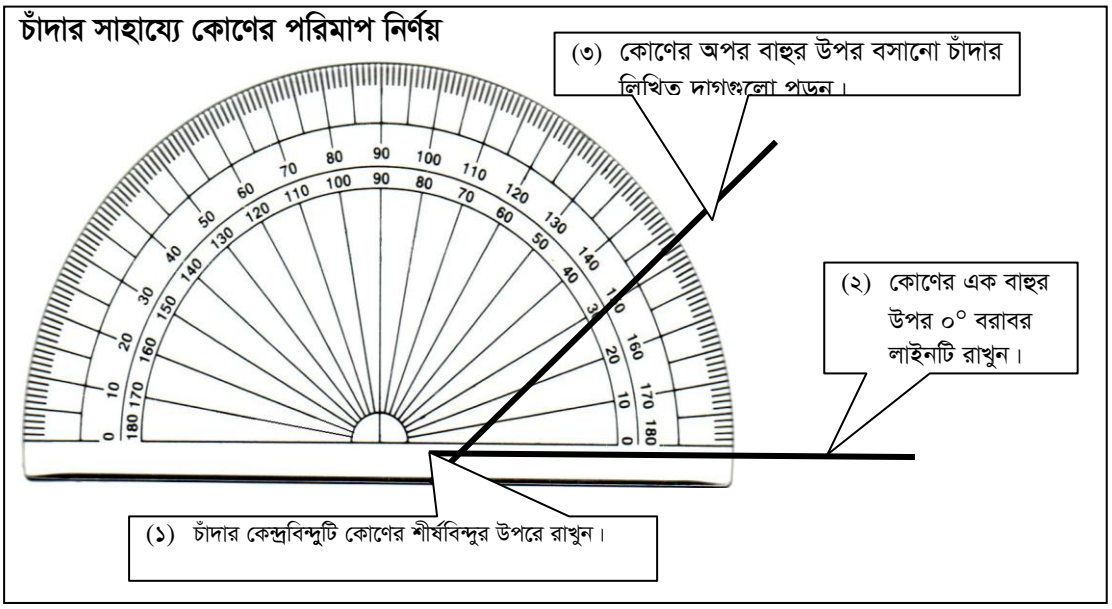
চিত্র ৩

অনুশীলন ১: কোন বাহুদুটি সবচেয়ে বেশি খোলা এবং কোন বাহুদুটি সবচেয়ে কম খোলা - এ অনুমানের উপর নির্ভর করে নিচের চিত্র হতে ৩০°, ৪৫°, ৬০° ও ৯০° এর মধ্যে ক, খ, গ ও ঘ এর কোনটি কত হতে পারে লিখুন।

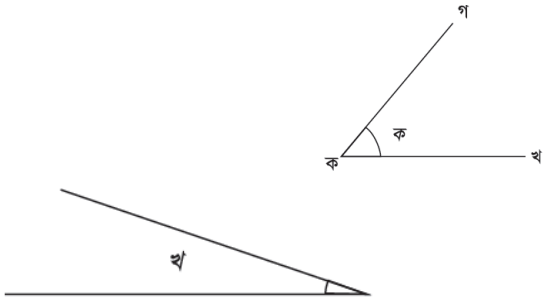


চাঁদার সাহায্যে ডিগ্রিতে কোণ পরিমাপ

চাঁদার সাহায্যে কোণের পরিমাপ নির্ণয়ে ৩টি ধাপ অনুসরণ করতে হয়। কোন কোণের বাহু পরিমাপ করার জন্য ছোট হলে তা বাড়িয়ে নিতে হবে যাতে করে দাগগুলো পড়া যায়।



অনুশীলন ২: নিচের ক কোণ পরিমাপে চাঁদা ব্যবহার করতে গিয়ে কোন পরিমাপটি ব্যবহার করবেন- ৫০° না ১৩০°? কেন?



দ্রষ্টব্য: চাঁদার ডিগ্রি বাম দিক থেকে ডান দিকেও পড়া যায়- যা উপরের খ কোণ পরিমাপের জন্য সহায়ক।

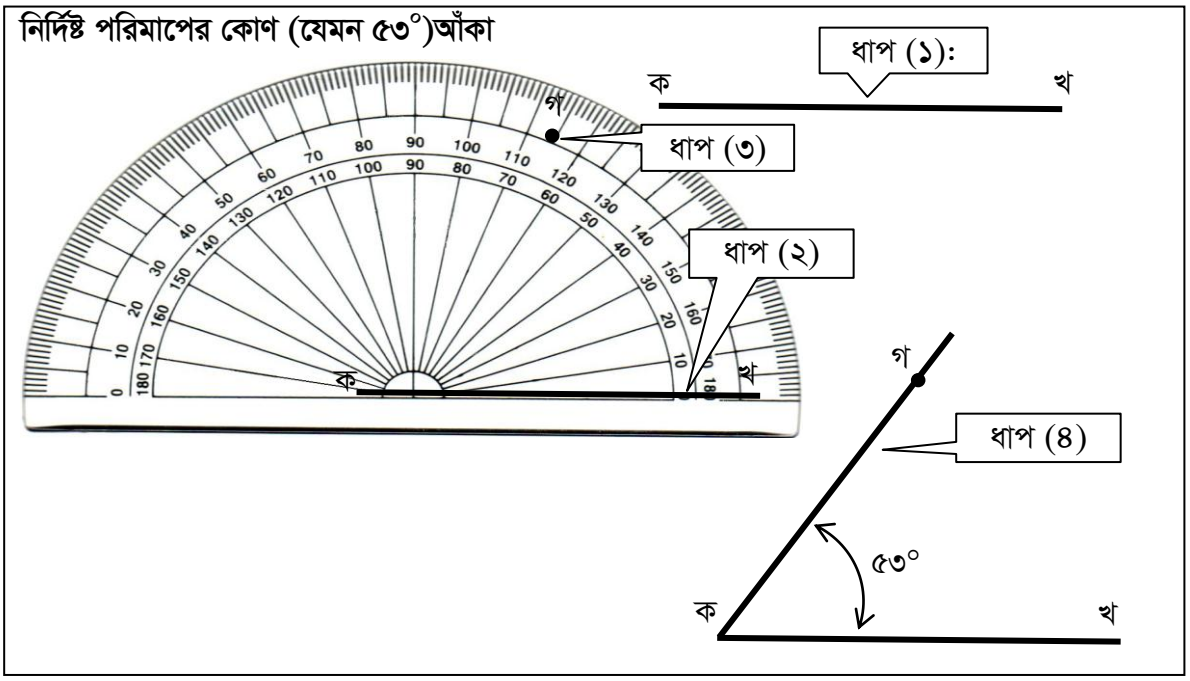
চাঁদা ব্যবহার করে নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ আঁকা

কোণ পরিমাপ করা ছাড়াও কোণ আঁকারক্ষেত্রে আমরা চাঁদা ব্যবহার করতে পারি। চাঁদার সাহায্যে কোণ আঁকারক্ষেত্রে ৪টি ধাপ অনুসরণ করতে হয়।

নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ (যেমন ৫৩°)কীভাবে আঁকতে হয়

(১) কোণের একটি বাহু কখ আঁকুন।
(২) বাহুর ক প্রান্তে চাঁদার কেন্দ্রবিন্দুটি এবং কখ বাহু ০° বরাবর রেখার উপর বসান।
(৩) ৫৩° দাগ বরাবর একটি বিন্দু বসান যার নাম দিতে পারেন গ।
(৪) ক এবং গ বরাবর একটি রেখা অঙ্কন করুন।<গকখ হলো ৫৩°। এঁকে চিহ্নিত করুন।

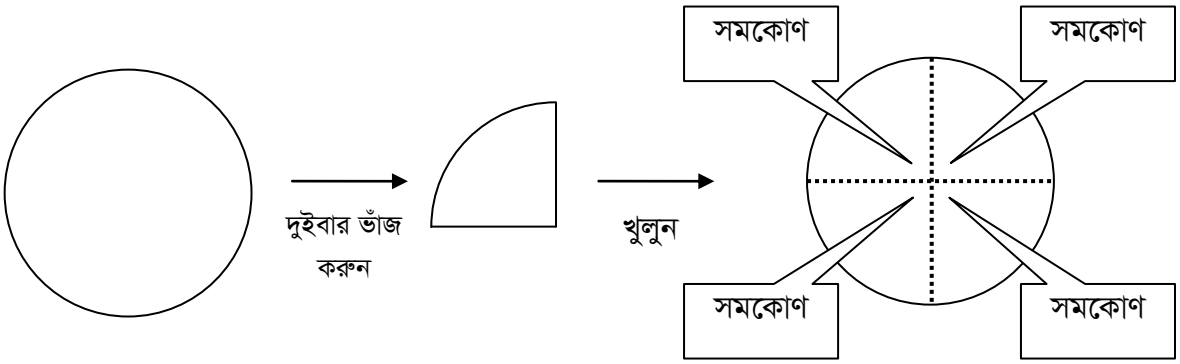
এরপর কোণের প্রকার নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।



কোণের প্রকারভেদ

সমকোণ

একটি কাগজকে মাঝ বরাবর ও পরে আবার আড়াআড়ি ভাঁজ করলে সমান চারটি কোণ উৎপন্ন হয়-এদের প্রতিটিকে সমকোণ বলা হয়। এখানে আমরা যেকোন আকৃতির কাগজ ব্যবহার করতে পারি যদিও নিচের উদাহরণে একটি বৃত্তাকার কাগজ ব্যবহার করা হয়েছে।



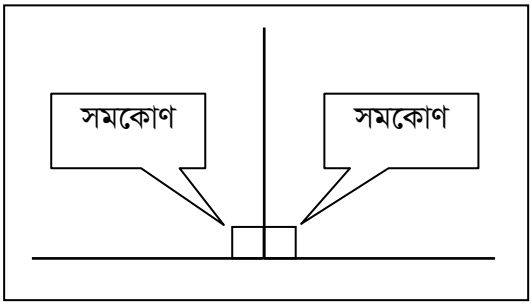
আবার ঘড়ির কাটাঁ দুটি পরস্পর খাড়া বা 'সোজা' ভাবে থাকলেও সমকোণ তৈরি হয়। এভাবে টেবিল, ব্ল্যাকবোর্ড, খাতা, বই ইত্যাদি থেকে আমরা সমকোণ খুঁজে পেতে পারি।

ডিগ্রিতেসমকোণের পরিমাপ

ডিগ্রিতে সমকোণের পরিমাপ ৯০°।

সূক্ষ্মকোণ, স্থূলকোণ ও সরলকোণ

সমকোণ বা ৯০° এর চেয়ে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলা হয়। সমকোণ বা ৯০° এর চেয়ে বড়-কিন্তু ১৮০° এর চেয়ে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়। ১৮০° এর সমান কোণকে সরলকোণ বলা হয়। অর্থাৎ, দুইটি সমকোণ মিলে একটি সরল কোণ তৈরি করে।

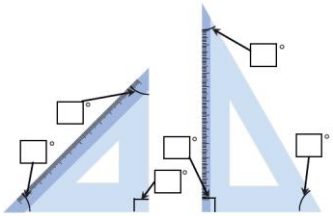


শ্রেণিকক্ষে আমরা

সরলকোণ খুঁজে পেতে পারি। যেমন-

- ✓ আমরা যখন বই খুলবো তখন ইহা সরল কোণ হতে পারে।
- ✓ আমরা আমাদের হাতকে ডানে এবং বামে প্রসারিত করে সরলকোণ তৈরি করতে পারি।

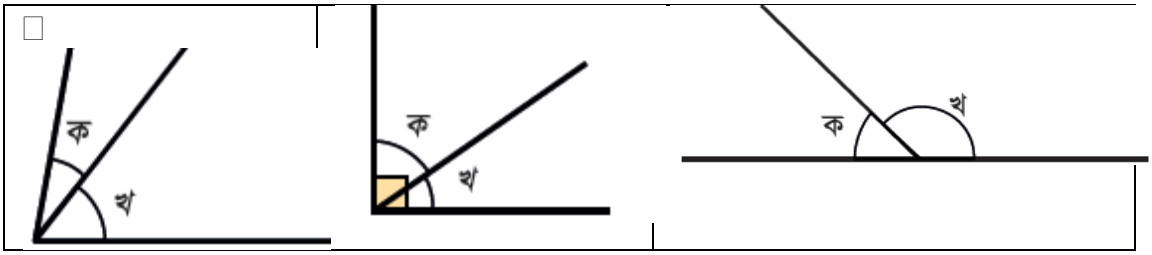
অনুশীলন ১: পাঠ্যপুস্তকের ১১০ নং পৃষ্ঠার আলোকে ডট কাগজে ছবি এঁকে সমকোণ, সূক্ষকোণ ও স্থূলকোণ দেখান।
অনুশীলনী ২: নিচের ত্রিকোণী সেটের কোণগুলো পরিমাপ করুন।



অনুশীলনী ৩: চাঁদা ও রুলারের সাহায্যে খাতায় ৭৫°, ১৩৫° ও ১৮০° পরিমাপের ৩টি পৃথক কোণ আঁকুন ও তাদের চিহ্নিত করুন।

সন্নিহিত কোণ, পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণ

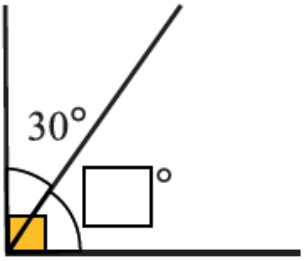
যদি দুটি কোণের একটি সাধারণ বাহু ও একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু থাকে এবং সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে কোণ দুইটি অবস্থান করে তবে তাদেরকে সন্নিহিত কোণ বলে।

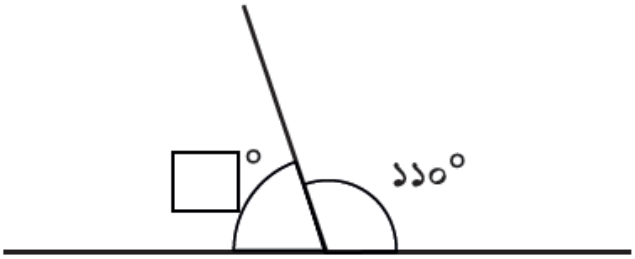


উপরের ৩টি চিত্রের প্রতিটি চিত্রেই ∠ক ও ∠খ পরস্পর সন্নিহিত কোণ। কারণ-

- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারণ (common) শীর্ষবিন্দু আছে।
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারণ বাহু আছে।
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করছে।

যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ৯০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের পূরক কোণ বলে। অন্যদিকে, যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ১৮০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে। কাজেই উপরের চিত্রের Bবিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের পূরক কোণ। আবার, উপরের চিত্রের C বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের সম্পূরক কোণ।



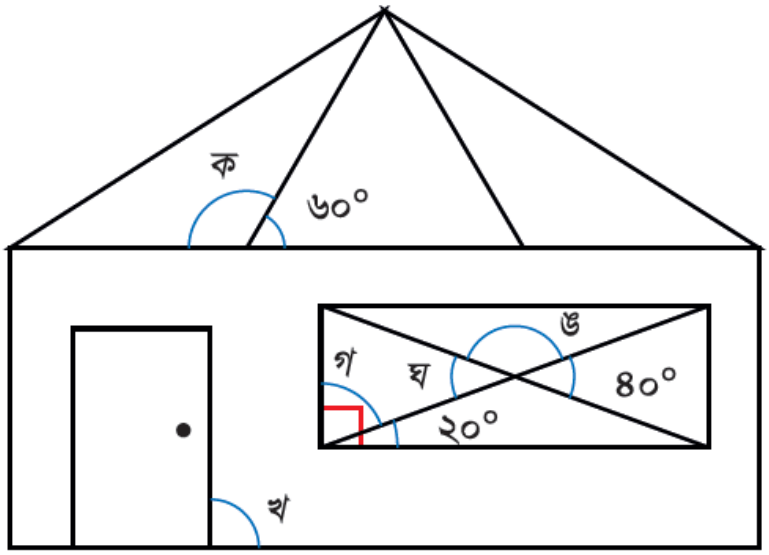


বিপ্রতীপ কোণ

দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করার ফলে একে অপরের বিপরীতে যে কোণসমূহ উৎপন্ন হয় তারাই বিপ্রতীপ কোণ।

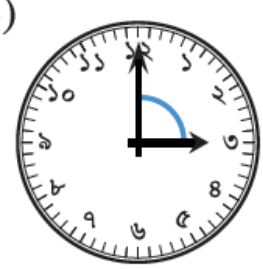
<ক এবং <খ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। বিপ্রতীপ কোণসমূহ পরস্পর সমান।

অনুশীলন ৩: পরিমাপ না করে ∠ক , ∠খ, ∠গ, ∠ঘ এবং ∠ঙ **নির্ণয় করুন-**

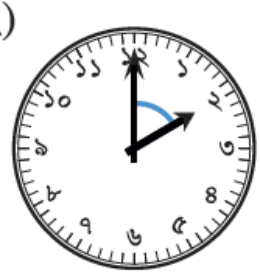


অনুশীলন ৪: ঘড়ির ঘন্টা এবং মিনিটের কাঁটা দিয়ে তৈরি নিচের কোণগুলোর নামকরণ করুন।

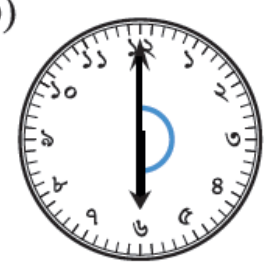
(১)



(২)

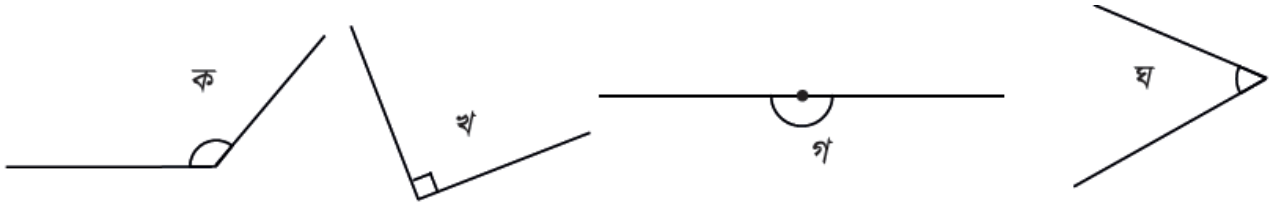


(৩)



(৪)

কর্মপত্র ৫: নিচের কোণগুলোর নামকরণ করুন।



পাঠ ৫: ত্রিভুজ

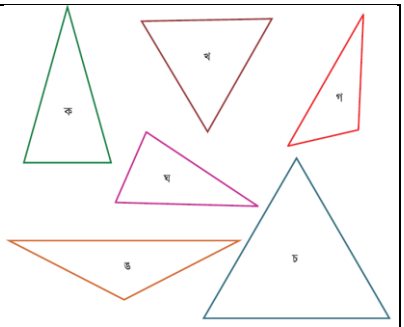
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনেরলক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

- ৬টি ত্রিভুজের মধ্যে কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন ত্রিভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর কোনটিই একে অন্যের সমান নয় বলে মনে হচ্ছে ?

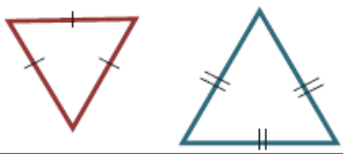
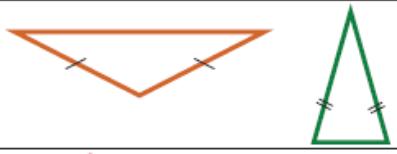
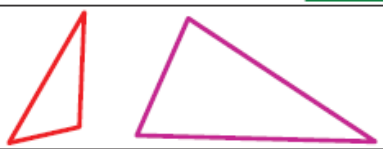


চিত্র-১

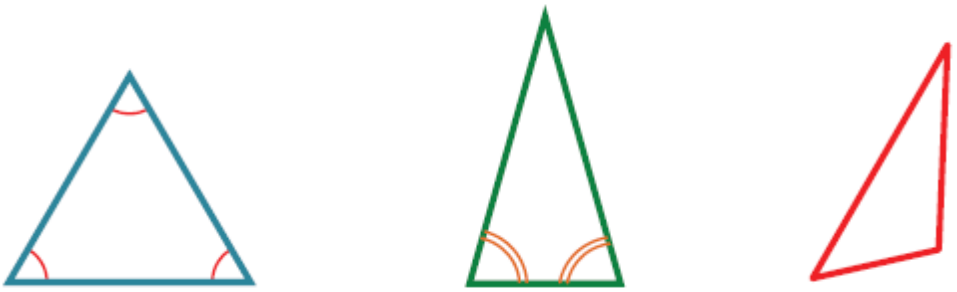
বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটিই বাহুই পরস্পর অসমান। তাই ত্রিভুজের কয়টি বাহু সমান তার উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজকে তিনটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে -যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো :

ছক-১ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

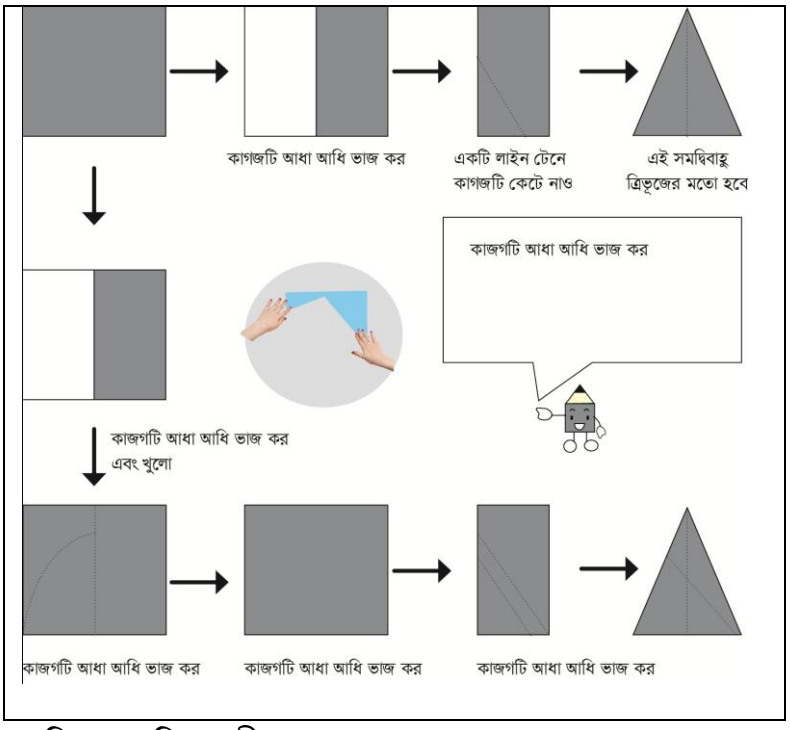
তিনটি সমান বাহু		সমবাহু ত্রিভুজ
দুইটি সমান বাহু		সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
তিনটিই অসমান বাহু		বিষমবাহু ত্রিভুজ

শুধু বাহু নয়- কোণও ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে ৬০°, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে দুটি সমান কোণ রয়েছে এবং বিষমবাহু ত্রিভুজের কোন কোণই সমান নয়-এই ধারণাগুলোচিত্র-২ এ উপস্থাপন করা হলো-



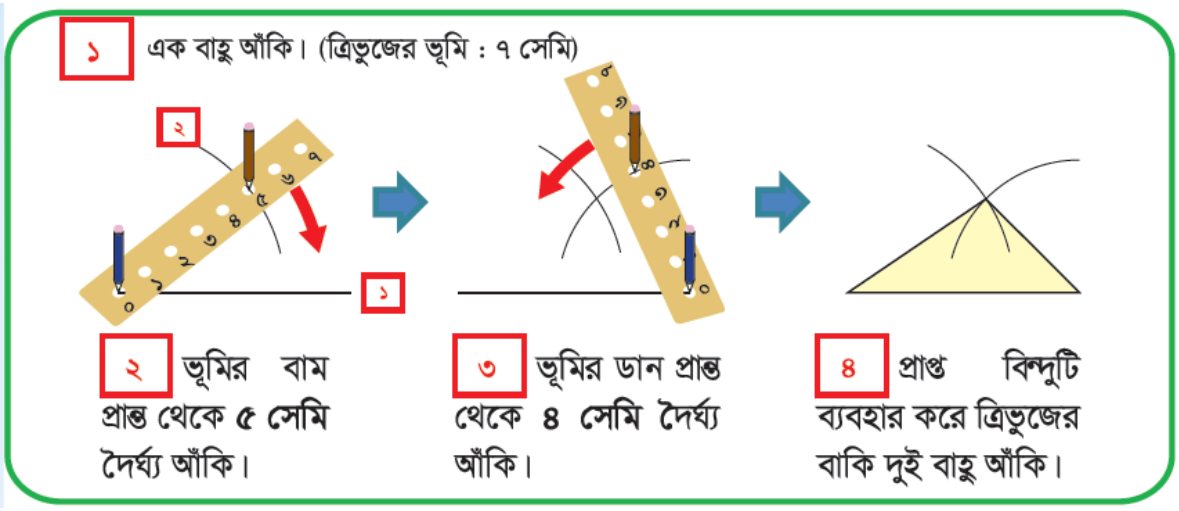
চিত্র-২

কাগজের সাহায্যে সমদ্বিবাহু ও সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করা যায়। এই পদ্ধতিটি নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো-



প্রশ্নঃ সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজ কীভাবে অঙ্কন করা যায়?

নিচের চিত্র-৩ এর মতো চারটি ধাপে বিষমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়। এই বিষমবাহু ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য ৭ সে. মি., ৫ সে. মি. ও ৪ সে. মি.।



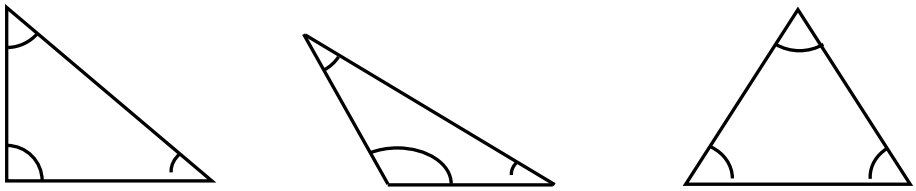
চিত্র-৩

অনুশীলন :একই পদ্ধতি ব্যবহার করে ১.৬ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ও২.৫ সে. মি. ও ২টি ৭ সে. মি.বাহুবিশিষ্ট একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করুন।

আমরা চাঁদা ব্যবহার করে কোণ আঁকা শিখেছি। সমবাহু ত্রিভুজের ৩টি ৬০° কোণ রয়েছে। এই কোণগুলো ব্যবহার করেও ৮ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকতে পারি- যা নিচের চিত্রে দেখানো হলো-

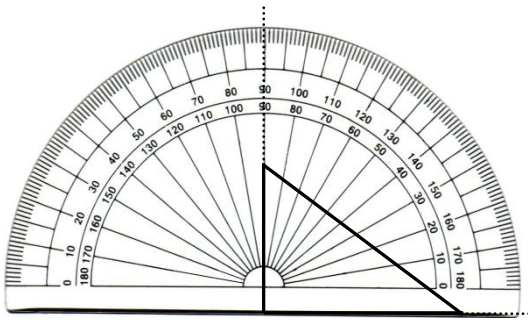
নিচের ত্রিভুজ ৩টির কোণগুলোর মধ্যে কী কী ধরনের ভিন্নতা রয়েছে?

- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর সমান বলে মনে হচ্ছে ?**
- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির সবগুলো কোণই ৯০° এর চেয়ে ছোট বলে মনে হচ্ছে ?**
- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর চেয়ে বড় বলে মনে হচ্ছে ?**



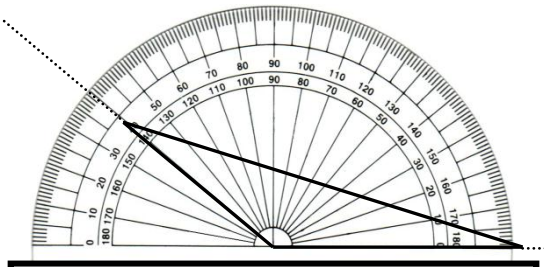
কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

কোণের ভিত্তিতে ত্রিভুজ তিন ধরণের হয়। যে ত্রিভুজের একটি কোণ ৯০° এর সমান তা সমকোণী ত্রিভুজ। যে ত্রিভুজের একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর থেকে বড় তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর ছোট, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



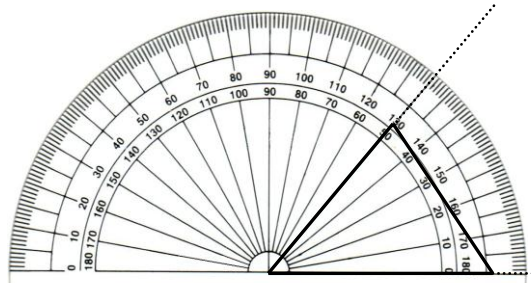
সমকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর সমান, তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।



স্থূলকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ ৯০° এর বড়, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে ।

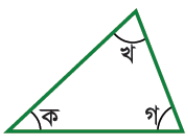
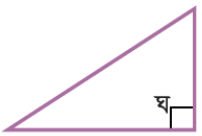
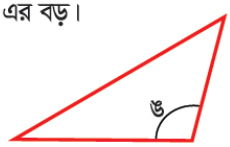


সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর কম, তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

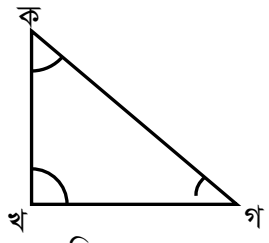
ত্রিভুজের অন্য নাম

ত্রিভুজের কোণের ভিন্নতা অনুযায়ী ত্রিভুজ আরও কয়েক ধরনের হয়।

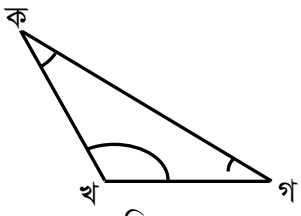
সবগুলো কোণই ৯০° এর ছোট। (ক, খ এবং গ < ৯০°) 	সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
একটি কোণ ৯০° (ঘ= ৯০°) 	সমকোণী ত্রিভুজ
তিনটি কোণের একটি ৯০° এর বড়। (ঙ > ৯০°) 	স্থূলকোণী ত্রিভুজ

অনুশীলন : নিজ নিজ খাতায় চাঁদা ব্যবহার করে উপরের চিত্রের মত অনুরূপ চিত্র আঁকুন এবং চিত্রের পাশে নাম ও প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ লিখুন। প্রত্যেকটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যোগ করে দেখুন যে একই হয় (১৮০°)।

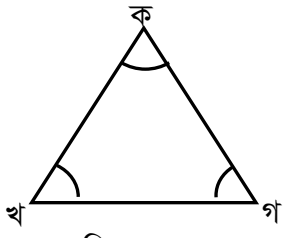
কর্মপত্র : চাঁদার সাহায্যে নিচের ত্রিভুজের কোণগুলো ও স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরিমাপ করে নিচের ছক পূরণ করুন :



চিত্র নং চ



চিত্র নং ছ



চিত্র নং জ

চিত্র নম্বর	কোণগুলোর পরিমাণ	বাহুগুলোর পরিমাণ
চ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ = ... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.
ছ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ= .... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.
জ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ = ... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.

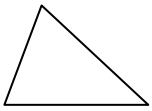
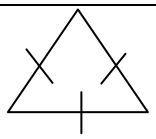
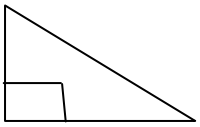
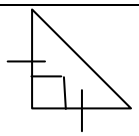
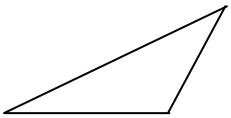
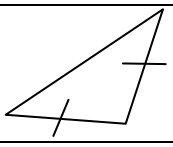
সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ও বিষমবাহু ত্রিভুজেরবাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কী? কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কী?

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য ছক-২ এ উপস্থাপন করা হলো-

ছক-২ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য

ত্রিভুজের ধরন	**বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য**	**কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য**
সমবাহু ত্রিভুজ	তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান	তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে ৬০°
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ	দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান	দুইটি কোণ সমান
বিষমবাহু ত্রিভুজ	তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।	কোন কোণই সমান নয়

অনুশীলনঃ ছকে প্রদত্ত সমস্যা সমাধান করুন।

	বিষমবাহু ত্রিভুজ	**সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ**	**সমবাহু ত্রিভুজ**
সূক্ষ্মকোণী			
সমকোণী			-
স্থূলকোণী			-

(ক) কেন একটি সমকোণী- সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কণ সম্ভব নয় তা ব্যাখ্যা করুন।

(খ) কেন একটি স্থূলকোণী - সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কণ সম্ভব নয় তা ব্যাখ্যা করুন।

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্র, অনুশীলন ও এ্যাসাইনমেন্টের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ ৬: চর্তুভূজ

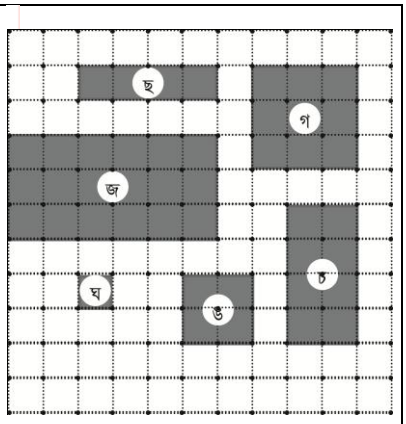
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- চর্তুভুজের প্রকারভেদের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

- প্রতিটি চতুর্ভুজের কোণগুলোর পরিমাপ কত?
- ৬টি চতুর্ভুজের মধ্যে কোন কোন চতুর্ভুজের ৪টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন চতুর্ভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে? এই দুটি সমান বাহু কি পাশাপাশি নাকি বিপরীত দিকে অবস্থিত ?



চিত্র-১

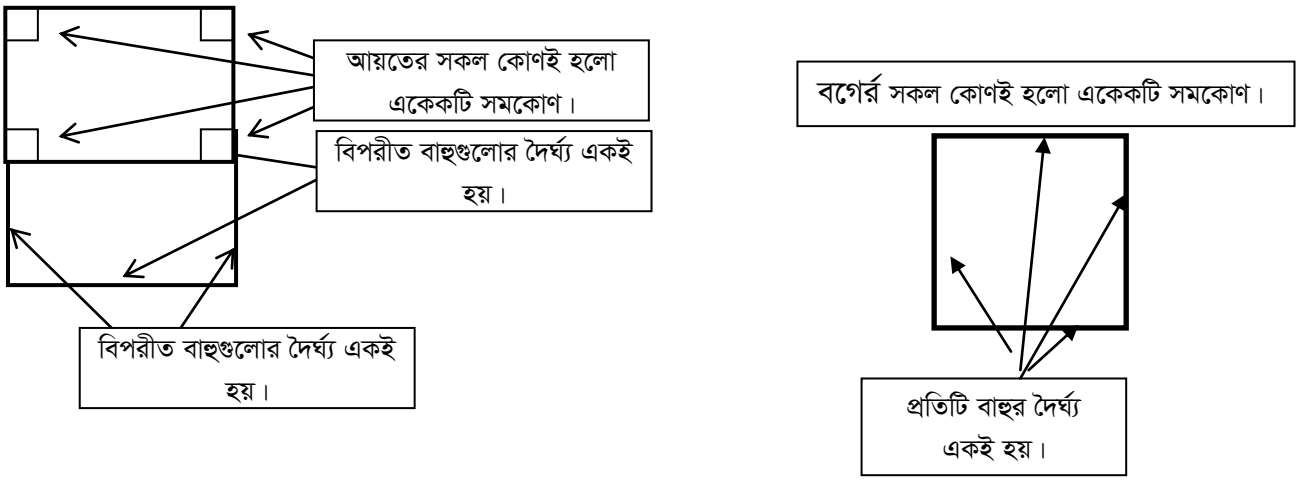
এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে বিভিন্ন প্রকার চর্তুভুজের ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন। এখানে বিভিন্ন প্রকার চর্তুভুজ নিয়ে আলোচনা করা যাক।

চর্তুভুজের প্রকারভেদ

চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান। আবার কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ - কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। যে সব চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ - তার সমান বাহুর উপর ভিত্তি করে চতুর্ভুজকে দুটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে- আয়ত ও বর্গ- যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো।

আয়ত	বর্গ
যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে আয়ত বলে।	যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহু পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে বর্গ বলে।

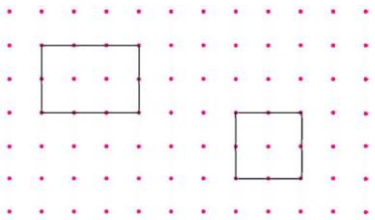
আয়ত ও বর্গ সনাক্তকরণ সর্ম্পকিত ধারনা নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো-



চিত্র-২

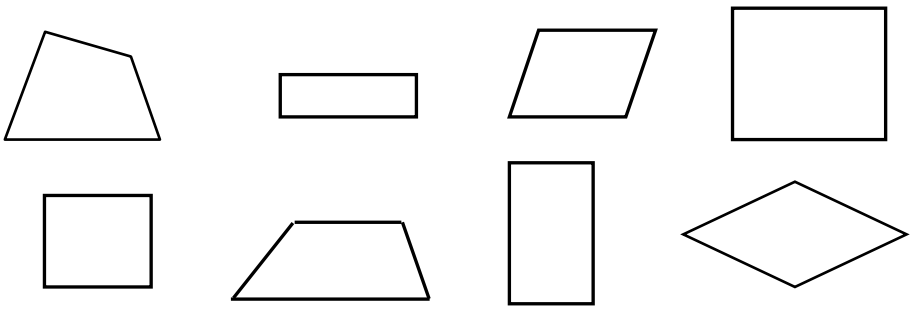
ডট কাগজে আয়ত ও বর্গ অঙ্কন

ডট কাগজে আয়ত ও বর্গের চিত্র অঙ্কনের পদ্ধতি নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।



চিত্র-২

অনুশীলন-১ : পেনসিল ও রুলার ব্যবহার করে চতুর্ভুজ অঙ্কন করুন এবং নিচের প্রশ্নের উত্তর করুন :



উপরের চিত্রের -

- কোন কোন চতুর্ভুজের কোণগুলো সব সমকোণ?
- কোন কোন চতুর্ভুজ আয়ত?
- কোন কোন চতুর্ভুজ বর্গ?

অনুশীলন ২:পরিবেশ থেকে আয়ত ও বর্গ আকৃতির ২টি করে বস্তুর উদাহরণ লিখুন।
এখন আয়ত ও বর্গের পার্থক্য চিহ্নিতকরণ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক:

অনুশীলন ২:

চিত্র- ক এর-

- চতুর্ভুজের নাম কী?

চিত্র-খ এর-

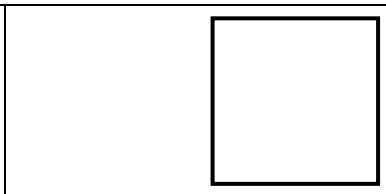
- আয়ত ও বর্গের মধ্যে মিল কী? আয়ত ও বর্গের মধ্যে অমিল কী ?

চিত্র-গ বা চিত্র-ঘ এর-

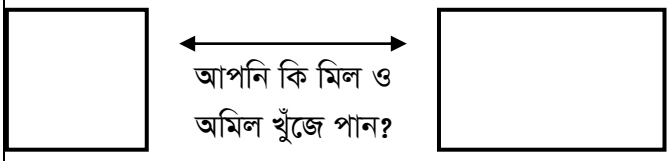
- এই চতুর্ভুজগুলোর মধ্যে আয়ত বা বর্গ আছে কি?

উত্তর ''না'' হলে...

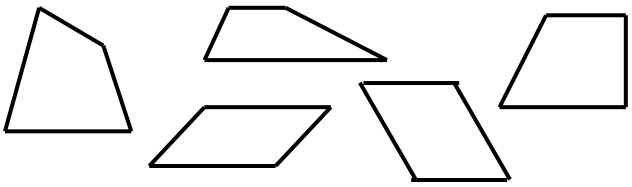
- অন্যান্য আকৃতিগুলো বর্গ বা আয়ত নয় কেন?
- বর্গ বা আয়ত-এর সাথে অন্যান্য চতুর্ভুজগুলোর কী কী পার্থক্য রয়েছে?



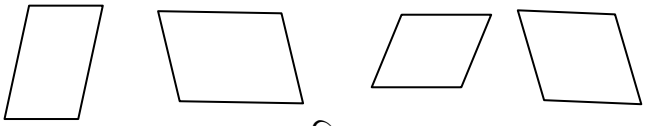
চিত্র-ক



চিত্র-খ



চিত্র-গ



চিত্র-ঘ

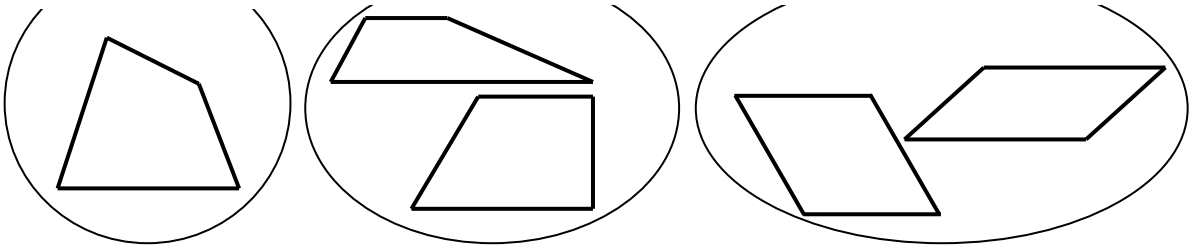
অনুশীলন :

(১) ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে আয়ত ও বর্গ অঙ্কন করুন।

(২) ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক সনাক্তকরণ এবং আয়ত ও বর্গের সাথে সামান্তরিকের পার্থক্য চিহ্নিত করুন।

চিত্রে ৫টি চতুর্ভুজকে আমরা বাহুর বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী আলাদা আলাদা করে দলভুক্ত করতে পারি। নিচের চিত্রে সমান্তরাল রেখার ধারণা অনুসরণ করে এদেরকে দলে বিভক্ত করা হয়েছে।

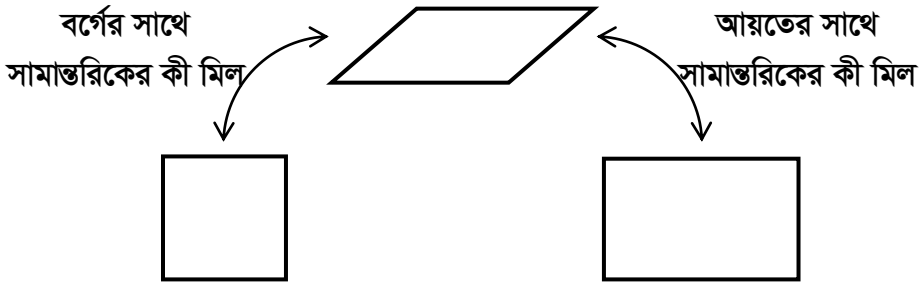
সমান্তরাল বাহু নেই **১ জোড়া সমান্তরাল বাহু** **২ জোড়া সমান্তরাল বাহু**



যে চতুর্ভুজের ২ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে সামান্তরিক বলে।
যে চতুর্ভুজের ১ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।

সামান্তরিক দ্বারা সীমাবদ্ধ চতভুর্জ ক্ষেত্রকে সামান্তরিক ক্ষেত্র বলা হয়।

সামান্তরিকের–
- বিপরীত বাহুগুলো **পরস্পর** সমান
- বিপরীত কোণগুলো **পরস্পর** সমান



মিলগুলো হলো-
- ✓ সবগুলোই চতুর্ভুজ।
- ✓ সবগুলো চিত্রেই ২জোড়া করে সমান্তরাল রেখা আছে।

এজন্য, বর্গ ও আয়ত হলো এক একটি সামান্তরিক।

সামান্তরিক → ২জোড়া সমান্তরাল বাহুর চতুর্ভুজ

(১) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ থাকে তাকে আয়ত বলে।
(২) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ ও চারটি সমান বাহু থাকে তাকে বর্গ বলে।

অনুশীলন : ত্রিকোণীসেট, রুলার,চাঁদা ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক অঙ্কন করুন।

যে চতর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস বলে- আবার বর্গের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান- তাই বর্গ এক ধরণের রম্বস।

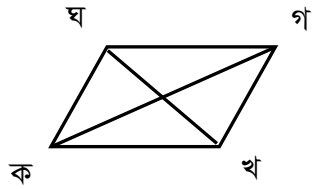
রম্বসের–
- **বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল**
- **বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান**

রম্বস একটি সামান্তরিক, যার সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান। সুতরাং বলা হয়, প্রত্যেকটি রম্বসই সামান্তরিক, কিন্তু প্রত্যেকটি সামান্তরিক রম্বস নয়।

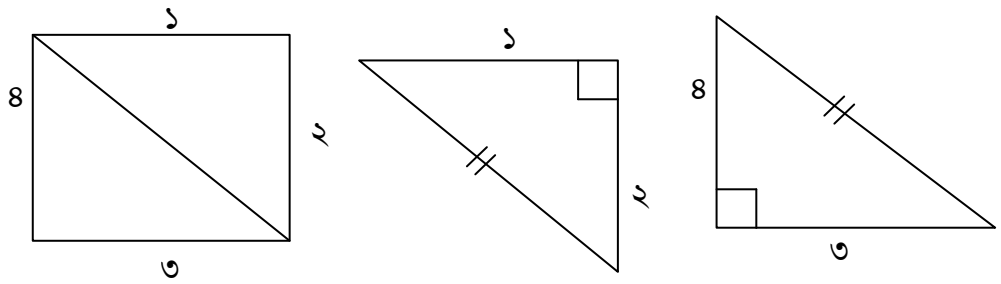
অনুশীলন : ত্রিকোণী সেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক অঙ্কন ।

চতুর্ভুজের কর্ণ

কোন চর্তুভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দুর সংযোগকারী রেখাকে কর্ণ বলা হয়।
একটি চর্তুভুজের দুইটি কর্ণ রয়েছে। পাশের চিত্রে কগ এবং খঘ চর্তুভুজটির দুটি কর্ণ।



- আয়তাকার ও বর্গাকৃতির কাগজ কেটে দেখুন যে, আয়তের কর্ণদ্বয় সমান। বর্গের কর্ণদ্বয়ও সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। আবার, প্রত্যেকটি কর্ণ আয়ত ও বর্গকে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে। অর্থাৎ, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের সমন্বয়ে আয়ত বা বর্গ তৈরি করা যায়।



- সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কাগজ কেটে দেখুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অনুশীলন: নিচের ছকে আয়ত, বর্গ, সামান্তরিক ও রম্বসের চিত্র এঁকে বৈশিষ্ট্যাবলি লিপিবদ্ধ করুন।

চতর্ভুজের ধরন	চিত্র	বৈশিষ্ট্যাবলি
আয়ত		▯ ---------- ▯ ---------- ▯ ----------
বর্গ		▯ ---------- ▯ ---------- ▯ ----------

সামান্তরিক		---------- ---------- ----------
ট্রাপিজিয়াম		---------- ---------- ----------
রম্বস		---------- ---------- ----------

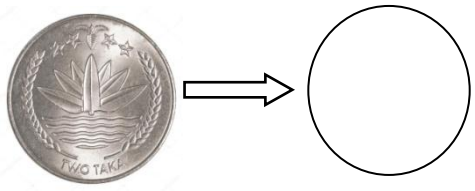
সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্র, অনুশীলন ও এ্যাসাইনমেন্টের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ ৭: বৃত্ত

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বৃত্ত ও বৃত্তের বিভিন্ন অংশ সম্পর্কিত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি: ➢ গাড়ির চাকা বা বাইসাইকেলের চাকা, চুড়ি, এক বা দইু টাকার মুদ্র্যা, চন্দ্র, সূর্য অথবা গ্লাসের মুখ ইত্যাদির আকৃতি কেমন? চিত্র-ক এ আমরা দেখতে পাচ্ছি দইু টাকার একটা মুদ্রা কাগজে রেখে চারদিকে পেন্সিল দিয়ে দাগ টেনে কাগজের বেশ কিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হলো। ➢ এটি কিসের চিত্র? ➢ বৃত্ত কাকে বলে? ➢ কিভাবে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়	 **চিত্র: ক**

বৃত্ত ও এর বিভিন্ন অংশ সম্পকে ধারনা :

বৃত্ত

অনেক বস্তুর আকৃতি গোলাকার। যেমন: গাড়ির চাকা বা বাইসাইকেলের চাকা, চুড়ি, এক বা দুই টাকার মুদ্রা, চন্দ্র,সূর্য অথবা গ্লাসের মুখ ইত্যাদি। এরকম গোল আকৃতিকে বৃত্ত বলে। চিত্র-ক এ আমরা দেখেছি দুই টাকার একটা মুদ্রাকাগজে রেখে চারদিকে পেন্সিলদিয়ে দাগ টানায় কাগজের বেশকিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হয়। যে বক্ররেখা দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয় সেটিই হলো বৃত্ত এবং এই আবদ্ধ তলটিকে বলা হয় বৃত্তক্ষেত্র।

বৃত্তের পরিধি

যে বক্ররেখা বৃত্তকে আবদ্ধ করে রাখে তাকে বলা হয় বৃত্তের পরিধি।

অনুশীলন: পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের পৃ: ১১৪ এর আলোকে পেনসিল এবং স্কেলের সাহায্যে বৃত্ত অঙ্কন করুন।

বৃত্তের কেন্দ্র

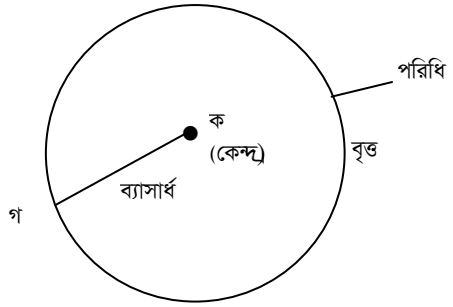
যে বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল এবং স্কেলের সাহায্যে একটি বৃত্ত আঁকা যায় তাকে কেন্দ্র বলে। কেন্দ্র থেকে বৃত্তের উপরের যেকোন বিন্দুর দৈর্ঘ্য সমান। চিত্র-খ এর মতো বৃত্তের পরিধির উপর বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু- চ, ছ, জ এবং ঝ নিয়ে কখ, কগ, কঘ এবং কঙ রেখাংশগুলোএঁকে স্কেল দিয়ে মাপলে দেখা যাবে যে এই রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

এইভাবে বৃত্তের পরিধির উপর আরও কয়েকটি বিন্দু নিয়ে রেখাংশ অঙ্কন করলে এদের দৈর্ঘ্যও সমান হবে। অর্থাৎ, বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধির যে কোন বিন্দুর দূরত্ব সমান।

অনুশীলন: পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের ১১৬নং পৃষ্ঠার ৩ ও ৪ নং কাজ নিয়ে চিন্তা করে সমস্যা দুটি সমাধান করুন।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ

বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে পরিধি পর্যন্ত যে দূরত্ব তাকে ব্যাসার্ধ বলে।



বৃত্ত অঙ্কনের বিভিন্ন পদ্ধতি

হাতের বালা, আংটি, চাকা, গ্লাস, পয়সা ইত্যাদি বস্তুগুলোকে ব্যবহার করে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।কিন্তু এভাবে আঁকা বৃত্তের আকৃতি নিজের ইচ্ছামতো বা মাপমতো হয় না। তাই সঠিকভাবে বৃত্ত আঁকার জন্য কম্পাস ব্যবহার করা হয়। জ্যামিতি বক্সের মধ্যে এ ধরনের কম্পাস থাকে। কম্পাসের দুইটি ধাতব দন্ডের একটির শেষ প্রান্ত অতি সরু কাঁটা যুক্ত এবং অপরটিতে পেন্সিল ঢুকিয়ে স্ক্রু দিয়ে পেন্সিল শক্ত করে আটকে রাখা হয়। তারপর সরু প্রান্তটি কাগজের উপর চেপে ধরে অপর প্রান্তে সংযুক্ত পেন্সিল কাগজের উপর চারদিকে ঘুরিয়ে আনলেই বৃত্ত আঁকা হয়। যেমনটি নিচের চিত্রে দেখানো হয়েছে।

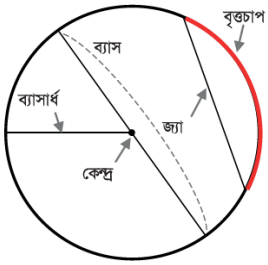
নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধের বৃত্ত আঁকতে হলে কম্পাসের সরু প্রান্ত স্কেলের শূন্য চিহ্নিত বিন্দুতে এবং অপর প্রান্তে পেন্সিলের মাথা নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য সূচক বিন্দুতে বসাতে হয়। তারপর কম্পাসটি সাবধানে তুলে নিয়ে খাতায় বা কাগজের উপর এমনভাবে বসাতে হয় যাতে সূচালো কাঁটাটি কাগজের পিঠে নির্দিষ্ট বিন্দুতে আটকে থাকে। সূচালো কাঁটাটি স্থির অবস্থানে রেখে কম্পাসের বাকি বাহুর সাথের পেন্সিলটি কাগজের পিঠে আলতোভাবে চেপে ধরে চারদিকে ঘুরিয়ে আনতে হয়। এভাবে বৃত্ত আঁকা হয়।

দ্রষ্টব্য:বোর্ডের উপর একটি কাগজে বোর্ডপিন, সুতা ও পেনসিলের সাহায্যেও বৃত্ত আঁকা যায়।

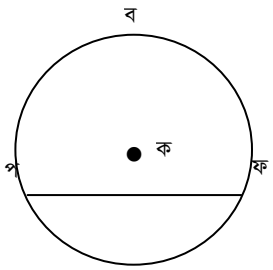
অনুশীলন: ২.৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন। বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ অঙ্কন করুন। সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি? পরীক্ষা করে সিদ্ধান্ত উপস্থাপন করুন।

অনুশীলন: পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের **১১১** নং পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্নের বৃত্ত দুটি অঙ্কন করুন।

বৃত্ত এবং বৃত্তচাপ, জ্যা ও ব্যাস



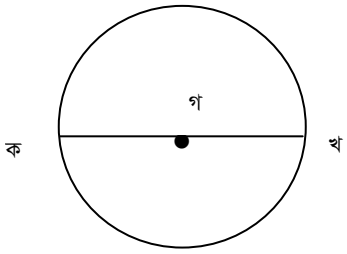
পরিধির যে কোন একটি অংশকে বৃত্তচাপ বলা হয়। একটি বৃত্তচাপের শেষ প্রান্তবিন্দু দুটির সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলা হয়। সুতরাং বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ একটি জ্যা। প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি বৃত্তচাপে বিভক্ত করে। অর্থাৎ, জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেকটি অংশই বৃত্তচাপ বা সংক্ষেপে চাপ। নিচের চিত্রে একটি জ্যার দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির দুইটি বিন্দু ব এবং ভ নিই। তাহলে জ্যা দ্বারা উৎপন্ন চাপ দুইটি হলো পবফ এবং পভফ।



বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হতেও পারে-আবার নাও হতে পারে। বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হলে তাকে ব্যাস বলে এবং ব্যাস হলো বৃত্তের সবচেয়ে বড় জ্যা। বৃত্তের ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে।

বৃত্তের ব্যাসের অর্ধেক হলো ব্যাসার্ধ এবং ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হলো ব্যাস। নিচের চিত্রে কখ একটি জ্যা, যা বৃত্তের কেন্দ্র গ দিয়ে গেছে। এক্ষেত্রে জ্যাটি বৃত্তের একটি ব্যাস। অর্থাৎ, যে জ্যা কেন্দ্র ভেদ করে উভয় দিকে পরিধি/বৃত্ত পযর্ন্ত বিস্তৃত হয় তাকে ব্যাস বলে। ব্যাসের মধ্যবিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। তাই ব্যাসের অর্ধেক ব্যাসার্ধ।

দ্রষ্টব্য: বৃত্তের যে কোন ব্যাস বৃত্তটিকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে, যার প্রত্যেকে একটি অধর্বৃত্ত।



অনুশীলন : পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের **১১৪**নং পৃষ্ঠার ৮ নং সমস্যাটি সমাধান করুন।

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

অধ্যায় ১১

পরিমাপ

আমরা বস্তুজগতে (Physical World) পরিমাপের সাথে পরিচিত এবং প্রায় সবাই দৈনন্দিন জীবনে পরিমাপের ব্যবহার করে থাকি। প্রাত্যহিক জীবনে অনেক ক্ষেত্রেই পরিমাপের প্রয়োজন। যেমন, কেনা-কাটা, কৃষিকাজ, যোগাযোগ, আমদানি-রপ্তানি, ব্যবসা-বাণিজ্য, ঘর-বাড়ি নির্মাণ, পোশাক প্রস্তুত ইত্যাদি। পরিমাপের একক একটি আদর্শমান। বিভিন্ন প্রকার বস্তু/রাশি পরিমাপ করার পদ্ধতি ও আদর্শ ভিন্ন ভিন্ন হয়ে থাকে। ডিপিএড শিক্ষার্থীকে পরিমাপ সম্পর্কিত জ্ঞান অর্জনে সহায়তার জন্য এই অধ্যায়ের এক একটি পাঠে এ সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়েছে যা জানা তাঁর জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা পরিমাপের বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা যেমন- দৈর্ঘ্য, ওজন, তরল পদার্থের আয়তন ও ভূমি পরিমাপ সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

পাঠ ১: দৈর্ঘ্য পরিমাপ

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- পরিমাপের একক কি?
- কোন বস্তুর পরিমাপে এই একক আমাদের কীভাবে সাহায্য করে?
- দৈর্ঘ্য পরিমাপের ব্রিটিশ একক কোনটি?
- এসআই পদ্ধতি কাকে বলে?
- এসআই পদ্ধতিতে এককসমূহ কী কী?
- দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই ও ব্রিটিশ পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক কী?

দৈর্ঘ্য পরিমাপক উপকরণ

ওজন পরিমাপক উপকরণ

তরল পদার্থ পরিমাপক উপকরণ

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে পরিমাপের একক, পরিমাপের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং দৈর্ঘ্য পরিমাপ সর্ম্পকে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই প্রথমে পরিমাপের একক নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

আমরা বাজার করতে গিয়ে বলি ৫ কিলোগ্রাম বা কেজি আলু, ২ কেজি পিয়াঁজ, ২ কেজি সবজি দিন অথবা জামাকাপড় কিনতে গিয়ে বলি ৫ গজ বা ২ মিটার কাপড় দিন ইত্যাদি। এগুলো কেনা-কাটার ক্ষেত্রে আমরা কেজি, মিটার অথবা গজ এর সাথে তুলনা করি। এই কেজি, মিটার অথবা গজ হলো একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ, যার সঙ্গে তুলনা করে জিনিষপত্রগুলো কিনতে হয়। এ নির্দিষ্ট পরিমাণগুলো হলো পরিমাপের একক।

পরিমাপের এককে প্রকাশ করতে সংখ্যা ও একক প্রয়োজন। যেমন, '২ মিটার' এর ক্ষেত্রে ২ সংখ্যা এবং মিটার একক।

নির্ধারিত একক সাপেক্ষে প্রত্যেক বস্তুর পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ যে কোন বস্তুর পরিমাপের জন্য একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি রাশিকে একক হিসেবে ধরে নেয়া হয়। ধরা যাক, বলা হলো গাছটি ২ মিটার লম্বা। তখন বুঝতে হবে যে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং এর তুলনায় গাছটি ২ গুণ লম্বা।

এবার দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক নিয়ে প্রাথমিক আলোচনা করা যাক ।

সচরাচর আমরা বলে থাকি, ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ মিটার। এখানে ১ মিটারের সাথে তুলনা করে তার উচ্চতা বের করা হয়েছে। মিটার উচ্চতা পরিমাপের একক এবং ১.৫ হলো উচ্চতার পরিমাণ। মিটার হলো একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ গুণ।

কোন কিছু পরিমাপ করতে একটি একই ধরনের মাপের আদর্শ প্রয়োজন, যার সাথে সমস্ত বস্তু বা রাশির তুলনা করা হয়। এ আদর্শ পরিমাপকে ঐ জাতীয় মাপের একক বলা হয়। অর্থাৎ যে কোন রাশির পরিমাপকে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি বস্তু বা রাশির একক হিসেবে ধরা হয়।

এবার পরিমাপের পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করা যাক ।

পরিমাপের পদ্ধতি

বিশ্বের বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন পরিমাপের বিভিন্ন একক ব্যবহৃত হত। যেমন– ব্রিটেনে দৈর্ঘ্য মাপতে ফুট, গজ, ইঞ্চি; ফ্রান্সে আদর্শ মিটার, সেন্টিমিটার এবং আমাদের দেশীয় আদর্শ হাত প্রচলিত ছিল। এভাবে ওজন, আয়তন এবং ক্ষেত্র পরিমাপের আলাদা একক এবং তাদের আলাদা আলাদা একক পরিমাপ আছে। একই প্রকার পরিমাপের জন্য আন্তর্জাতিক পরিমাপ পদ্ধতি বা System International (SI) প্রচলিত হয়েছে,। ১৯৮২ সালের জুলাই মাস থেকে সরকারিভাবে আমাদের দেশে এ পদ্ধতি চালু হয়েছে। এ পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য, ওজন, সময়, ক্ষেত্রফল ও আয়তন পরিমাপের মূল এককগুলো হলো যথাক্রমে মিটার, কিলোগ্রাম, সেকেন্ড, বর্গমিটার, ঘনমিটার এবং তরল পদার্থের ক্ষেত্রে লিটার। এ পদ্ধতির সুবিধাগুলো হলো এককগুলো মূল এককের ১০ গুণ করে বাড়ে বা কমে।

এসআই পদ্ধতিতে এককসমূহ

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক: **মিটার**
- ভর বা ওজন পরিমাপের একক: **কিলোগ্রাম** বা কেজি
- সময় পরিমাপের একক: **সেকেন্ড**
- ক্ষেত্রফল পরিমাপের একক: **বর্গমিটার**
- আয়তন পরিমাপের একক: **ঘনমিটার** (কঠিন) এবং **লিটার** (তরল)

এখানে উল্লেখ্য যে, দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই পদ্ধতি এবং মেট্রিক পদ্ধতি একই।

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি এবং এসআই পদ্ধতিতে ব্যবহৃত বিভিন্ন পরিমাপের এককগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক নিম্নরূপ:

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি	সহস্র	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক	কিলোমিটার	হেক্টোমিটার	ডেকামিটার	মিটার	ডেসিমিটার	সেন্টিমিটার	মিলিমিটার
ওজন পরিমাপের একক	কিলোগ্রা ম	হেক্টোগ্রা ম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম	ডেসিগ্রাম	সেন্টিগ্রাম	মিলিগ্রাম
তরল পদার্থ পরিমাপের একক	কিলোলিটার	হেক্টোলিটার	ডেকালিটার	লিটার	ডেসিলিটার	সেন্টিলিটার	মিলিলিটার
ভূমি পরিমাপের একক		হেক্টর		এয়র		সেন্টিয়র	

উল্লিখিত এককগুলোর মধ্যে অনেক একক আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সচারচর ব্যবহার করি না। যেমন–হেক্টো, ডেকা, ডেসিমিটার প্রভৃতি। বরং আমরা ১০০ মিটার, ১০ মিটার এবং ০.১ মিটার, ০.০৫ মিটার এবং কিলোগ্রাম, গ্রাম ব্যবহার করে থাকি। তাই এ সব উপ-একক সম্পর্কে আমাদের স্পষ্ট ধারণা থাকা আবশ্যক।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের ব্রিটিশ এককাবলি

১ ফুট = ১২ ইঞ্চি
১ গজ = ৩ ফুট
১ মাইল = ১৭৬০ গজ

দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই/মেট্রিক ও ব্রিটিশ পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক

১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.

১ মাইল = ১.৬১ কি.মি. (প্রায়)
১ কি.মি = ০.৬২ মাইল (প্রায়)

দৈর্ঘ্য পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর

সমস্যা: ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করতে হবে(প্রথমে ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করুন ও পরে যোগফল নির্ণয় করুন)।

সমাধান: ১২৫ সেন্টিমিটার

$= \frac{১২৫}{১০০}$ মিটার [যেহেতু, ১০০ সেন্টিমিটার = ১ মিটার]

= ১.২৫ মিটার

৫ মিলিমিটার

$= \frac{৫}{১০০০}$ মিটার [যেহেতু,১০০০ মিলিমিটার = ১ মিটার]

= ০.০০৫ মিটার

∴ ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটার

= ১.২৫ মিটার + ০.০০৫ মিটার

= ১.২৫৫ মিটার

উত্তর: ১.২৫৫ মিটার

অনুশীলন: শ্রেণিকক্ষের যে কোন একটি বেঞ্চ, চকবোর্ড ও টেবিলের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করুন এবং মিটারে প্রকাশ করুন।

বিষয়বস্তু	দৈর্ঘ্য	দৈর্ঘ্য
বেঞ্চ	- - মি. - - সে.মি..	- - মিটার
চকবোর্ড	- - মি. - - সে.মি..	- - মিটার
টেবিল	- - মি. - - সে.মি..	- - মিটার

দৈর্ঘ্য পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ:

দৈর্ঘ্য পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডেকা.মি.	মি.
১৪	৮	৭	৪
২২	৬	০	৮
৯	০	৯	৬
(+) ৩৫	৯	৫	৩
৮২	**৫**	**৩**	**১**

উত্তর:৮২ কি.মি. ৫ হে.মি ৩ ডেকামি. ১ মি. বা ৮২৫৩১ মিটার

(খ)

কি.মি.	হে.মি.	ডেকা.মি.	মি.
২৫	৪	৮	২
(-) ১৬	৯	৬	৭
৮	**৫**	**১**	**৫**

উত্তর: ৮ কি.মি. ৫ হে.মি. ১ ডেকামি. ৫ মিটার বা ৮৫১৫ মিটার

দৈর্ঘ্য পরিমাপের গুণ ও ভাগঃ

সমস্যাঃ ৬ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ মিটারকে ৮ দিয়ে গুণ করুন।

সমাধানঃ প্রদত্ত দৈর্ঘ্যকে মিটারে রূপান্তর করে গুণ করতে হবে।

∴ ৬ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ মিটার × ৮

= ৬৮০৫ মিটার ×৮

= (৬৮০৫×৮) মিটার

= ৫৪৪৪০ মিটার অথবা ৫৪ কি.মি. ৪ হে.মি. ৪ ডেকামি.

উত্তরঃ ৫৪ কি.মি. ৪ হে.মি. ৪ ডেকামি.

সমস্যাঃ ২৮ কি.মি. ৯ হে.মি. ৩ ডেকা.মি. ২ মিটারকে ৯ দিয়ে ভাগ করুন।

সমাধানঃ প্রদত্ত দৈর্ঘ্যকে মিটারে রূপান্তর করে ভাগ করতে হবে।

২৮ কি.মি. ৯ হে.মি. ৬ ডেকা.মি. ২ মিটার

= ২৮৯৬২ মিটার

∴ ২৮৯৬২ মিটার / ৯

= ৩২১৮ মিটার

বিকল্প : ৯) ২৮৯৬২ মিটার (৩২১৮

২৭

১৯

১৮

১৬

৯

৭২

৭২

০

উত্তরঃ ৩২১৮ মিটার অথবা ৩ কি.মি. ২ হে.মি. ১ ডেকামিটার ৮ মিটার।

দৈর্ঘ্য পরিমাপ-সংক্রান্ত সমস্যাবলি

অনুশীলনঃ একটি বাঁশের ২ মিটার ৫০ সে.মি. পানির নিচে রয়েছে। বাঁশটির উপরের ২ মিটার ৪৫ সে.মি. লাল রং করা হয়েছে এবং বাকি ২ মিটার ১০ সে.মি. এর কোন রং করা হয়নি। বাঁশটির উচ্চতা কত?

অনুশীলনঃ শ্রেণিকক্ষের যে কোন তিনটি বেঞ্চের দৈর্ঘ্য পরিমাপ নিয়ে একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

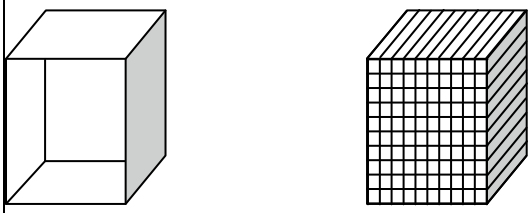
সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।

পাঠ ২: ওজন পরিমাপ

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ওজন পরিমাপের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি; ➢ কী কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারী হয়? ➢ ওজন পরিমাপের জন্য কোন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়? ➢ পাশের চিত্রের মতো কোন একটি বস্তু যতটকু ত্রিমাত্রিক জায়গা দখল করে তাকে বস্তুটির কি বলা হয়? ➢ কোন ধরনের বস্তুর 'আয়তন' পরিমাপ করা হয়? এটি পরিমাপের একক কি?	

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতেও জন ও তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ সর্ম্পকে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন।তাই প্রথমে ওজন পরিমাপের একক নিয়ে প্রাথমিক আলোচনা করা যাক ।

ওজন পরিমাপ এবং এর একক

আমরা আগের পাঠে জেনেছি যে, পরিমাপের জন্য একই জাতীয় বস্তু বা রাশি একটি আদর্শ অংশকে একক ধরা হয়। সচরাচর আমরা বলে থাকি, মেয়েটির ওজন ৫৫ কেজি। এখানে ১ কেজির সাথে তুলনা করে মেয়েটির ওজন বের করা হয়েছে। কেজি হলো পরিমাপের একক এবং ৫৫ হলো যথাক্রমে ওজনের পরিমাণ।

এখানে কেজি হলো একটি নির্দিষ্ট ওজন, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় মেয়েটির ওজন ৫৫ গুণ।

এবার বস্তুর ওজন পরিমাপ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা যাক।

যে কোন দুইটি বস্তু নিয়ে একটি দাঁড়িপাল্লা (Balance beam) অথবা ওজন যন্ত্রের এক পাত্রে একটি বস্তু রাখি এবং অন্য পাত্রে অন্য বস্তুটি রাখি। দেখা যাবে, যে পাত্রের বস্তু ভারি সেই দিকের দড়ি বা দন্ড (beam) নিচের দিকে ঝুলে আছে এবং অন্য দিকের দাঁড়ি উপরের দিকে উঠে আছে। নিচের দিকে ঝুলে থাকা পাত্রটির বস্তু উপরের দিকে উঠে আসা অংশের বস্তু অপেক্ষা ভারি। আড়াআড়ি দন্ডটি দুইদিকে অনুভূমিক বা ভূমির সমান্তরাল অবস্থানে থাকলে বুঝতে হবে বস্তু দুইটির ওজন সমান।

দাঁড়িপাল্লার সাহায্যে বুঝতে পারলাম ওজনের কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারি। আমরা নিত্যপ্রয়োজনীয় দ্রব্য কিনতে বাজারে গিয়ে দোকানদারকে বলি, আমাকে ২ কেজি আলু এবং ১ কেজি পটল দিন। এখানে ২ কেজি এবং ১ কেজি হলো বস্তু দুইটির ওজন। এভাবে আমরা বিভিন্ন বস্তু কেনা ও বিক্রি করার জন্য ওজন পরিমাপ করে থাকি।

আমরা ওজন পরিমাপের জন্য এসআই পদ্ধতি বা মেট্রিক পদ্ধতি ব্যবহার করে থাকি।

ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককাবলি

১ মেটিক্র টন = ১০ কুইন্টাল বা ১০০০ কেজি

১ কুইন্টাল = ১০০ কিলোগ্রাম

১ হেক্টোগ্রাম = ১০০ গ্রাম

১ ডেসিগ্রাম = ০.১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০}$ গ্রাম

১ সেন্টিগ্রাম = ০.০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০}$ গ্রাম

১ মিলিগ্রাম = ০.০০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০০}$ গ্রাম

এবার আলোচনা করা যাক ওজন পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর নিয়ে।

ওজন পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর

সমস্যা: ২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রামকে গ্রাম, মিলিগ্রাম এবং কিলোগ্রামে প্রকাশ করুন।

সমাধান:

প্রথম পদ্ধতি:

প্রথমে প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

২৫ কিলোগ্রাম = (২৫×১০০০) গ্রাম [যেহেতু, ১ কিলোগ্রাম = ১০০০ গ্রাম]

= ২৫০০০ গ্রাম

১২০ মিলিগ্রাম = (১২০×০.০০১) গ্রাম [যেহেতু, ১ মিলিগ্রাম = ০.০০১ গ্রাম]

= ০.১২০ গ্রাম

সুতরাং ২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
=(২৫০০০ + ১৫০ + ০.১২০) গ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
আবার,
২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫১৫০১২০ মিলিগ্রাম [যেহেতু, ১ গ্রাম = ১০০০ মিলিগ্রাম]
আবার,
২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫.১৫০১২০ কিলোগ্রাম [যেহেতু, ১০০০ গ্রাম = ১ কিলোগ্রাম]

দ্বিতীয় পদ্ধতি:

কিলোগ্রাম		গ্রাম			মিলিগ্রাম		
২	৫	১	৫	০	১	২	০

২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫.১৫০১২০ কিলোগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫১৫০১২০ মিলিগ্রাম

ওজন পরিমাপের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ:

ওজন পরিমাপের যোগ

কিলোগ্রাম	হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম
১২	৫	৮	৩
২০	৬	৯	৭
৮	৪	২	৩
(+) ২৫	৮	৬	৯
৬৭	৫	৭	২

উত্তর: ৬৭ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৭ ডেকাগ্রাম ২ গ্রাম

ওজন পরিমাপের বিয়োগ

কিলোগ্রাম	হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম
৬৫	৮	৩	৫
(-) ৩৭	৪	৬	৮
২৮	৩	৬	৭

উত্তর: ২৮ কিলোগ্রাম ৩ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৭ গ্রাম।

ওজন পরিমাপের গুণ

সমস্যা: ১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রামকে ৭ দিয়ে গুণ করুন।

সমাধান: প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

১০ কিলোগ্রাম = (১০×১০০০) গ্রাম

= ১০০০০ গ্রাম

৫ হেক্টোগ্রাম = (৫×১০০) গ্রাম

= ৫০০ গ্রাম

৪ ডেকাগ্রাম = (৪×১০) গ্রাম

= ৪০ গ্রাম

১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৩ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

= (১০০০০ + ৫০০ + ৪০ + ৫) গ্রাম

= ১০৫৪৫ গ্রাম

∴ ১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম × ৭

= (১০৫৪৫×৭) গ্রাম

= ৭৩৮১৫ গ্রাম

বা ৭৩ কিলোগ্রাম ৮ হেক্টোগ্রাম ১ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

বিকল্প সমাধান:

১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম × ৭

---

৭৩ কিলোগ্রাম ৮ হেক্টোগ্রাম ১ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

ওজন পরিমাপের ভাগ

সমস্যা: ৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রামকে ৮ দিয়ে ভাগ করুন।

সমাধান: প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

৬৯ কিলোগ্রাম = (৬৯×১০০০) গ্রাম

= ৬৯০০০ গ্রাম

৯ হেক্টোগ্রাম = (৯×১০০) গ্রাম

= ৯০০ গ্রাম

৬ ডেকাগ্রাম = (৬×১০) গ্রাম

= ৬০ গ্রাম

৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রাম

= (৬৯০০০ + ৯০০ + ৬০ + ৮) গ্রাম

= ৬৯৯৬৮ গ্রাম

৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রাম / ৮

= ৬৯৯৬৮ গ্রাম / ৮

= ৮৭৪৬ গ্রাম

= ৮ কিলোগ্রাম ৭ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৬ গ্রাম

```
৮) ৬৯৯৬৮ গ্রাম (৮৭৪৬
   ৬৪
   ---
    ৫৯
    ৫৬
   ---
     ৩৬
     ৩২
   ----
      ৪৮
      ৪৮
     ----
        ০
```

উত্তর: ৮ কিলোগ্রাম ৭ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৬ গ্রাম।

অনুশীলন:

(১) রুমানার ওজন ২৫ কেজি ৫ হে.গ্রা. ৮ ডেকাগ্রা. ৫ গ্রা., আয়েশার ওজন ২৮ কেজি ৬ হে.গ্রা. ৯ গ্রা . এবং বাবুলের ওজন ৩২ কেজি ৪ হে.গ্র.া ৬ ডেকা গ্রা. ৭ গ্রা. । তিনজনের একত্রে ওজন কত?

(২) মামনু সাহেবের কাছে ২৭ কেজি চাল ছিল। তা থেকে ৮ কেজি ১৭৫ গ্রাম চাল বিক্রি করলে তাঁর কাছে আর কী পরিমাণ চাল আছে?

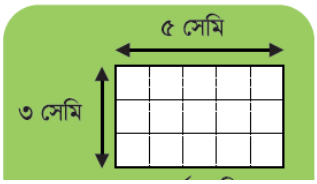
পাঠ ৩: আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

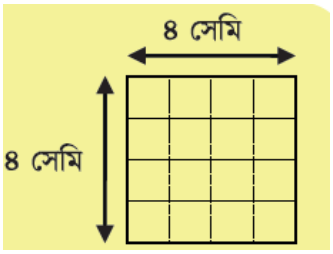
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাশের চিত্র দেখে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

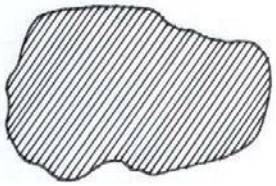
- আয়তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্র বলতে কী বোঝায়?
- এখানে কে বেশি জায়গা দখল করেছে- অর্থাৎ কে বড় ? আয়তক্ষেত্রটি নাকি বর্গক্ষেত্রটি?
- ক্ষেত্রটি যতটুকু জায়গা দখল করেছে - তাকে ক্ষেত্রটির কি বলা হয়?
- আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানা বা বের করার কেন দরকার?
- এই আয়তক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আমরা কীভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- এই বর্গক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং এই বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল আমরা কীভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- অর্থাৎ, আমরা কীভাবে আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের হিসাব-নিকাশ করতে পারি?





আয়ত ও বর্গ আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা :

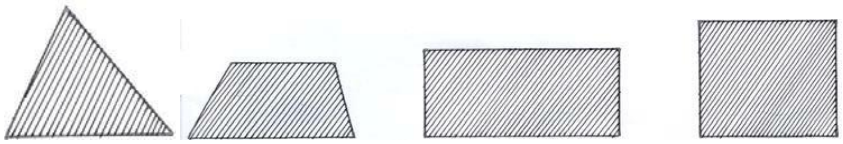
পরিবেশে আমরা বিভিন্ন আকৃতির বস্তু যেমন– বই, খাতা, পতাকা, টেবিল, চেয়ার, চকবোর্ড, আসবাবপত্র ইত্যাদি দেখতে পাই। এগুলো বিভিন্ন আকার-আকৃতির হয়ে থাকে। যেমন– আয়তাকার, বর্গাকার, ত্রিভুজাকার, বৃত্তাকার ইত্যাদি। নিচের চিত্র লক্ষ করুন:



এখানে গাঢ় আবদ্ধ জায়গাটুকু একটি ক্ষেত্র। এইক্ষেত্রের একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ আছে। এ পরিমাণই হচ্ছে ক্ষেত্রটির **ক্ষেত্রফল**। কোন নিদির্ষ্ট সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ জায়গা, যার নিদির্ষ্ট পরিমাণ আছে, তাই ক্ষেত্র। ক্ষেত্রের পরিমাণই হচ্ছে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল।

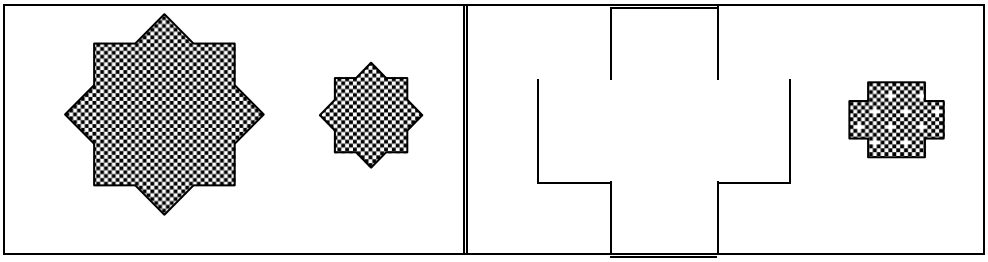
অন্যভাবে বলা যায়, বিভিন্ন ধরনের বস্তুতল যতটুকু স্থান জুড়ে থাকে তাই হলো ঐ বস্তুতলের 'ক্ষেত্র'। আর এ ক্ষেত্রে যে পরিমাণ স্থান বা জায়গা থাকে সে পরিমাণকে ঐ তলের ক্ষেত্রফল বা কালি বলে।

কয়েকটি নির্দিষ্ট আকৃতির ক্ষেত্র:

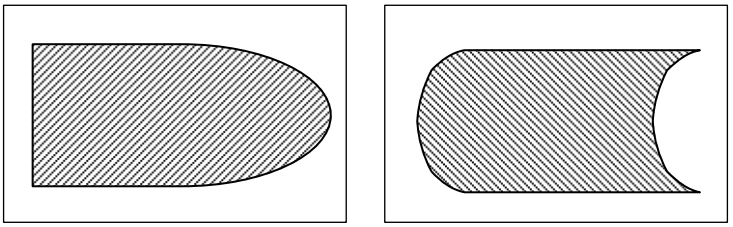


ত্রিভুজক্ষেত্র চতর্ভুজক্ষেত্র আয়তক্ষেত্র বর্গক্ষেত্র

উপরের প্রতিটি চিত্রের গাঢ় জায়গাটুকু একেকটি ক্ষেত্র। ত্রিভুজাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় রঙের জায়গাটুকু ত্রিভুজ ক্ষেত্র। ত্রিভুজটি এর সীমানা। চতুর্ভুজাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু চর্তুভুজক্ষেত্র। চতুর্ভুজটি এর সীমানা। আয়তাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু আয়তক্ষেত্র। আয়তটি এর সীমানা। বর্গাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু বর্গক্ষেত্র। বর্গটি এর সীমানা। প্রত্যেকটিই নির্দিষ্ট সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্র এবং এদের নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে। এ পরিমাপই হচ্ছে ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল।



উপরের চিত্রগুলো পর্যবেক্ষণ করলে সহজেই বলা যায় যে, বক্সের মধ্যে গাঢ় রং করা কোন চিত্রটি বড় এবং কোন চিত্রটি ছোট। অর্থাৎ সহজে বলা যাবে যে, কোন চিত্রটির ক্ষেত্রফল বেশি এবং কোনটির ক্ষেত্রফল কম। কিন্তু নিচের পাশাপাশি চিত্র দুইটিতে সাধারণ পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে বলা খুব কঠিন যে, গাঢ় রং করা বা শেড দেয়া কোন চিত্রটি বেশি স্থান জুড়ে আছে এবং কোন চিত্রটি কম স্থান জুড়ে আছে।



সেজন্য একটি সুনির্দিষ্ট নিয়ম অনুসরণ করে ক্ষেত্রগুলোর পরিমাপ করতে হয়। দৈর্ঘ্য নির্ণয়ে যেমন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে এককরূপে ব্যবহার করা হয়, ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে তেমনি কোন নির্দিষ্ট মাপের ক্ষেত্রফলকে এককরূপে ব্যবহার করা হয়। কোন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে দেখতে হবে যে, নির্বাচিত একক প্রদত্ত ক্ষেত্র থেকে কতবার নেয়া যায়।

এবার প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটি ভালো করে লক্ষ করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে,

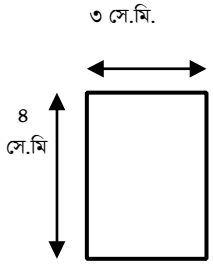
আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =দৈর্ঘ্য× প্রস্থ বর্গএকক

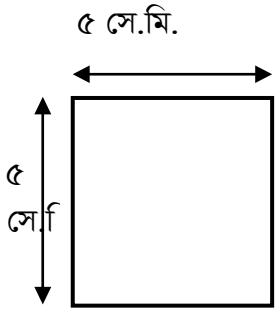
কিন্তু বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।
সুতরাং বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =বাহুর দৈর্ঘ্য×বাহুর দৈর্ঘ্য
বা, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)^{২} বর্গ একক।

এভাবে আমরা প্রথমে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রের সাথে পরিচিত হলাম।

অনুশীলন :

(১) নিচের আয়ত ও বর্গ দুইটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করুন।





(৩) চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) একটি কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য ৫.২ মিটার এবং প্রস্থ ৫ মিটার। কক্ষের পুরো ফ্লোর ঢেকে দিতে কী পরিমাণ কার্পেট লাগবে?

খ) একটি বর্গাকৃতি টেবিল-ম্যাটের একপার্শ্বের দৈর্ঘ্য ১ মিটার ২৫ সে.মি.। ম্যাটের ক্ষেত্রফল বের করুন।

গ) একটি কম্বলের দৈর্ঘ্য ২.৫ মিটার এবং প্রস্থ ১.৬ মিটার। কম্বলের ক্ষেত্রফল কত?

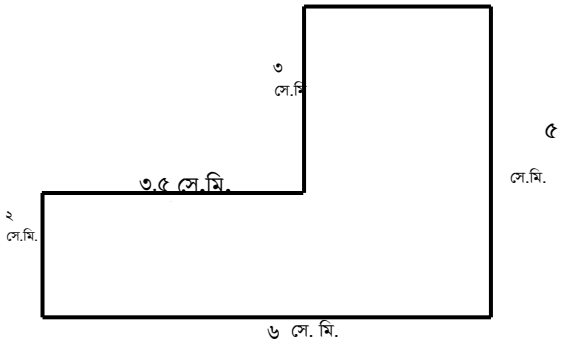
ঘ) একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ২৫ মিটার ২৫ সে.মি.। মাঠের ক্ষেত্রফল কত?

ঙ) একটি ফুল বাগানের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার ৫০ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ মিটার ৭৫ সে.মি.। ফুল বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

এবার আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত আরো কিছু সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা যাক।

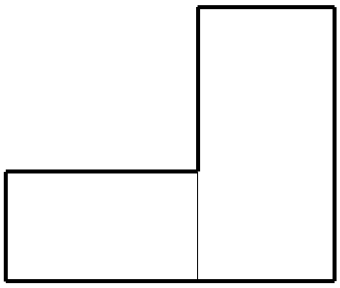
আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা

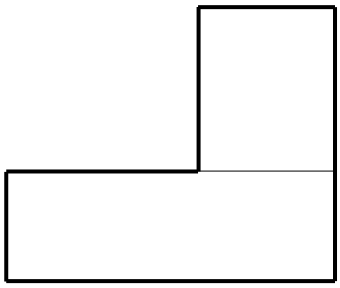
এবার পাশের চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা যায় তা নিয়ে চিন্তা করি।

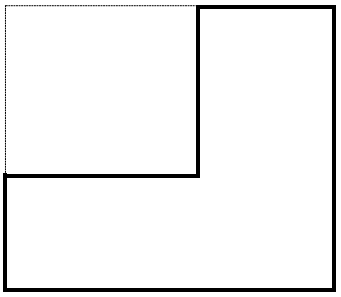


নিচের ৩টি উপায়ের যে কোন একটি ব্যবহার করে সমস্যাটির সমাধান করা যায়।

চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এরকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি	অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই রকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি	অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই বড় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ছোট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য





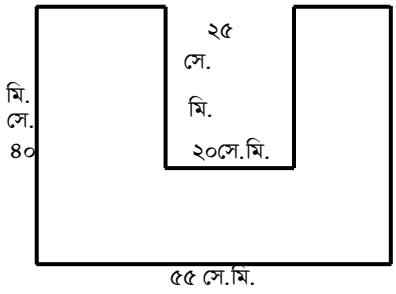


কর্মপত্র: উপরের চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল আলোচিত ৩টি উপায়েই নির্ণয় করুন।

কর্মপত্র: নিচের চর্তুভূজদুটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

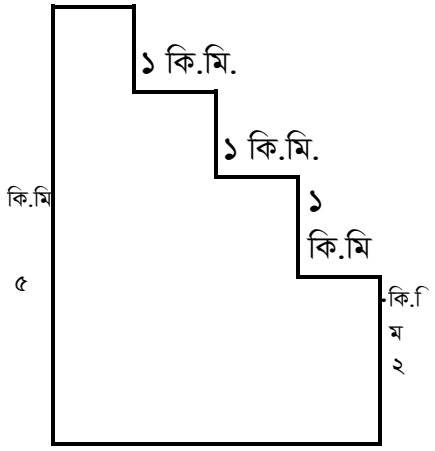
১)

২০ সে.মি. ১৫ সে.মি.



২)

১ কি.মি.



৪ কি.মি.

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে অনুশীলন ও কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন এবংআপনার মতামতস্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।

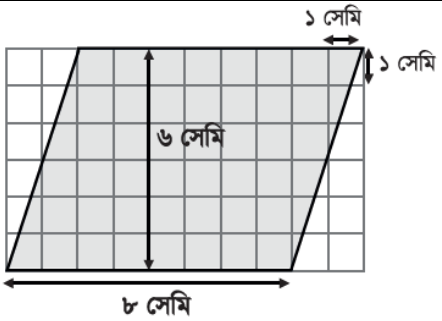
পাঠ ৪: সামান্তরিক ও রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

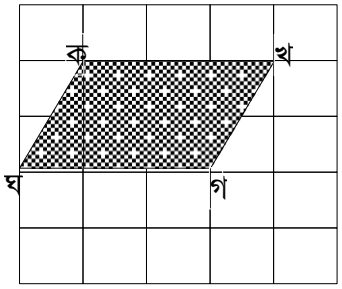
প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

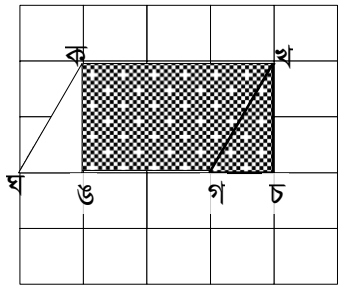
- গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে পাশের চিত্রের সামান্তরিকটিকে কীভাবে পুনরায় সজ্জিত (Rearrange) করে আয়ত তৈরি করা যায়?
- গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে একটি রম্বসকে কীভাবে পুনরায় সজ্জিত (Rearrange) করে বর্গ তৈরি করা যায়?



চিত্র-১

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে পেলেই সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা পাওয়া যাবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে প্রথমে আমরা কখগঘ একটি সামান্তরিক আঁকি। একে খুব সহজে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায়।সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে। কীভাবে সামান্তরিককে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায় তা বোঝার জন্য নিচের চিত্রে উপস্থাপিত কাজগুলো পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করি-



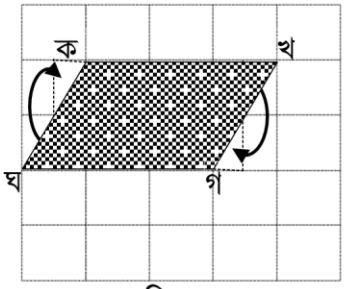


- ঘগ ভূমিরেখার ওপর কঙ একটি লম্ব টানি। ফলে কঘঙ একটি ত্রিভুজ সৃষ্টি হলো। এবার কঘঙ ত্রিভুজটিকে সামান্তরিকের ডান পাশে আঁকি। ত্রিভুজটির নতুন অবস্থান খগচ- আর এভাবেই কখচঙ আয়তক্ষেত্র সৃষ্টি হলো।

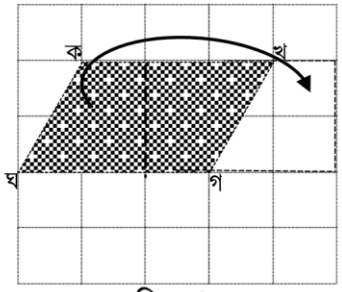
- ভালো করে লক্ষ্য করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে, এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগঘ সামান্তরিকের সমান হবে। এখন আমাদের জানা নিয়মে কখচঙ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বের করলেই কখগঘ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল বের হবে।
  সুতরাং, কখগঘসামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কখচঙ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
  অর্থাৎ, কখগঘসামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা
  = ঙচ×কঙ
  = ঘগ ×কঙ (যেহেতু, ঙচ=ঘগ)
  অতএব, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =সামান্তরিকটির ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা
  অর্থাৎ, যে কোন সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ভূমির দৈর্ঘ্য×সামান্তরিকের উচ্চতা
  এক্ষত্রে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল =৩ সে.মি.×২সে.মি. = ৬ বর্গ সে.মি.।
  অনুরূপভাবে দেখানো যাবে যে, রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

অনুশীলন: প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের চিত্র-১ এর সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করে নির্ণয় করুন।

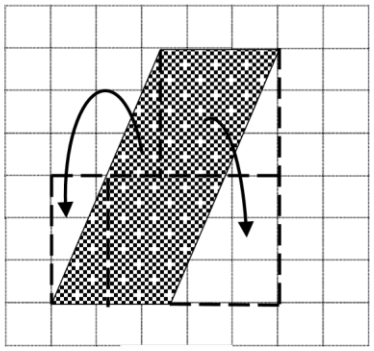
অনুশীলন: গ্রিড পেপার এবং নিচের চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর মত সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ নিন। এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন আয়ত বা বর্গ তৈরি করুন। এইসব আয়ত বা বর্গের সাহায্যে চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর সামান্তরিক ও রম্বসগুলোর ক্ষেত্রফল কিভাবে বের করা যায় তা চিন্তা করুন।

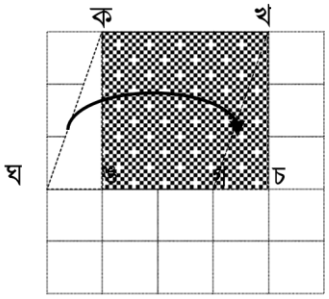


চিত্র: ক



চিত্র: খ


চিত্র: গ



চিত্র: ঘ

অনুশীলন: চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে এই সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি ১০ সে.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

খ) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের উচ্চতা ৪ ইঞ্চি এবং ভূমি ৬ ইঞ্চি হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

গ) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৪ বর্গ সে.মি. এবং দুই বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব ৪ সে.মি. হলে এর ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

অনুশীলন:

রম্বসকে পুনরায় সজ্জিত করে বর্গ তৈরি করা যায়। এই ধারণার আলোকে রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ নিন। এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন বর্গ তৈরি করুন। এরপর দেখান যে,

রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

পাঠ ৫: ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

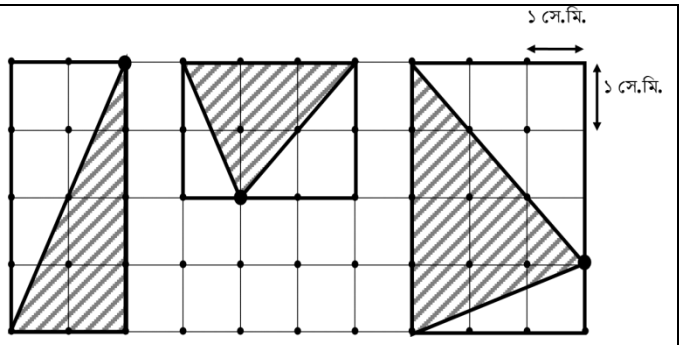
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: প্রথমে গ্রিড কাগজের উপর আয়তক্ষেত্র তৈরি করি। পাশের চিত্রের মত আয়তক্ষেত্রের যে কোন বাহুর উপর একটি বিন্দু বাছাই করে নিয়ে ঐ বিন্দু এবং বিপরীত বাহুর প্রান্তবিন্দু যোগ করে আয়তক্ষেত্রের ভেতরে ত্রিভুজ তৈরি করি।

এরপর উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

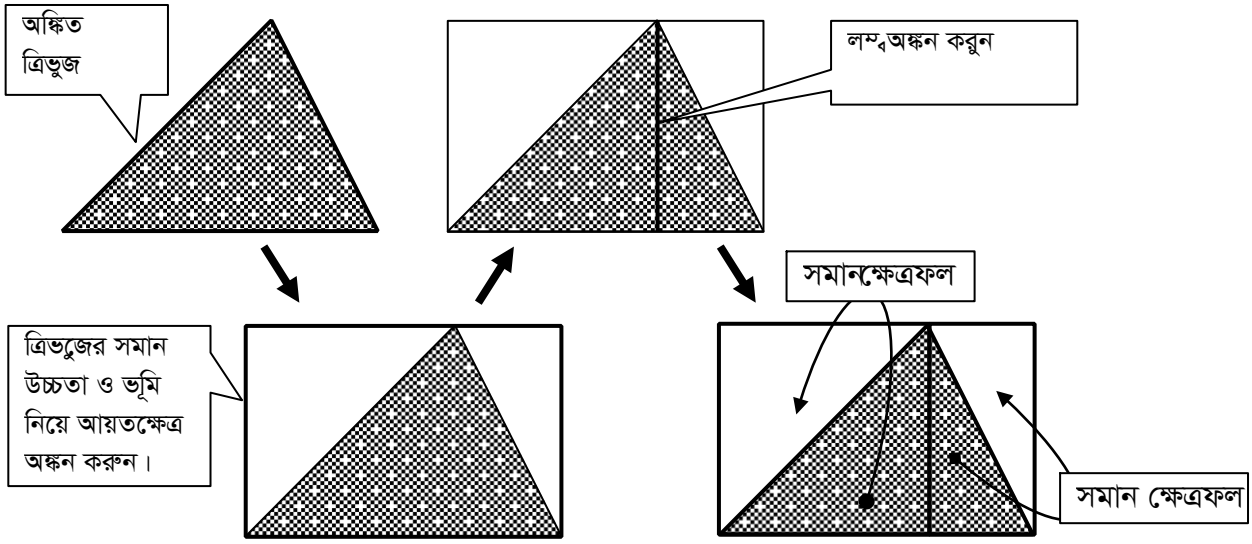
- একই উচ্চতার এবং একই ভূমিবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের মধ্যে সম্পর্ক কী?



এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে পেলেই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা পাওয়া যাবে। এই নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে নিচের চিত্রে উপস্থাপিত ধাপগুলো পর্যায়ক্রমে অনুসরণ করা যাক -

- ত্রিভুজ অঙ্কন করি।
- ত্রিভুজের সমান উচ্চতা ও ভূমি নিয়ে একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি ।
- ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমি পর্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কন করি।

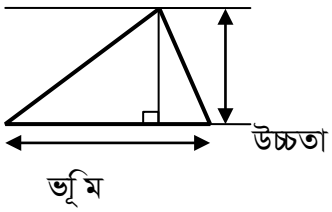


এবার লক্ষ্য করি যে, প্রতি জোড়ায় দুইটি ছোট ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল আছে ।

উপরের চিত্রের ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো সংশ্লিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

অর্থাৎ, সমান ভূমি হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক । যেহেতু আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা, সুতরাং ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা)।

বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র

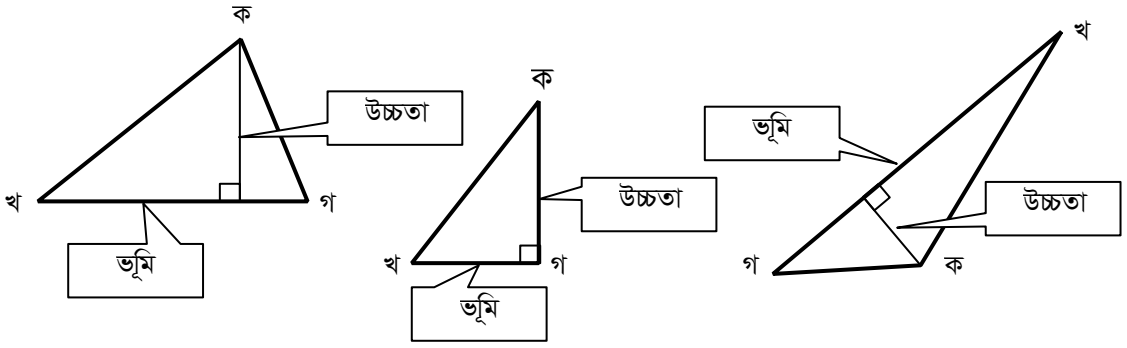


ত্রিভজু ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ **(ভূমি × উচ্চতা)**

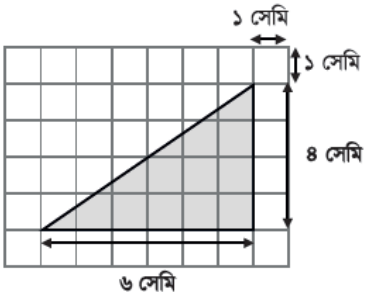
এই পর্যায়ে বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের 'ভূমি' এবং 'উচ্চতা' র সাথে পরিচিত হই। ত্রিভুজের যে কোন বাহুকে ভূমি ধরা যায়। ভূমির বিপরীত শীর্ষ থেকে ভূমির উপর লম্বটি উচ্চতা। অতএব প্রত্যেক ত্রিভুজের আলাদা ভূমির জন্য আলাদা উচ্চতা থাকবে। নিচের ছবিগুলোতে-

কখগ ত্রিভুজের মধ্যে,

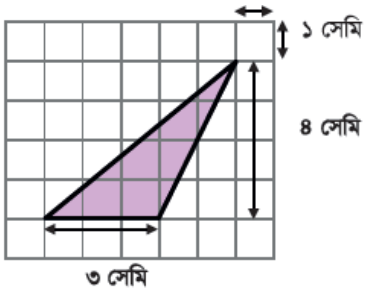
- খগ বাহুর উপর ক শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কে 'উচ্চতা' বলে।
- খগ বাহুকে 'ভূমি' বলে।



অনুশীলন: ১নং চিত্রের সমকোণী এবং ২নং চিত্রের স্থূলকোণী ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দুইটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয়করুন।

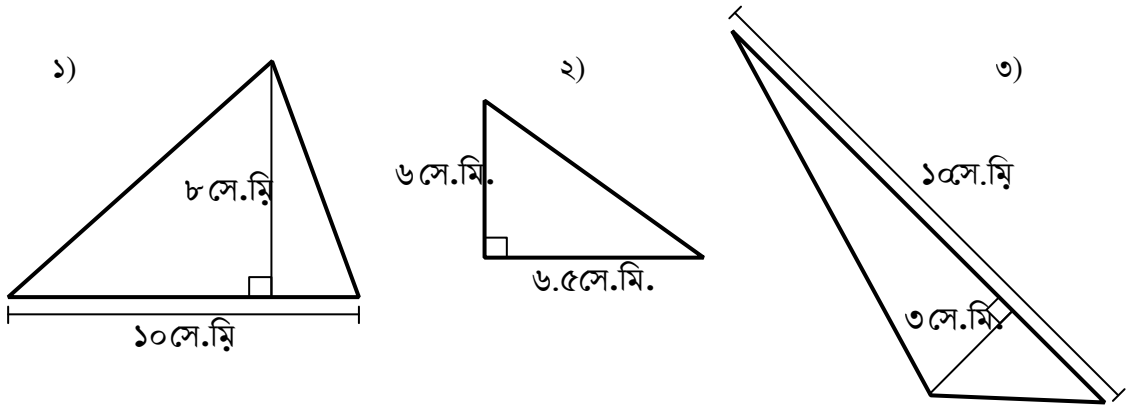


চিত্র-১



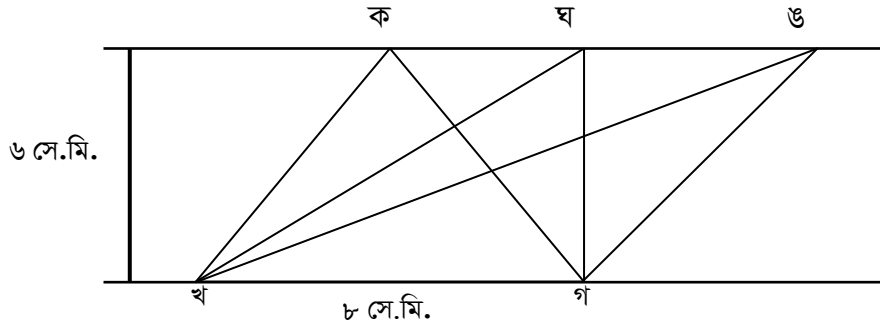
চিত্র-২

অনুশীলন:নিচের তিন ধরনের ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করুন ।



ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি। চিত্রে কখগ, ঘখগ এবং ঙখগ ত্রিভুজগুলো কঙ এবং খগ সমান্তরাল রেখা দুইটির মধ্যে অবস্থিত। সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যকার দূরত্ব হলো ৬ সে.মি.। ত্রিভুজ তিনটির ক্ষেত্রফলের মধ্যে কী সর্ম্পক তা নিয়ে চিন্তা করি।



লক্ষ্য করি যে-

- ত্রিভুজগুলোর ভূমি ও উচ্চতা সমান। তাই ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফল সমান হবে।

অর্থাৎ,

- **একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে এবং একই ভূমির উপর সবগুলো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হয়।**

অনুশীলনঃ

চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

(ক) একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ২০ মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(খ) একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের উচ্চতা ৩০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

(গ) একটি ত্রিভজুাকার ক্ষেত্রের ভূমি ৪০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ২০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির উচ্চতা কত?

পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।

অর্পিত কাজঃ

- ত্রিভুজক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র এবং চর্তুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধরনের ৫টি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।
- পরবর্তী দুইটি পাঠে আপনাকে এই পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে।

পাঠ ৬ঃ

ক্ষেত্রফল সর্ম্পকিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান

এই দুইটি পাঠে আপনাকে পূর্ববর্তী পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে। সহ প্রশিক্ষণার্থীরা আপনার উপস্থাপনের শেষে মুক্ত আলোচনা করবেন। আলোচনার মধ্য দিয়ে আপনাদের সমাধানগুলোর যথাথর্তা যাচাই হবে।

অধ্যায় ১২
শতকরা

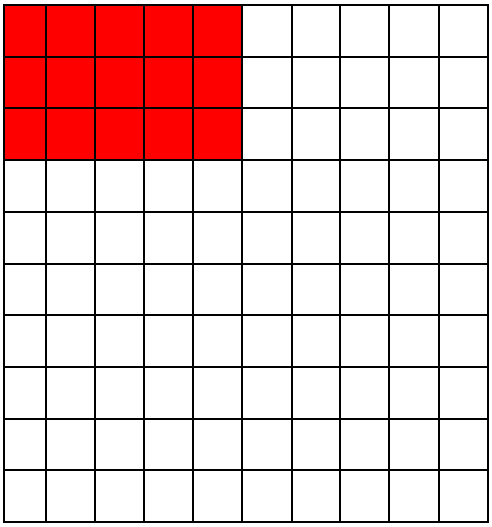
দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন ধরনের সমস্যা সমাধানে শতকরা ব্যবহার করা এবং শতকরা সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা তৈরির মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের জ্ঞানকে সমৃদ্ধ করাই এই অধ্যায়ের লক্ষ্য। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীগণ শতকরা কীভাবে ব্যবহৃত হয় তা ব্যাখ্যা করাসহ দৈনন্দিন জীবনে শতকরা বিষয়ক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

পাঠ ১: শতকরার ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- শতকরার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- শতকরা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: নিচের ক্ষেত্রটি কতটি ছোট ছোট ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে? কতটি ঘর রং করা হয়েছে ? রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির কত অংশ? ভগ্নাংশটিতে হর কত? একে শতকরায় কিভাবে লেখা হয় ?



শতকরা

উপরের বড় ক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট ক্ষেত্রে বা ঘরে ভাগকরা হয়েছে। এই একশত ঘরের মধ্যে ১৫টি ঘর রং করা হয়েছে। তা হলে দেখা যায়, রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির $\frac{১৫}{১০০}$ অংশ।

$\frac{১৫}{১০০}$ ভগ্নাংশটিতে হর হল ১০০। ভগ্নাংশটিকে পড়া হয় প্রতি শতে ১৫ বা শতকরা ১৫। একে শতকরায় লেখা হয় ১৫%।

এখানে ৫ম শ্রেণির ৫ জন শিক্ষার্থীর প্রথম সাময়িক পরীক্ষা গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেখানো হলো :

বিষয়	পূর্ণ নম্বর	সিয়াম	সিরাত	সিহাব	পার্থ	মিতা
গণিত	১০০	৮২	৭৫	৮৫	৭০	৭৩

সিয়াম ১০০ নম্বরে পেয়েছে ৮২ অর্থাৎ সে প্রতি শতে ৮২ বা শতকরা ৮২ বা ৮২% নম্বর পেয়েছে। সিরাত পেয়েছে ৭৫%, সিহাব পেয়েছে ৮৫%, পার্থ পেয়েছে ৭০% এবং মিতা পেয়েছে ৭৩%

লক্ষ করি : শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০

শতকরার ব্যবহারঃ

'শতকরা' শব্দের অর্থ 'প্রতি শতে'। যেমন গণিতে মোট বরাদ্দ নম্বর ১০০ এর মধ্যে একজন শিক্ষার্থী ৭৫ নম্বর পেয়েছে। আমরা বলি সে মোট নম্বরের $\frac{৭৫}{১০০}$ অংশ পেয়েছে। আবার অন্যভাবে বলা যায় যে 'প্রতি শতে ৭৫' নম্বর।

উদাহরণ

একটি শ্রেণিতে ছাত্রীর সংখ্যা ২৪ এবং মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০ হলে, শতকরা কতজন ছাত্রী?

$২৪ \div ৬০ = \frac{২৪}{৬০} = \frac{২}{৫}$ বা ০.৪

যদি শতকরায় এটিকে প্রকাশ করা হয়:

$\frac{২}{৫} \times ১০০ = ৪০\%$ বা $০.৪ \times ১০০ = ৪০\%$

অনুশীলন-১:

১. যে কোন খবরের কাগজ পড়ুন এবং এতে শতকরার ব্যবহার আছে কি-না দেখনু । এরপর,

- যেসব বাক্যে শতকরা (%) উল্লেখ রয়েছে সেগুলো বের করে লিখে নিন।
- এ শব্দগুলোর মানে আপনার নিজের ভাষায় ব্যাখ্যা করুন।

২.আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষ এবং দৈনন্দিন জীবন থেকে শতকরা সম্বন্ধীয় অনেক উদাহরণ বের করতে পারি।

উদাহরণস্বরূপ, একটি শ্রেণিকক্ষ থেকে আমরা পেতে পারি:

- ছাত্র এবং ছাত্রীর শতকরা হার,
- বিভিন্ন ধর্মাবলম্বী শিক্ষার্থীর সংখ্যা ইত্যাদি।

৩.আমাদের দৈনন্দিন জীবন থেকে কীভাবে শতকরা সম্পর্কীয় প্রশ্ন বা সমস্যা বের করা যায় সে বিষয়ে একে অপরের সাথে আলোচনা করুন।

অনুশীলন-২: শতকরা সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি করুন।

পাঠ ২: শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ করতে পারবেন।
- শতকরা সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি:

পাঠ ১ এ বড় ক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে। এই একশত ঘরের মধ্যে ১৫টি ঘর রং করা হয়েছে। তা হলে রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির কত অংশ।? একে শতকরায় কিভাবে লেখা হয়?

শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ:

উদাহরণ ১: $\frac{৪}{৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর। সমাধান: $\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ২০}{৫ \times ২০} = \frac{৮০}{১০০} = ৮০\%$

উদাহরণ-২: ৩৫% কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$৩৫\% = ৩৫ \times \frac{১}{১০০} \quad (৭ \text{ ও } ১০০ \text{ কাটা যায়})$$

$$= \frac{৭}{২০}$$

উত্তর : $\frac{৭}{২০}$

উদাহরণ-৩:

$\frac{৩}{৪}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর

সমাধানঃ

$$\frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ১০০}{৪ \times ১০০} = \frac{৩ \times ১০০}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ৭৫ \times \frac{১}{১০০}$$

$$= ৭৫\%$$

উত্তর : ৭৫%।

উদাহরণ ৪। ৪৫% কে ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। সমাধান: $৪৫\% = \frac{৪৫^{৯}}{১০০_{২০}} = \frac{৯}{২০}$

উদাহরণ: ৫। ধরা যাক চালের মূল্য গত বছরের তুলনায় এ বছরে ৮% বৃদ্ধি পেয়েছে। যদি এক কেজি চালের মূল্য গত বছরে ৫০ টাকা হয় তাহলে এ বছরে এক কেজি চালের মূল্য কত?

সমাধান: যদি গত বছরে চালের মূল্য ৫০ টাকা হয় তাহলে এ বছরে চালের মূল্য হল: $৫০ + ৫০ \times ৮\%$

$= ৫০ + ৫০ \times ০.৮$

$= ৫০ + ৪ = ৫৪$

সুতরাং এ বছরে চালের মূল্য কেজি প্রতি ৫৪ টাকা।

অনুশীলনঃ

১। সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন :

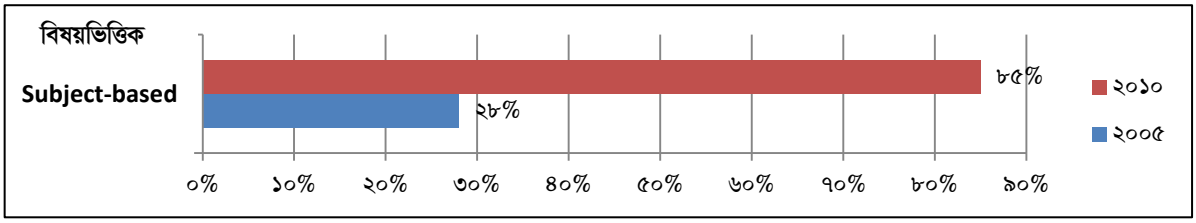
ক) ১৫% খ) ৩৫% গ) ৭৫% ঘ) ৮৫%

২। শতকরায় প্রকাশ করুন :

ক) $\frac{৫}{৮}$ খ) $\frac{৫}{১২}$ গ) $\frac{১৮}{১৫}$ (ঘ) $\frac{৬৫}{৫০}$

শতকরা সম্বন্ধীয় সমস্যা

অনুশীলন -১: নিচের সারণীটি দেখুন, যেখানে ২০০৫ এবং ২০১০ সালে বিষয়ভিত্তিক প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকদের **শতকরা হার** দেখানো হয়েছে।



DPE (2011): Annual sector performance report 2011

(১) ধরা যাক, ২০১০ সালে সারা দেশে প্রায় ২,০০,০০০ সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের (জিপিএস) শিক্ষক আছে। তাহলে এর মধ্যে কতজন সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষক ২০১০ সালে বিষয়ভিত্তিক প্রশিক্ষণ লাভ করেছেন?

(২) উপর্যুক্ত গ্রাফে দেখা যাচ্ছে ২০০৫ সালে প্রশিক্ষিত শিক্ষকের শতকরা হার ২৮% যা ২০১০ সালের ৮৫% এর প্রায় এক তৃতীয়াংশ। তাহলে আমরা কি বলতে পারি ২০০৫ সালের প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকের সংখ্যা ২০১০ সালের প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকের সংখ্যার এক তৃতীয়াংশ? যদি হ্যাঁ বা না হয় তাহলে কেন আপনি এরকম চিন্তা করছেন?

অনুশীলন - ২

নিচের সারণীটি দেখুন, চিন্তা করুন এবং আলোচনা করুন কীভাবে অন্যান্য বিদ্যালয়গুলোর শতকরা হিসেব করা হয়েছে। (উদাহরণ স্বরূপ ২৬.৬%, ২৭.৩% এবং ২০.১%)। পরবর্তীতে নিম্নোক্ত কাজগুলো সম্পন্ন করুন।

বিদ্যালয়ের ধরন	বিদ্যালয়		শিক্ষক		শিক্ষার্থী	
	সংখ্যা	%	সংখ্যা	%	সংখ্যা	%
সরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয়	৩৭৬৭২	ক	২১৩৬৫২	গ	৯৯০৪২৫৪	ঙ
নিবন্ধনকৃত বেসরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয়	২০০৬১	খ	৭৩৬১৬	ঘ	৩৬৫০৬২৪	চ
অন্যান্য বিদ্যালয়	২০৯৫২	২৬.৬%	১০৮০১৩	২৭.৩%	৩৪০৩০১৬	২০.১ %
মোট	৭৮৬৮৫	১০০%	৩৯৫২৮১	১০০%	১৬৯৫৭৮৯৪	১০০%

সূত্রঃ DPE (2011): Annual primary school census report 2011

১) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে ক, খ, গ, ঘ, ঙ এবং চ-এর শতকরা হিসেব বের করুন।
২) একজনের উত্তর সমগ্র শ্রেণিতে ব্যাখ্যা করুন।
৩) এ সারণী থেকে আমরা কী পেতে পারি তা আলোচনা করুন এবং সকলের সাথে ফলাফল বিনিময় করুন।

উপর্যুক্ত সারণীতে "অন্যান্য বিদ্যালয়"-এ রেজিস্টার্ড বেসরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয়, এবতেদায়ী মাদ্রাসা, পিটিআই সংলগ্ন পরীক্ষণ বিদ্যালয়, উচ্চ বিদ্যালয়ের সাথে যুক্ত প্রাথমিক বিদ্যালয় ইত্যাদি অন্তর্ভুক্ত করা রয়েছে।

অনুশীলন ৩

আপনার দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পর্কিত শতকরার একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

আপনাকে কমপক্ষে একটি সমস্যা তৈরি করতে হবে। পাঠে সমাধানকৃত সমস্যায় পরিবর্তন এনে একটি সমস্যা তৈরি করতে পারেন। আরও ভাল হয় যদি আপনি খবরের কাগজ, বই এবং অন্য কোন দলিল থেকে "বাস্তব" তথ্য ব্যবহার করতে পারেন। সমস্যা তৈরি করা হয়ে গেলে, একে অপরের সাথে সমস্যা সমাধান করার জন্য মত বিনিময় করুন।

অনুশীলন ৪

১. বাংলাদেশের আয়তন ১৫০,০০০ বর্গ কিলোমিটার। যদি বাংলাদেশের আয়তন যুক্তরাজ্যের আয়তনের ৫% হয় তাহলে যুক্তরাজ্যের আয়তন কত?
২. ঢাকা থেকে ময়মনসিংহের দূরত্ব ১২০ কিলোমিটার। মানচিত্রের স্কেলের মাপের ১ থেকে ২৫০,০০০ সেন্টিমিটারে এর মাপ কত দেখাবে?
৩. বাংলাদেশের ৬৩% মানুষ কৃষিখাতে নিয়োজিত।বাংলাদেশের জনসংখ্যা ১৪০,০০০,০০০ জন। তাহলে কৃষিক্ষেত্রে কতজন নিয়োজিত?
৪. মানুষের শরীরে পানি থাকে। একটি নবজাত শিশুর শরীরে তার ওজনের ৭৫% পানি থাকতে পারে। যদি কোন নবজাত শিশুর ওজন ২৮০০ গ্রাম হয় তাহলে তার শরীরে পানির পরিমাণ কত হতে পারে?
৫. ২৭ গ্রাম লবণ এবং কিছু পানি মিশিয়ে আমরা ৩% লবনাক্ত দ্রবন বানাই। মোট লবনাক্ত দ্রবণের ওজন কত হবে?

পাঠ-৩: শতকরার ব্যবহার (জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি, মুনাফা)

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

● দৈনন্দিন জীবনে শতকরা ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: দৈনন্দিন জীবনে শতকরা ব্যবহার কোথায় এবং কিভাবে হয় চিন্তা করার সুযোগ দিনএবং প্রাসঙ্গিক আলোচনার মাধ্যমে পাঠ শুরু করুন।

শতকরার ব্যবহার

শির্ক্ষাথীগণ আলোচনা করে সমাধান করবে

(১) মনে করি, ক এর মান ৫% বাড়লে খ-এর মানের সমান হয়। ক = ৬০ হলে খ-এর মান কত?

(২) মনে করি, ক-এর মান ৮% বৃদ্ধি পেলে খ-এর মানের সমান হয়। খ = ৮১ হলে ক-এর মান কত?

[সমাধানের সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা]

(১)	(২)
ক $+\frac{৫}{১০০}\times$ক $=$খ এবং ক=৬০	ক $+\frac{৮}{১০০}\times$ক $=$খ এবং খ=৮১
সুতরাং ৬০ $+\frac{৫}{১০০}\times$ ৬০= খ	সুতরাং, ক $+\frac{৮}{১০০}\times$ ক= ৮১
$\therefore$ খ=৬৩	$\frac{১০৮}{১০০}\times$ক $=$৮১
	$\therefore$ ক=৭৫

উদাহারণ-১। সখীপুর গ্রামের লোক সংখ্যা ১২৮০ জন। ঐ গ্রামের ৪০% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ সখীপুর গ্রামে ৪০% লোক শিক্ষিত।
অর্থাৎ, ১০০ জন লোকের মধ্যে শিক্ষিত ৪০ জন

১ ” ” ” $\frac{৪০}{১০০}$ ”

১২৮০ ” ” ” $\frac{\cancel{৪০}^{২}\times\cancel{১২৮০}^{২৫৬}}{\cancel{১০০}_{৫}}$ = ৫১২ জন
$_{১}$

উদাহারণ-২। একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৪৬ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে?

সমাধানঃ ক্রয় মূল্য ৫০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪৬ টাকা
ক্ষতি = ৫০ টাকা - ৪৬ টাকা = ৪ টাকা
৫০ টাকায় ক্ষতি হয় ৪ টাকা

$$১ \quad ” \quad ” \quad ” \quad \frac{৪}{৫০} \quad ”$$

$$\therefore ১০০ \quad ” \quad ” \quad ” \quad \frac{৪ \times ১০০^{২}}{৫০_{১}} = ৮ \text{ টাকা}$$

∴ শতকরা ৮ টাকা ক্ষতি হয়।

উদাহারণ-৩। মাহফুজা ৫০০ টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৩ বছরে ১০৫ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

সমাধানঃ
৫০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা ১০৫ টাকা

$$৫০০ ” \quad ১ \quad ” \quad ” \quad \frac{১০৫}{৩} \quad ”$$

$$১ \quad ” \quad ১ \quad ” \quad ” \quad \frac{১০৫}{৫০০ \times ৩} \quad ”$$

$$১০০ \quad ” \quad ” \quad ” \quad \frac{১০৫^{৭} \times ১০০^{১}}{৫০০_{১} \times ৩_{১}} = ৭ \text{ টাকা}$$

∴ শতকরা বার্ষিক মুনাফা ৭ টাকা।

উদাহারণ-৪। মুনাফার হার ৮% হলে কত টাকার ৫ বছরের মুনাফা ২৪০ টাকা হবে?
সমাধানঃ
৮ টাকা মুনাফা হয় ১ বছরে যখন আসল ১০০ টাকা

$$১ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১০০}{৮} \quad "$$

$$২৪০ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১০০ \times ২৪০}{৮} \quad "$$

$$২৪০ \quad " \quad ৫ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{\overset{৩০}{\cancel{১০০}} \times \cancel{২৪০}}{\underset{১}{\cancel{৮}} \times \underset{১}{\cancel{৫}}} = ৬০০ \text{ টাকা}$$

= ৬০০ টাকা।

সমস্যাঃ

১। আলীপুর গ্রামের লোকসংখ্যা ১৮০০ জন। ঐ গ্রামে ৪৫% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা কত?

২। চন্দনপুর গ্রামে লোকসংখ্যা শতকরা ৪ জন বৃদ্ধি পেয়ে ১০৪০ জন হলো। পূর্বে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কতজন ছিল?

৩। মাহফুজা ব্যাংকে ৯০০ টাকা জমা রেখে ৩ বছরে ৮১ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

৪। শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা মুনাফায় কোনো আসলের ৫ বছরের মুনাফা ৩৬০ টাকা। আসল নির্ণয় কর।

৫। বার্ষিক ৫% মুনাফায় কত বছরে ৪২৫ টাকা মুনাফাসহ আসল ৫১০ টাকা হবে?

অধ্যায় ১৩

উপাত্ত সংগ্রহ ও বিনস্তকরণ

নিকট পরিবেশের বিভিন্ন তথ্যসমূহকে আমরা বিভিন্ন প্রয়োজনে উপাত্তরূপে সংগ্রহ করি। শিশুদের পরিচিত পরিবেশ হতে বিভিন্ন ধরনের তথ্যকে উপাত্তরূপে সংগ্রহ এবং এ সকল উপাত্তসমূহকে বিন্যস্ত করে তা ব্যবহার করার সুযোগ দেওয়া অত্যন্ত প্রয়োজন। ছবি বা সাংকেতিক চিহ্নের মাধ্যমে সংগৃহীত উপাত্তকে উপস্থাপন করলে তা সাক্ষর বা নিরক্ষর নির্বিশেষে সকলের কাছে সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে। এই অধ্যায় শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ সম্পর্কিত **শিখন শেখানো কার্যক্রম** কার্যকরভাবে পরিচালনা করতে সক্ষম হবেন বলে আশা করা যায়।

পাঠ-১: উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যস্তকরণ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- উপাত্ত কী তা বলতে পারবেন।
- সংগৃহীত উপাত্তসমহূ উপস্থাপনের জন্য সারণি প্রস্তুত করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: তথ্য কিভাবে সংগ্রহ করা হয়? । উপাত্তকে কিভাবে উপস্থাপন করলে তা সকলের কাছে সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে? । সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে কি বলা হয়?

তথ্য:

কোন ঘটনা বা বিষয়ের সংখ্যাত্মক পরিমাপ হলো পরিসংখ্যানের তথ্য। যেমন জনসংখ্যা, জন্ম, মৃত্যু , মূল্য, বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সংখ্যাত্মক তথ্য দ্বারা পরিসংখ্যান বোঝানো হয়। এরূপ কোনো বিষয়ের সংখ্যা সূচককে ঐ ঘটনার পরিসংখ্যান বলে। সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে উপাত্ত (ডাটা) বলে।

অবিন্যস্ত উপাত্তঃ যে উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো থাকে না সেগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত।
বিন্যস্ত উপাত্ত: যে উপাত্তগুগো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণিতে সাজানো থাকে সেগুলো বিন্যস্ত উপাত্ত।

২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষা গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিচে উল্লেখ করা হলো ঃ
৫৯, ৭২, ৭০, ৫২, ৬৯, ৪১, ৪৪, ৮৫, ৮৮, ৭৬, ৮০, ৫৮, ৮৯, ৮৫, ৯৬, ৮৪, ৭৮, ৭২, ৬৮, ৭৫, ৯৮, ৭৪, ৭৩, ৭৭, ৭১

উপরের উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো নয়। এগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত। উপাত্তগুলোকে সুবিধামতো সাজিয়ে নিলে তা থেকে প্রয়োজনীয় তথ্য পাওয়া সহজ হয়।

শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরসমূহের উপাত্তগুলোকে কৃতিত্বের ক্রম বা শ্রেণি অনুযায়ী সাজালে হবে বিন্যস্ত উপাত্ত।

প্রত্যেক শ্রেণির দুইটি মানের মধ্যে পার্থক্য বা ব্যবধান হলো শ্রেণি ব্যবধান। উপর্যুক্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ মান ৯৮ এবং সর্বনিম্ন মান ৪১,
তাদের পার্থক্য = ৯৮ - ৪১ = ৫৭।

সুবিধাজনক সংখ্যা ১০ কে শ্রেণি ব্যবধান ধরা হলো।
৪০ থেকে ১০০ পর্যন্ত নম্বরকে ১০ ব্যবধান করে সারণি তৈরি করা হলো:

নম্বরের শ্রেণি বিভাগ	ট্যালি চিহ্ন	ছাত্র/ছাত্রী সংখ্যা/ ঘটন সংখ্যা
৪০-৪৯	।।	২
৫০-৫৯	।।।	৩
৬০-৬৯	।।	২
৭০-৭৯	৴৴৴৴ ৴৴৴৴	১০
৮০-৮৯	৴৴৴৴ ।	৬
৯০-৯৯	।।	২
		মোট ২৫

৪০ থেকে শুরু করে প্রতি ১০ ব্যবধানে একটি শ্রেণি গঠন করা হলো। প্রথমে বাম পাশে শ্রেণিগুলো লেখা হলো। সর্বনিম্ন সংখ্যা ৪১; এটি ৪০-৪৯ শ্রেণিতে বসল। সুতরাং ঐ শ্রেণিতে একটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। পরবর্তী নম্বর ৪৪, এটিও ৪০-৪৯ শ্রেণিতে বসল এবং ঐ শ্রেণিতে আরেকটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। এইভাবে পরবর্তী সংখ্যাগুলো সংশ্লিষ্ট শ্রেণিতে ট্যালি চিহ্ন দিয়ে সারণি সম্পূর্ণ করা হলো। ৭০-৭৯ শ্রেণিতে লক্ষ করা যায় যে, প্রথম চারটি ট্যালি চিহ্নের পর পঞ্চম ট্যালি বসানোর বেলায় পঞ্চম চিহ্নটি আলাদাভাবে পাশে না বসিয়ে চারটি চিহ্ন জুড়ে আড়া আড়িভাবে দেওয়া হয়েছে।

উদাহরণ ১। ২৫ জন শিক্ষার্থীর বাংলা বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

৭৫, ৬৮, ৭৪, ৬৬, ৮০, ৬৫, ৭৫, ৬৭, ৮৬, ৭৫, ৬৮, ৮২, ৮৮, ৮৪, ৭২, ৬৬, ৮৫, ৭৩, ৭৬, ৭৮, ৬৭, ৭৯, ৮৬, ৮২, ৮৪।

৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

সমাধান : ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে সারণি তৈরি করা হলো:

নম্বরের শ্রেণি বিভাগ	ট্যালি চিহ্ন	ঘটন সংখ্যা
৬৫-৬৯	৴৴৴৴ ।।	৭
৭০-৭৪	।।।	৩
৭৫-৭৯	৴৴৴৴ ।	৬
৮০-৮৪	৴৴৴৴	৫
৮৫-৮৯	।।।।	৪
		মোট ২৫

এ পাঠটি উপাত্ত সংগ্রহ করার ও উপস্থাপনের পদ্ধতি এবং সারণির ব্যবহার সম্পর্কিত মৌলিক জ্ঞান এবং দক্ষতা অর্জনের উপর ভিত্তি করে তৈরি করা হয়েছে। এ সকল কার্যাবলির মাধ্যমে প্রশিক্ষণার্থীরা উপাত্ত প্রদর্শনের জন্য সারণির প্রয়োজনীয়তা এবং সেইসাথে উপাত্তর ব্যাখ্যা সম্পর্কে অবহিত হবে।

অনুশীলনঃ

১। ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো। উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত করুন।
৭৫, ৬৩, ৭৫, ৭৫, ৭১, ৭৫, ৬৩, ৭২, ৭২, ৬৯,
৭২, ৭০, ৬১, ৭৫, ৬০, ৭১, ৬৯, ৬৩, ৬৫, ৬৯

২। নিচে ২০টি দোকানের দৈনিক বিক্রয় তথ্য (টাকায়) দেওয়া হলো। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন:
১২৫, ২০০, ১৭০, ২২৫, ৩২৫, ২৭০, ১৮০, ২১০, ৩০০, ৩১৫,
৩৯০, ২৫০, ২৬০, ২২০, ২৭০, ৩৭৫, ৩১৫, ২২০, ২৫০, ২৭০

৩। ১৫ জন শ্রমিকের দৈনিক বেতন (টাকায়) দেওয়া হলো। ৩২৫, ৩০০, ৩২৫, ৩৫০,
৩০০, ৩২৫, ৩২৫, ৩০০, ৩৫০, ৩৫০, ৩২৫, ৪০০, ৩৫০, ৩২৫, ৩২৫। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

পাঠ ২: লেখচিত্র

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- লেখচিত্র ব্যবহারের উদ্দেশ্য উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্তম্ভলেখ অংকন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: লেখচিত্র ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা কী ? এথেকে কী জানা যায় ? এর ব্যবহার কোথায় কোথায়দেখা যায়?

লেখচিত্র:

আমরা প্রায়ই খবরের কাগজ, ম্যাগাজিন, পোস্টার, রিপোর্ট ইত্যাদিতে **লেখচিত্র** লক্ষ করে থাকি। **লেখচিত্র** ব্যবহারের জ্ঞান এবং দক্ষতার বৃদ্ধি ঘটানোই হলো এ পাঠের লক্ষ্য।

প্রদত্ত তথ্য বা সংগৃহীত উপাত্ত সহজে বোঝার ও দৃশ্যমান করার জন্য লেখচিত্র একটি কার্যকর মাধ্যম।
উদাহরণ ১। জয়পাড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের বিভিন্ন শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিম্নরূপ ঃ

শ্রেণি	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
প্রথম শ্রেণি	৭৫
দ্বিতীয় শ্রেণি	৬৭
তৃতীয় শ্রেণি	৫৮
চতুর্থ শ্রেণি	৫৩
পঞ্চম শ্রেণি	৪৮

ছকের তথ্য অনুসরণ করে একটি স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

সমাধান ঃ
পরস্পর লম্বা দুইটি রেখা কখ ও কগ আঁকি।
কখ রেখার উপর সমান দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত সংখ্যক দাগ কাটি। এক এক ঘর ব্যবধানে একেকটি ঘরকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণি রূপে বিবেচনা করি।

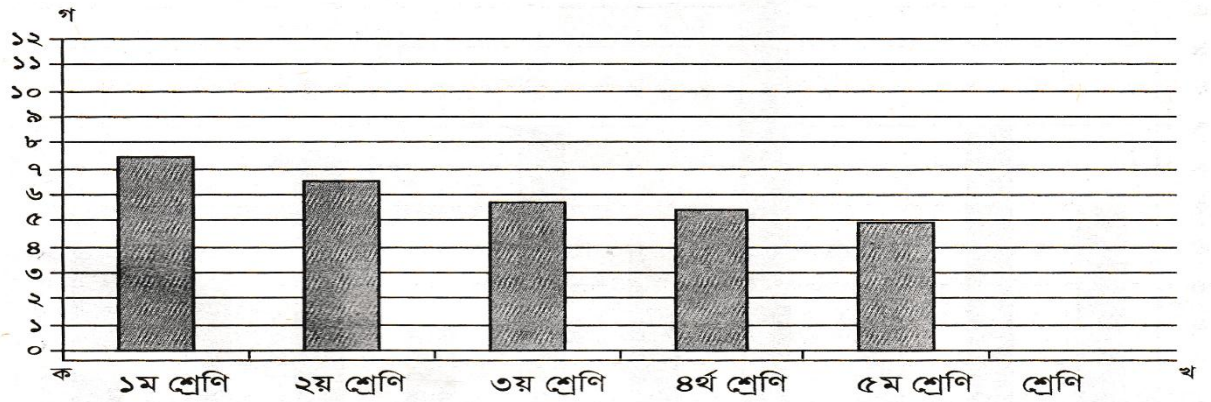
কগ রেখার উপর প্রতি ১ সে. মি. দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত সংখ্যক দাগ কাটি এবং এই সব দাগ বরাবর কখ রেখার সমান্তরাল করে রেখা টানি।

কগ রেখা বরাবর উর্ধ্বদিকে প্রতি সেন্টিমিটারকে ১০ জন শিক্ষার্থী রূপে বিবেচনা করি। সুতরাং কগ রেখা বরাবর ১ মিলিমিটার ১ জন শিক্ষার্থী বোঝায়।

প্রথম শ্রেণির ঘরের কখ রেখায় অবস্থিত দাগ দুইটিতে রেখার সমান্তরাল ৭৫ মি.মি. = ৭.৫ সে.মি. উচ্চ দুইটি রেখা আঁকি এবং তাদের শীর্ষবিন্দু দুইটি সংযুক্ত করি। এতে যে সরু আয়তক্ষেত্র তৈরি হল, তাই প্রথম শ্রেণির ৭৫ জন শিক্ষার্থীর স্তম্ভ লেখ। লেখাটি ও দৃষ্টিনন্দন করার জন্য স্তম্ভটি ভরাট করি।

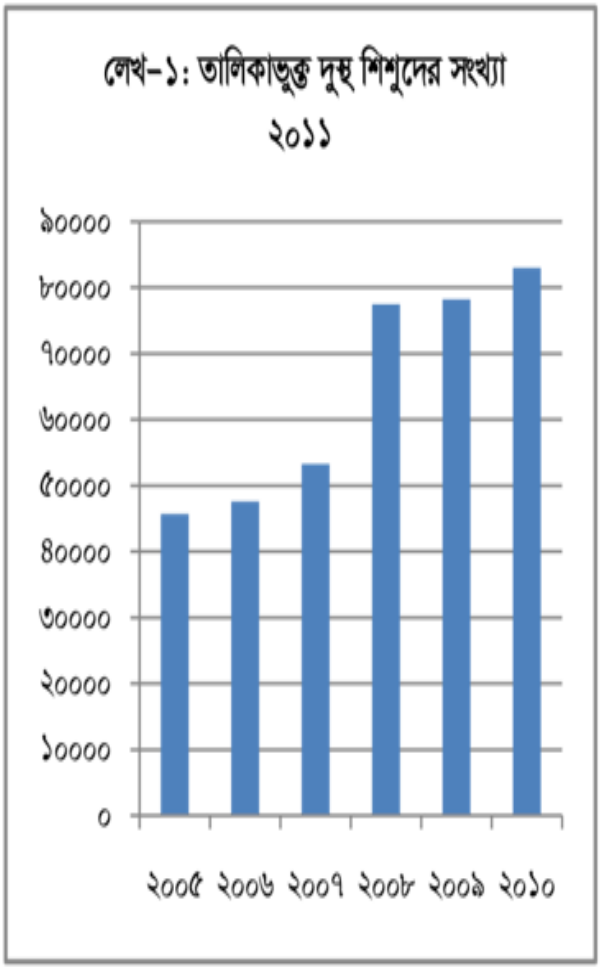
অনুরূপভাবে, যথাক্রমে ৬.৭ সে.মি., ৫.৮ সে.মি., ৫.৩ সে.মি. ও ৪.৯ সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের স্তম্ভ তৈরি করি।

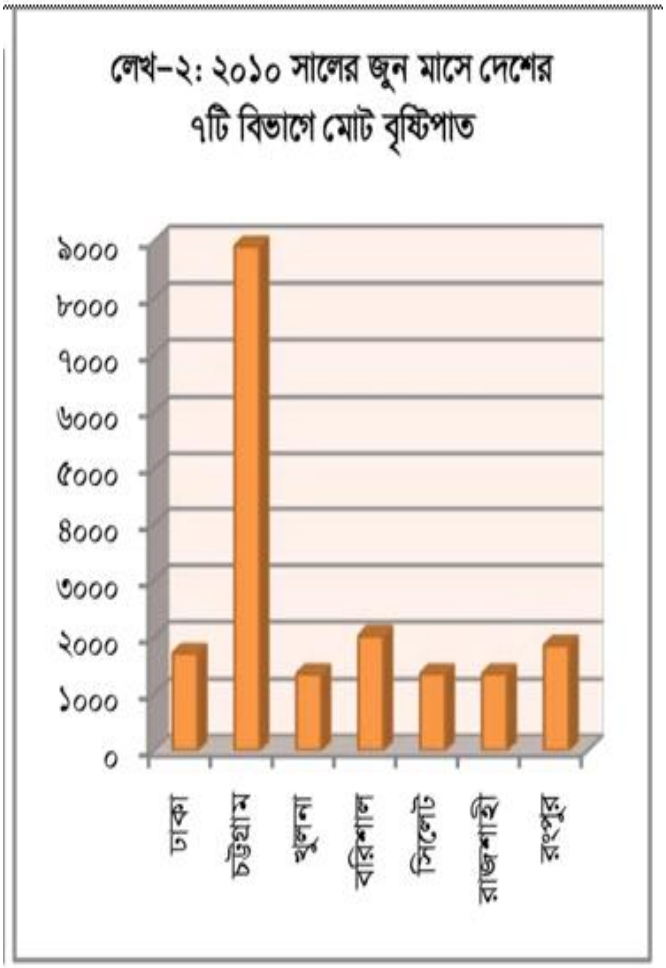
এরূপে প্রাপ্ত সামগ্রিক চিত্রটি প্রদত্ত উপাত্তের লেখচিত্র।



জয়পাড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শ্রেণি ওয়ারী শিক্ষার্থীর সংখ্যা (উল্লম্ব রেখা কগ বরাবর ১ সে.মি. সমান ১০ জন শিক্ষার্থী ধরা হয়েছে)

নিচের **লেখচিত্রটি** দেখুন । আপনি এ **লেখচিত্র** থেকে কী বের করতে পারেন? উলম্ব এবং অনুভূমিক অক্ষ কী কী প্রতিনিধিত্ব করছে?





লেখচিত্রের ব্যাখ্যা:

লেখ ১ এ ২০০৫ সাল থেকে ২০১০ সাল পর্যন্ত বাংলাদেশে তালিকাভূক্ত দুস্থ শিশুদের সংখ্যা বা পরিমাণের তুলনামূলক চিত্ররূপ দেখানো হয়েছে।

–এটির উল্লম্ব অক্ষে শিশুদের সংখ্যা প্রদর্শন করা হয়েছে

– এবং অনুভূমিক অক্ষে বছর প্রদর্শন করা হয়েছে। এই লেখচিত্রে শিশুদের সংখ্যার ক্রমপরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

লেখ ২ এ কী দেখানো হয়েছে?

-

-

-

লক্ষ করুন যে, আমরা তথ্য বা উপাত্তের সংখ্যা, ক্রম পরিবতর্ন এবং বিস্তারের সম্পর্ক প্রদর্শনের জন্য গ্রাফ এবং চার্ট ব্যবহার করে থাকি।

সমস্যাঃ

১। ঝালতলা সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের পাঁচটি শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিম্নরূপঃ

শ্রেণি	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
প্রথম শ্রেণি	৯৮
দ্বিতীয় শ্রেণি	৮৭
তৃতীয় শ্রেণি	৭৯
চতুর্থ শ্রেণি	৬৬
পঞ্চম শ্রেণি	৫৫

উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

২। ঢাকা থেকে কয়েকটি শহরের দূরত্ব (দশ কিলোমিটারের নিকটতম গুণিতকে) নিচের ছকে দেওয়া হল। উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

স্থান	দূরত্ব
খুলনা	৩৩০ কি.মি.
চট্টগ্রাম	২৯০ কি.মি.
কুষ্টিয়া	২৬০ কি.মি.
রাজশাহী	৩১০ কি.মি.
রংপুর	৪৪০ কি.মি.
সিলেট	৪১০ কি.মি.

অধ্যায় ১৪
গাণিতিক সমস্যা সমাধান ও উপস্থাপন

একটি গাণিতিক সমস্যা কি একটিমাত্র উপায়েই সমাধান করা যায়? সমস্যা সমাধান একটি সৃজনশীল প্রক্রিয়া তাই এর সমাধান পদ্ধতিও বিভিন্ন হতে পারে। একই সমস্যা কত বেশি উপায়ে সমাধান করা যায় তা উদ্ভবন শিক্ষক শিক্ষার্থীর প্রকৃত সৃজনশীল মেধার পরিচায়ক। এই অধ্যায়ে গাণিতিক সমস্যা বিভিন্ন উপায়ে সমাধান এবং উপস্থাপন কৌশল নিয়ে আলোচনা করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ধরণা উন্নয়নের ব্যবস্থা রাখা হয়েছে।

পাঠ-১: একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান-কৌশল

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- একই গাণিতিক সমস্যা বিভিন্নভাবে সমাধান করা যায় তা প্রমাণ করতে পারবেন।
- সমাধান করে কৌশলগুলো বিশ্লেষণ করে সমাধানের সত্যতা যাচাই করতে পারেন।
- শিক্ষার্থীদের সৃজনশীলতা বৃদ্ধি কৌশল প্রয়োগের দক্ষতা অর্জন করতে পারবেন ।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: একটি গাণিতিক সমস্যা কত উপায়ে সমাধান করা যায়? শিক্ষার্থীদের একটি সমস্যা তৈরি করতে বরুন এবং তা কতভাবে সমাধান করা যায় ?

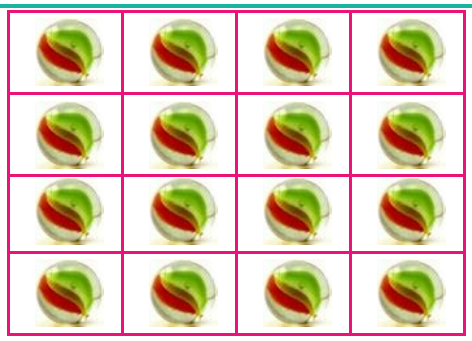
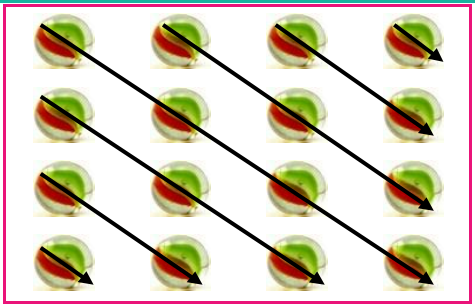
[সমস্যা ১] নিচের সমস্যাটি পড়ুন এবং তার সমাধান চিন্তা করুন ।

- নিচের চিত্রে কয়টি মার্বেল আছে?
  (কতভাবে আপনি এর সমাধান বা উত্তর বের করতে পারবেন?)

আপনার সমাধানটি খাতায় সম্পন্ন করে সমাধানের সত্যতা প্রতিষ্ঠার জন্য যুক্তিগুলো লিখুন। আপনার সহপ্রশিক্ষণার্থী বন্ধুদের সঙ্গে আপনার সমাধান ও যৌক্তিকতাগুলো পর্যালোচনা করুন।

উত্তর:

- এর উত্তর হবে ১৬টি।
- তবে আপনার সহপ্রশিক্ষণার্থী বন্ধুরা বিভিনভ্ন াবে এর উত্তর বের করতে পারেন। যেমন,

১ম প্রশিক্ষণার্থী	 .	১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১= ১৬
২য় প্রশিক্ষণার্থী	.	২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২ = ১৬ বা, ৮×২ = ১৬
৩য় প্রশিক্ষণার্থী	.	৪ + ৪ + ৪ + ৪ = ১৬ বা, ৪×৪ = ১৬
৪র্থ প্রশিক্ষণার্থী	 .	১+২+৩+৪+৩+২+১ = ১৬ বা, ১×২+২×২+৩×২+৪ = ১৬
৫ম প্রশিক্ষণার্থী	- - - -	- - -

১৪২

[সমস্যা ২]

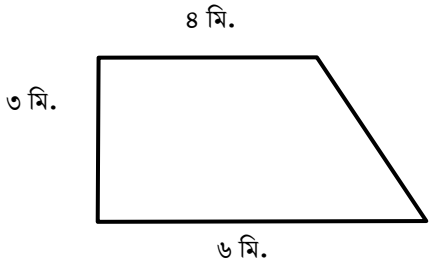
মিরাজের বাবা মিরাজকে ২০০ টাকা দিয়ে ৩ কেজি আলু ২ কেজি শিম এবং ২ হালি ডিম কিনে আনতে বললেন। যদি প্রতি কেজি আলু ১৫ টাকা, প্রতি কেজি শিম ২৫ টাকা এবং প্রতি হালি ডিমের দাম ৩০ টাকা হয়, তবে সে তার বাবাকে কত টাকা ফেরত দেবে?

সমস্যাটি সমাধান করুন।সহপ্রশিক্ষণার্থী দের সমাধানের সাথে মতবিনিময় করুন; তাঁদের পদ্ধতি পর্যালোচনা করুন। নিচের ছকে কয়েকজন প্রশিক্ষণার্থীর সম্ভব্য সমাধান উপস্থাপিত হলো:

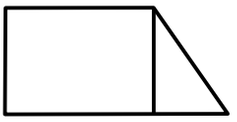
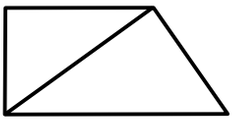
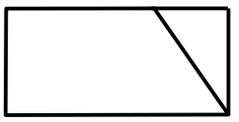
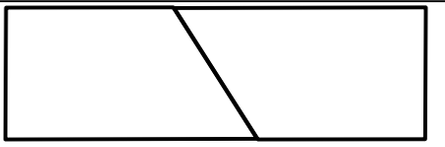
উত্তর:

১ম প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান	**২য় প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান**
আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা **শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা** **ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা** **∴ ২০০ - ৪৫ - ৫০ - ৬০ = ৪৫ টাকা** **উত্তর: ৪৫ টাকা।**	আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা ৪৫ + ৫০ + ৬০ = ১৫৫ টাকা ∴ ২০০ - ১৫৫ = ৪৫ টাকা উত্তর: ৪৫ টাকা।
৩য় প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান	**৪র্থ প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান**
আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা **শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা** **ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা** **∴২০০ - (৪৫ + ৫০ + ৬০) = ৪৫ টাকা** **উত্তর: ৪৫ টাকা।**	আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা ∴২০০-(১৫×৩+২৫×২+৩০×২)= ২০০-(৪৫+৫০+৬০) = ২০০ - ১৫৫ = ৪৫টাকা উত্তর: ৪৫ টাকা।
.....	.....

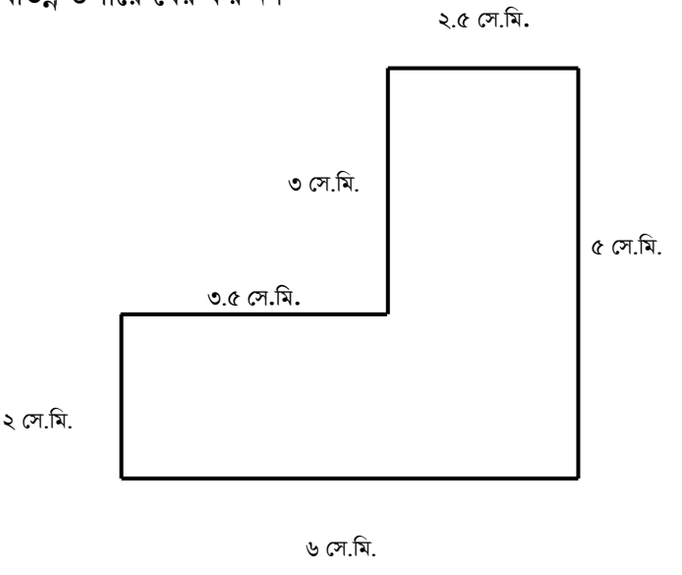
[সমস্যা ৩] পাশের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত তা বের করুন।



সম্ভব্য সমাধান

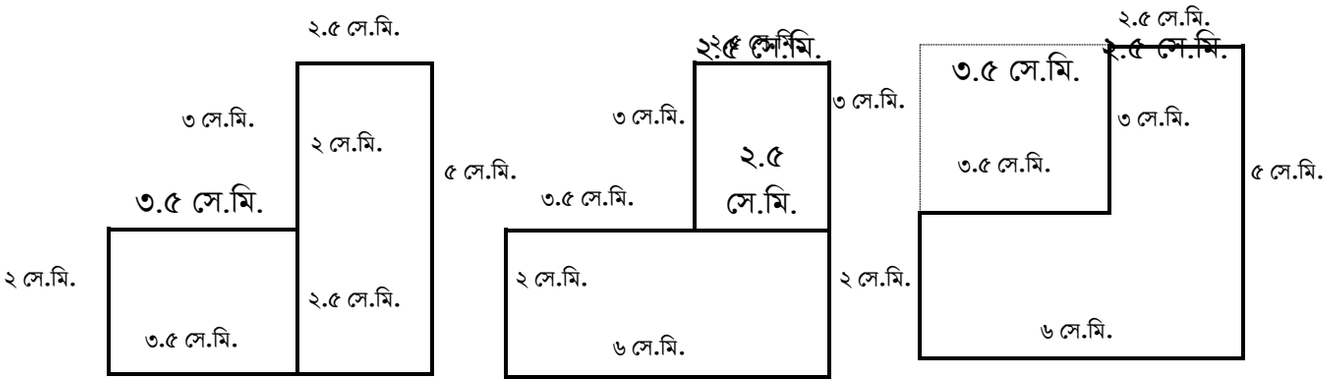
১ম পদ্ধতি	২য় পদ্ধতি
 আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৪×৩ =১২ বর্গ মি. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = (২×৩) স্ট২=৩ বর্গ মি. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১২+৩=১৫ বর্গ মি. উত্তর: ১৫ বর্গ মি.	 ত্রিভুজের উপরি অংশের ক্ষেত্রফল = (৪×৩) ÷২=৬ বর্গ মি. ত্রিভুজের নিচের অংশের ক্ষেত্রফল = (৬×৩) ÷২=৯ বর্গ মি. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৬+৯=১৫ বর্গ মি. উত্তর: ১৫ বর্গ মি.
৩য় পদ্ধতি	৪র্থ পদ্ধতি:
 বড় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৬×৩=১৮ বর্গ মি. ছোট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = (২×৩) স্ট২=৩ বর্গ মি. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১৮-৩=১৫ বর্গ মি. উত্তর: ১৫ বর্গ মি.	 বড় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৬ মি. + ৪ মি. = ১০ মি. বড় আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = ৩ মি. চতর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো বড় আয়তক্ষেত্রের অর্ধেক। এজন্য, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো, = (১০ দ্ধ ৩) স্ট ২ = ১৫ বর্গ মি. উত্তর: ১৫ বর্গ মি.

[সমস্যা -৪]: পাশের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বিভিন্ন উপায়ে বের করুন।



সম্ভাব্য পদ্ধতির রূপরেখা নিম্নরূপ হতে পারেঃ

সম্ভব্য সমাধান



চিত্রটি ২টি আয়তক্ষেত্রে	চিত্রটি ২টি আয়তক্ষেত্রে	বড় আয়তক্ষেত্র থেকে ছোট আয়তক্ষেত্র বিয়োগ করতে হবে

১ম পদ্ধতি

বামপাশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩.৫ × ২ = ৭ বর্গ সে.মি.
ডানপাশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ২.৫ × ৫ = ১২.৫ বর্গ সে.মি.
পদ্ধতি চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৭ + ১২.৫ = ১৯.৫ বর্গসে.মি.
উত্তরঃ ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

২য় পদ্ধতি

উপরের অংশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ২.৫ × ৩ = ৭.৫ বর্গ সে.মি.
নিচের অংশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৬ × ২ = ১২ বর্গ সে.মি. পদ্ধতি চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৭.৫ + ১২ = ১৯.৫ বর্গ সে.মি.
উত্তরঃ ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

৩য় পদ্ধতি

বড় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৬ × ৫ = ৩০ বর্গ সে.মি.
ছোট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩.৫ × ৩ = ১০.৫ বর্গ সে.মি.
পদ্ধতি চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩০- ১০.৫ = ১৯.৫ বর্গ সে.মি.
উত্তরঃ ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

অর্পিত কাজ

বিভিন্ন ধরনের ৫টি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন। বিভিন্ন উপায়ে সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

পাঠ ২: একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান-কৌশল উপস্থাপন

'সংখ্যা ও গণনা', 'জ্যামিতি ও পরিমাপ' এবং 'পরিমানবাচক সম্পর্ক' এর ওপর একটি করে গাণিতিক সমস্যা বিভিন্নভাবে সমাধানের কৌশল উদ্ভাবন ও উপস্থাপন

এ পাঠে আপনাকে পর্বূবর্তী পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে।

সহপ্রশিক্ষণার্থী গণ আপনার উপস্থাপনের শেষে মুক্ত আলোচনা করবেন। আলোচনার মধ্য দিয়ে আপনাদের সমাধানগুলোর যথার্থতা যাচাই হবে এবং আরও নতনু কৌশল উদ্ভবিত হবে।

- প্রশিক্ষক প্রয়োজনীয় ফিডব্যাক দেবেন।
- মুক্ত আলোচনায় সকলে অংশগ্রহণের মাধ্যমে বিভিন্নভাবে একই সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়ার যৌক্তিকতা সুস্পষ্ট হবে।

অধ্যায় ১৫
ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার

পাঠ-১: ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- **ক্যালকুলেটর** ব্যবহার করে হিসাব-নিকাস করতে পারবেন।
- **কম্পিউটারের বিভিন্ন অংশের নাম বলতে পা**রবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: ক্যালকুলেটর কী ? এটি কিসের সাহায্য চলে? ক্যালকুলেটর দৈনন্দিন কাজে কি কাজে লাগে ?

ক্যালকুলেটর

ক্যালকুলেটর(Calculator) ইংরেজি শব্দ। এর অর্থ গণনাকারী। এটি একটি গণনাকারী যন্ত্র, বিদ্যুতে চলে। এর ভিতরে স্থাপন করা ব্যাটারিই বিদ্যুতের উৎস, লাইনের সাথে সংযোগের প্রয়োজন হয় না। ব্যবহারে বা অন্য কোনো কারণে বিদ্যুৎ ফুরিয়ে গেলে ব্যাটারি পুনঃস্থাপন করে কাজ চালিয়ে যাওয়া যায়। গঠন, আকার ও প্রয়োজনে ক্যালকুলেটর বিভিন্ন রকমের হয়ে থাকে। কোনো কোনো ক্যালকুলেটরে ২৬টি বোতাম, কোনোটিতে ৪২টি বোতাম বা কোনোটিতে ৪৭টি বোতাম থাকে, ইত্যাদি। উল্লেখ্য, কিছু ক্যালকুলেটর চালু করতে অন/এসি (ON/AC), বন্ধ করতে অফ (OFF) কিছু ক্যালকুলেটরের ক্ষেত্রে অন/সি (ON/C) ও অফ (OFF) এবং কিছু কেবল অন (ON) বোতাম ব্যবহারেই চালু ও বন্ধ করা যায়; তবে শিফ্‌ট হয়ে এসি (AC) এর সাহায্যে তাৎক্ষণিকভাবেও বন্ধ করা যায়।

পাশের ছবিটি একটি ক্যালকুলেটরের প্রতিরূপ। এতে ২৬টি বোতাম রয়েছে, এর অন (ON) বোতাম দিয়েই যন্ত্রটি চালু ও বন্ধ করা যায়।

ঘর-সংসারের দৈনন্দিন হিসাব-নিকাশ ছাড়াও ব্যবসা-বাণিজ্যে ক্যালকুলেটরের ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ক্যালকুলেটর বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য ভূমিকা পালন করে। কেবল ব্যবহারের মাধ্যমেই যন্ত্রটির উপযোগিতা ও প্রয়োজনীয়তা উপলব্ধি করা যায়।

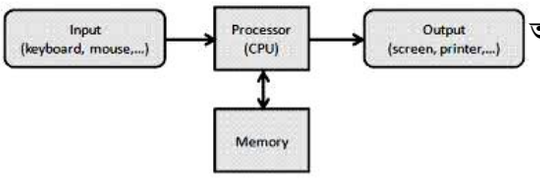
কম্পিউটার

ইংরেজি কম্পিউট (Compute) শব্দের বাংলা 'হিসাব করা'। এভাবেই কম্পিউটার (Computer) শব্দটির উৎপত্তি। তাই কম্পিউটারও হিসাব করার যন্ত্র। এটি একটি ইলেকট্রনিক যন্ত্র। তবে কম্পিউটার কেবল গণনা বা হিসাব করার যন্ত্র নয়।

কম্পিউটারের সাহায্যে একদিকে যেমন জটিল হিসাব-নিকাশ করা যায়, অন্যদিকে এর সাহায্যে ছবিও আঁকা যায়। ব্যাংকের লেনদেনের হিসাব রাখা, রোগীর রোগ নির্ণয় ও ব্যবস্থাপত্র তৈরি, পত্রাদি লেখা, গান শোনা, ছবি দেখা, ই-

মেইলের মাধ্যমে দেশ-বিদেশের আত্মীয়-স্বজন ও বন্ধু বান্ধবদের সাথে যোগাযোগ রাখার কাজ কম্পিউটারের সাহায্যে করা যায়। মানুষের দৈনন্দিন জীবনে কম্পিউটার গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখছে। অ্যাবাকাস (Abacus) নামক গণনা যন্ত্রকে কম্পিউটারের ইতিহাসে প্রথম যন্ত্র হিসেবে গণ্য করা হয়। ইংল্যান্ডের কেমব্রিজ বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক চার্লস ব্যাবেজের অ্যানালিটিকেল ইঞ্জিনের ধারণাকে আধুনিক কম্পিউটারের সূত্র হিসেবে বিবেচনা করা হয়। এ জন্য চার্লস ব্যাবেজকে আধুনিক কম্পিউটারের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়। কম্পিউটারের কার্যপদ্ধতির মূল বিষয়টি খুবই সোজা। কম্পিউটারের চারটি মূল অংশ রয়েছে, যথা: ইনপুট, মেমোরি, প্রসেসর ও আউটপুট। এই চারটি মূল অংশের সমন্বয়ে কম্পিউটার কাজ করে। তথ্য-উপাত্ত ঢোকানোর জন্য ইনপুট ডিভাইস দরকার। কি-বোর্ড, মাউস এ ধরনের ইনপুট ডিভাইস।

কি-বোর্ডের বোতাম টিপে বা মাউস ক্লিক করে নির্দিষ্ট নির্দেশটি দেওয়া হয়।

ইনপুট 

আউটপুট

নির্দেশটি কম্পিউটারের মেমোরিতে জমা হয়। এর পর মেমোরির তথ্য, উপাত্ত ও নির্দেশাবলি প্রসেসর পালন করে এবং ফলাফল মেমোরিতে পাঠিয়ে দেয়। মেমোরি কিছু নির্দেশ, আউটপুট যেমন: মনিটর বা প্রিন্টার দিয়ে ফিরিয়ে দেয়।

আপনারা যারা কম্পিউটার ব্যবহার করেছেন তারা, বুঝতে পারছেন, কিবোর্ড বা মাউস হচ্ছে ইনপুট দেওয়ার উপায়। এগুলো দিয়ে কম্পিউটারে উপাত্ত দেওয়া হয়। কম্পিউটার কাজ শেষে ফলাফল মনিটরে দেখায়।

মনিটর হচ্ছে আউটপুট ডিভাইস। কম্পিউটারের মেমোরি কিংবা প্রসেসর আমরা বাইরে থেকে দেখতে পাই না, সেগুলো ভেতরে থাকে।

এতক্ষণ যে বিষয়ে বলা হলো সেটি হলো, কম্পিউটারের যন্ত্রাংশ বা হার্ডওয়্যার। কিন্তু শুধু হার্ডওয়্যার থাকলেই কম্পিউটার কাজ করবে না। এর জন্য দরকার প্রয়োজনীয় নির্দেশ প্রদান। এই নির্দেশনাগুলোকে বলা হয় সফটওয়্যার। কম্পিউটারের প্রসেসর কোন কাজটি কীভাবে সম্পন্ন করবে, এর জন্য কী কী নির্দেশ দরকার তা মেমোরিতে জমা থাকে। এক কথায় বলা যায়, কম্পিউটারের হার্ডওয়্যার সফটওয়্যার দ্বারা পরিচালিত হয়।

বিভিন্ন ধরনের কাজের জন্য বিভিন্ন ধরনের সফটওয়্যার প্রয়োজন। যে সফটওয়্যার দিয়ে ছবি আঁকা যায়, তা দিয়ে হিসাব নিকাশ করা যাবে না। হিসাব নিকাশ করার জন্য কম্পিউটাওে বিভিন্ন সফটওয়্যার বা প্রোগ্রাম রয়েছে, যেমন Calculator, Excel, Calc ইত্যাদি। Calculator বা Calc প্রোগ্রামকে আপনি আপনার সাধারণ ক্যালকুলেটরের পরিবর্তে ব্যবহার করতে পারেন।

ক্যালকুলেটর বা কম্পিউটারের প্রোগ্রামের সাহায্যে নিচের উদাহরণগুলো অনুশীলন করুন।

উদাহরণ ১। ফাঁকা ঘর পূরণ করুন:
(ক) ১৭+৯ = ☐ (খ) ১৮+১৫ = ☐

(ক) সমাধান : ☐১ ☐৭ + ☐৯ = ☐২৬
১৭+৯ = ২৬

অন ON বোতাম টিপে ক্যালকুলেটরটিকে সচল করে পরপর

☐১ ☐৭ ☐+ ☐৯ ও =☐ বোতামগুলো টিপে উত্তর পাওয়া গেল ২৬।

অতঃপর ON বোতামটি টিপেই যন্ত্রটি বন্ধ করা হলো।

(খ) সমাধান : [অন] [১] [৮] [+] [১] [৫] [=] [৩৩]

১৮+১৫ = ৩৩

ক্যালকুলেটরটিকে [অন] বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

উদাহরণ ২। শাবাব মোহাম্মদপুর বাজার থেকে ৩৫০ টাকার মাছ, ৭৬ টাকার সবজি ও ৮২ টাকার ফল ক্রয় করল। ৬০০ টাকা থেকে তার কাছে আর কত টাকা থাকল?

সমাধান : দেওয়া আছে,
মাছ ৩৫০ টাকা
সবজি ৭৬ টাকা
ফল ৮২ টাকা

ক্যালকুলেটরটিকে অন বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

[অন] [৩] [৫] [০] [+] [৭] [৬] [+] [৮] [২] [=] [৫০৮]

৩৫০+৭৬+৮২ = ৫০৮

অনুরূপভাবে, প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

[অন] [৬] [০] [০] [-] [৫] [০] [৮] [=] [৯২]

৬০০-৫০৮ = ৯২

আধুনিক যুগের একটি অত্যাধুনিক আবিস্কার হলো কম্পিউটার। তাই আধুনিক যুগকে কম্পিউটার যুগ বলা হয়। কম্পিউটার প্রযুক্তিকে কাজে লাগিয়ে বর্তমান জীবনযাত্রার বহুবিধ জটিল কাজ অতি সহজে সম্পন্ন হচ্ছে। আমাদের জীবনধারণকে সহজ ও গতিশীল করতে কম্পিউটার এই অপরিসীম ভূমিকা পালন করছে। তাই ছোটবেলা থেকেই শিক্ষার্থীদের কম্পিউটার জানা ও চর্চা করা প্রয়োজন, আর ডিজিটাল বাংলাদেশ গড়তে এটি নিঃসন্দেহে অপরিহার্য।

ক্যালকুলেটর অথবা কম্পিউটার ব্যবহার করে সমস্যাগুলো সমাধান করুন :

১। ফাঁকা ঘর পূরণ করুন :

(ক) ১৭ + ৯ = (খ) ২৮ + ৪৬ = (গ) ১৫০ + ৯ =

২। যোগ করুন :
(ক) ৮৯৭ + ৩৫৬ + ৪০ = কত?
(খ) ২০৭ + ৪৪ + ২৮ + ৬৫ = কত?

৩। বিয়োগ করুন : (ক) ২৬ - ১৩ = কত? (খ) ৫৮৭ - ২০৪ = কত?

৪। গুণ করুন : (ক) ৯ × ৪ = কত? (খ) ১২৮ × ৩৪ = কত?

(গ) ৫৫৫ × ৫ = কত? (ঘ) ৭২০ × ৬৮ = কত?

অধ্যায় ১

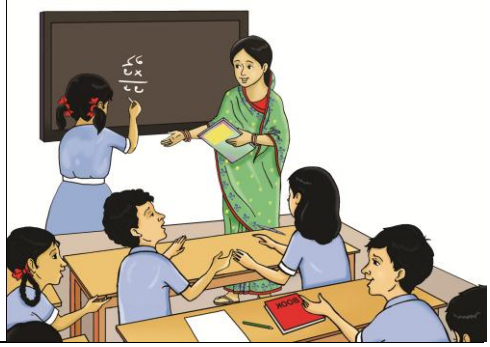
প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য

আমাদের দেশে প্রাথমিক স্তরের জন্য সুনির্দিষ্ট শিক্ষাক্রম রয়েছে। শিক্ষাক্রম হচ্ছে শিখন-শেখানোর মূল নির্দেশক। শিক্ষার ভিত গঠনের জন্য গণিত হলো শিক্ষাক্রমের আওতাভূক্ত একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। গণিত বিষয়ের জন্য যোগ্যতাভিত্তিক শিক্ষাক্রম প্রণয়ন করা হয়েছে। এ যোগ্যতা অর্জনের জন্য প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য নির্ধারণ করা হয়েছে। এই অধ্যায়ে প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য নিয়ে আলোচনা করা হবে।

পাঠ ১: প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য, গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক, সাংস্কৃতিক, নৈতিক, শৃঙ্খলামূলক এবং যৌক্তিক উদ্দেশ্যসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গাণিতিক সাক্ষরতা (Mathematical Literacy) কী এবং এটি পরিমাপের মানদন্ডসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি; ➢ আমরা কেন গণিত শেখাই? ➢ গাণিতিক সাক্ষরতা বলতে কী বোঝায়? ➢ গাণিতিক সাক্ষরতা কিভাবে পরিমাপ করা যায়?	

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে প্রথমে প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য নিয়ে আলোচনা করা যাক।

প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য

লক্ষ্য বা উদ্দেশ্যবিহীন কোন কাজ হয় না। শিক্ষারও নির্দিষ্ট লক্ষ্য বা উদ্দেশ্য থাকে। সে লক্ষ্য বা উদ্দেশ্যকে সামনে রেখে শিশুর জন্য অধীত বিষয়বস্তুর শিক্ষাদান পদ্ধতি নির্ধারণ করা হয়। বিশ্বের সকল দেশে প্রাথমিক শিক্ষাকে একটি শিশুর স্কুল-ক্যারিয়ারের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ সময় হিসেবে বিবেচনা করা হয় এবং প্রাথমিক স্তরে গণিত একটি আবশ্যিক বিষয় হিসেবে অধীত হয়।

জাতীয় শিক্ষানীতি–২০১০ এর আলোকে বাংলাদেশে প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য হলো এই স্তরের শিক্ষার্থীদের কল্পনা, কৌতুহল, সৃজনশীলতা ও বুদ্ধির বিকাশে প্রয়োজনীয় গাণিতিক ধারণা ও দক্ষতা অর্জন এবং যৌক্তিক চিন্তার মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা।

গণিত শিক্ষার লক্ষ্য মূলত: ৩ ধরনের ব্যাপক উদ্দেশ্যকে ধারণ করে।

১। ব্যবহারিক উদ্দেশ্য
২। সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্য
৩। শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক উদ্দেশ্য

গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক উদ্দেশ্য

দৈনন্দিন জীবনের ব্যবহারিক প্রয়োজনে বিভিন্ন প্রকার সমস্যা সমাধানে গণিতের কার্যকর ভূমিকা রয়েছে। ব্যক্তিগত ও সমষ্টিগত উভয়ক্ষেত্রে গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক উদ্দেশ্যগুলো নিয়ে নিচে আলোচনা করা হলো-

ক) দৈনন্দিন প্রয়োজনে গণিতের ব্যবহার

দৈনন্দিন জীবন যাত্রায় গণিতের ব্যবহার অবিচ্ছেদ্য। গণনায়, সকল প্রকার পরিমাপে, আকার আকৃতি প্রকাশে, ক্রয়-বিক্রয় ও সকল প্রকার আর্থিক লেনদেনে গণিত ব্যবহৃত হয়। আমাদের পোশাক-পরিচ্ছদ, আসবাবপত্র, ঘরবাড়ি ইত্যাদি তৈরি, ব্যাংক, অফিস ও কৃষিকাজের প্রতিটি ক্ষেত্রে গণিতের জ্ঞান প্রয়োজন। ব্যক্তিগত, প্রাতিষ্ঠানিক ও জাতীয় বাজেটে, সময়, দূরত্ব, মজুরি, কমিশন ইত্যাদি নির্ধারণে এবং গবেষণা ও পরিসংখ্যানের ক্ষেত্রে গণিত অপরিহার্য।

খ) যোগাযোগ বা ভাবের আদান প্রদান ও যাতায়াতে গণিতের ব্যবহার

সাধারণভাবে যোগাযোগ বলতে সড়ক, রেল, নৌ ও বিমান চলাচলকে বোঝায়। এছাড়া যোগাযোগ বলতে ভাবের বা তথ্যের আদান প্রদানকেও বুঝায়। এ সকল ক্ষেত্রে গণিত ব্যাপকভাবে ব্যবহার হয়ে থাকে। যোগাযোগের মাধ্যম হিসাবে আমরা রেডিও, টেলিফোন, ই-মেইল, ফ্যাক্স, ইন্টারনেট ব্যবস্থা, সংবাদপত্র ইত্যাদির উল্লেখ করতে পারি। প্রতিটি মাধ্যমের স্থলে যে চালিকাশক্তি কাজ করছে তা হল গণিত। বিশ্বব্যাপী তথ্য প্রযুক্তির যে বিস্ফোরণ ঘটেছে এর মূলেও রয়েছে গণিত। যাতায়াত ও পরিবহনের ক্ষেত্রে গণিতের অনেক ব্যবহার রয়েছে। যানবাহনের গঠন, এর পরিচালনার নিয়ম- কানুন, সময়সূচি, টিকিট ক্রয়-বিক্রয়, যাত্রাপথ, দূরত্ব নির্দেশক ফলক, দিক নির্দেশক যন্ত্র, চলন্ত অবস্থার গতি ও গতিপথ নিয়ন্ত্রণসহ যাতায়াত ব্যবস্থার সকল প্রকার আর্থিক ও সাধারণ হিসাব নিকাশে গণিতের সহায়তা দরকার।

গ) পেশাগত উৎকর্ষ সাধনে গণিতের ব্যবহার

জীবন ও জীবিকা নির্বাহের জন্য মানুষের পেশা বিচিত্র রকমের। কৃষিকাজ, ব্যবসায় বাণিজ্য, চাকুরি ইত্যাদি মানুষের প্রধান পেশা। কৃষিকাজে বীজ ও সারের পরিমাণ, জমির মাপ, উৎপন্ন ফসলের হিসাব, ব্যবসা-বাণিজ্যে, ক্রয়-বিক্রয়, আমদানি-রপ্তানি, সঞ্চয়, মূলধন, লাভ-লোকসান নির্ধারণ ইত্যাদি ক্ষেত্রে গণিতের ব্যবহার যথেষ্ট। চাকুরির ক্ষেত্রে বেতন, ভাতা, বোনাস, ইনক্রিমেন্ট, পেনশন ইত্যাদি নির্ধারণের ক্ষেত্রে গণিতই সবচেয়ে বড় হাতিয়ার। গণিতের জ্ঞান ছাড়া কোন পেশাতেই উৎকর্ষ লাভ করা যায় না।

ঘ) অন্যান্য বিষয় শেখায় গণিতের ব্যবহার

শিক্ষাক্ষেত্রে সকল বিষয়ের সাথে গণিতের গুরুত্বপূর্ণ সম্পর্ক রয়েছে। বিজ্ঞানের প্রত্যেকটি নিয়ম কানুন ও সূত্র গণিতের সঠিক পরিমাপের উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত। সামাজিক বিজ্ঞানের ক্ষেত্রগুলোতেও গণিত প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে সাহায্য করে থাকে। ভাষা শিক্ষার বর্ণ, শব্দ, বাক্য ইত্যাদি গঠনে গণিত কাজে লাগে। চারু ও

কারুকলার বিভিন্ন কাজে গাণিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। নানা রকম হাতের কাজে গাণিতিক জ্ঞান কাজে লাগানো হয়। সঙ্গীতের সুর, তাল, লয়, ছন্দ ইত্যাদি গাণিতিক নিয়মে আবদ্ধ। শারীরিক শিক্ষায় খেলার সামগ্রী, খেলার মাঠ, খেলোয়াড়ের সংখ্যা, খেলার নিয়ম কানুন ইত্যাদির সাথে গণিতের সম্পর্ক অত্যন্ত বেশি।

গণিত শিক্ষার সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্য

গণিত শেখার ফলে একজন ব্যক্তির জীবনে নানাবিধ গুণাবলি বিকাশের সুযোগ থাকে। তাই গণিত শিক্ষার সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্যগুলো গুরুত্বপূর্ণ। যেমন-

ক) সৌন্দর্য বিকাশে গণিত

প্রকৃতির একটি নিজস্ব সৌন্দর্য রয়েছে যা নদী-নালা, সাগর, পাহাড়, গাছপালা ফুলে ফলে বিরাজমান। এ সৌন্দর্য মানুষের তৈরি ঘরবাড়ি, দালান কোঠা, পোশাক পরিচ্ছেদ ইত্যাদিতে পরিস্ফুটিত হয়। গণিত শিক্ষার্থীদের মাঝে এ সৌন্দর্যবোধ জাগাতে সাহায্য করে। আবহমানকাল থেকে গণিতের ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বর্ণ, বৃত্ত ইত্যাদি জ্যামিতিক চিত্রগুলো আদর্শ সৌন্দর্যের প্রতীকরূপে গণ্য হয়ে আসছে। তাই মিশরের পিরামিড, আগ্রার তাজমহল, রোমের সেন্ট পিঁটার্স গীর্জা, তুরস্কের আয়াসুফিয়া মসজিদ, চিত্রকর্ম মোনালিসা ইত্যাদিতে উদ্ভাসিত হয়ে উঠেছে গাণিতিক অনুপাত ও প্রতিসাম্য। গাণিতিক নিয়ম মেনে চলা হয়েছে বলেই মানুষের তৈরি এসব জিনিস এত সৌন্দর্যমন্ডিত।

খ) সভ্যতার বিকাশে গণিত

গণিতকে বর্তমান সভ্যতার মেরুদন্ড বলা যেতে পারে। প্রাচীন কাল থেকেই সভ্যতা ও সংস্কৃতি, প্রকৌশল বিদ্যা, নৌবিদ্যা, বিমান চালনা, আকাশ জয়ের জ্ঞান-বিজ্ঞান, রেলপথ, গগনচুম্বী ভবন নির্মাণ ইত্যাদিতে গণিত বিশেষ অবদান রেখে চলছে ও চলবে। সভ্যতার বিশেষ উপাদান হলো সংস্কৃতি। এ সংস্কৃতির বিভিন্ন উপাদানের সাথে গণিত ওতপ্রোতভাবে জড়িত। চিত্রকলা, ভাস্কর্য, সঙ্গীত, সাহিত্য ইত্যাদি প্রতিটি ক্ষেত্রে গণিতের অবদান অপরিসীম।

গ) নৈতিক ও আধ্যাত্মিক মূল্যবোধ সৃষ্টিতে গণিত

গণিত যুক্তি ও সত্যের উপর ভিত্তি করে গড়ে উঠে। ভুল বা অসত্য তথ্য নিয়ে কাজ করলে গণিতে কোন সমস্যার সমাধান করা যায় না। তাই গণিত শিক্ষা শিশুর মনে আত্ম-প্রত্যয়ের উন্মেষ ঘটায় যা শিশুর নৈতিক বিকাশে সহায়তা করে। এর ফলে পরবর্তীতে বাস্তব জীবনের সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে অসত্য তথ্য সংগ্রহ ও ব্যবহার থেকে বিরত থাকতে পারে। গাণিতিক জ্ঞান শিশুর মধ্যে আধ্যাত্মিক মূল্যবোধ সৃষ্টিতে সহায়তা করে। গণিতের বিভিন্ন রকমের প্রক্রিয়া অসীমকে নির্দেশ করে। সংখ্যা গণনায় ১,২,৩.....ইত্যাদি নিয়ে ভাবতে ভাবতে শিশুর মনে অসীমের ধারণা জন্মে। শিশুর এ ধারণা সৃষ্টিকর্তা ও তার অসীমতা সম্পর্ক ধারণা পেতে সহায়ক হয়।

গাণিতিক শিক্ষার শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক উদ্দেশ্য

গণিত মানুষকে সুশৃঙ্খল ভাবে সুষ্ঠু চিন্তা ও যুক্তি প্রয়োগ করতে শেখায়। মানুষ তার পারিবারিক আয়-ব্যয়ের ভারসাম্য রক্ষা করে সততা ও শৃঙ্খলার সাথে সুষ্ঠু জীবন যাপনে সামর্থ্যবান হয়ে ওঠে। ব্যাপক অর্থে গাণিতিক শিক্ষার শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক যে উদ্দেশ্যগুলো রয়েছে তা হলো-

ক) সরলতা ও সততায় গণিত

গণিতে অস্পষ্টতা, মিথ্যা বা অসঙ্গতির কোন অবকাশ নেই। সঠিক গাণিতিক নিয়মের মাধ্যমে নির্দিষ্ট সুশৃঙ্খল ও যৌক্তিক পদ্ধতিতে সমস্যা সমাধান করতে হয়। সমস্যা সমাধানের পরও নির্ভুলতা ও যথার্থতা যাচাই করার সুযোগ থাকে। এভাবে গণিত পরোক্ষভাবে হলেও সৎ হতে শেখায়।

খ) যৌক্তিক চিন্তার বিকাশে গণিত

যুক্তির মাধ্যমে সত্য উদঘাটনে গণিত শিক্ষার্থীকে উৎসাহিত করে। মুখস্ত বিদ্যা দিয়ে গণিত শেখা যায় না। গণিতে গভীর মনঃসংযোগের সাথে প্রতিটি ধাপ পার হয়ে সঠিক সিদ্ধান্ত বা কাঙ্ক্ষিত ফলাফলে উপনীত হতে হয়। বলা যায় যুক্তিপূর্ণ চিন্তাধারার বিকাশে গণিত সহায়ক। যৌক্তিক চিন্তার বিকাশের জন্য আরোহী, অবরোহী, সংযোগ, বিনিময় ইত্যাদি বিধি চর্চার ক্ষেত্র গণিত।

গ) মৌলিক চিন্তার বিকাশে গণিত

এটা সর্বজনবিদিত যে মুখস্থ করে গণিত শেখা যায় না। গণিতের জন্য প্রয়োজন শিক্ষার্থীর মৌলিক বা নিজস্ব চিন্তা ধারার বিকাশ। নিজস্ব চিন্তাধারার প্রয়োগ করতে না পারলে বা মৌলিক চিন্তা করার ক্ষমতা প্রয়োগ করতে না পারলে গণিতের সমস্যা সমাধান সম্ভব বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই হয় না। এজন্য মৌলিক চিন্তা ধারার বিকাশের মাধ্যমে গণিতের জানা নিয়মগুলো থেকে সঠিক নিয়মটি নির্বাচন করে সমস্যা সমাধান করা শিশুর পক্ষে সহজ হয়।

ঘ) আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনায় গণিত

গণিত শিক্ষার্থীদেরকে আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনা করতে শেখায়। গণিতের প্রশ্নের উত্তর সুস্পষ্ট ও অনন্য। গণিতের ফলাফলে কোন মতামতের অবকাশ না থাকার কারণে নির্দিষ্ট ফললাভের জন্য একাগ্র মনে কাজ করে যেতে হয় এবং নির্দিষ্ট ফললাভ করতে ব্যর্থ হলে নিজের কাজ আবার দেখতে ও উত্তরের শুদ্ধতা যাচাই করতে হয়। এভাবে শিশুর আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনার সুযোগ ঘটে।

গাণিতিক সাক্ষরতা

একজন শিক্ষার্থীর জন্য ভাষাগত সাক্ষরতা বা Language Literacy এর মতো গাণিতিক সাক্ষরতা বা Mathematical Literacy অর্জনও অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। ব্যক্তির দৈনন্দিন জীবনের চাহিদা পূরণে গণিতের সাথে সম্পৃক্ত হওয়ার সক্ষমতাই গাণিতিক সাক্ষরতা। গাণিতিক সাক্ষরতায় ৩টি সক্ষমতার ক্ষেত্র অন্তর্ভুক্ত রয়েছে- অনুধাবন, বিশ্লেষণ ও প্রয়োগ। একজন শিক্ষার্থী যখন তার গাণিতিক দক্ষতাকে কিভাবে কাজে লাগানো যায় তা অনুধাবন করতে পারে, বিভিন্ন গাণিতিক ধারণার যৌক্তিক বিশ্লেষণ করতে পারে এবং আত্মবিশ্বাসের সাথে কার্যকরী উপায়ে গাণিতিক ধারণা ব্যবহার করতে পারে তখনই সে গাণিতিক ভাবে সাক্ষর বা Mathematically Literate বলে বিবেচিত হয়।

তাই গাণিতিক সাক্ষরতা বলতে বোঝায়-

- গাণিতিক ধারণা অনুধাবনের সক্ষমতা
- নম্বর, গ্রাফ, প্রতীক, চিত্র সম্বলিত তথ্যকে যৌক্তিক বিশ্লেষণ করার সক্ষমতা
- গাণিতিক ব্যাখ্যা উপস্থাপনের দক্ষতা
- গাণিতিক সমস্যা সমাধানের দক্ষতা

গাণিতিক সাক্ষরতা পরিমাপের মানদণ্ড

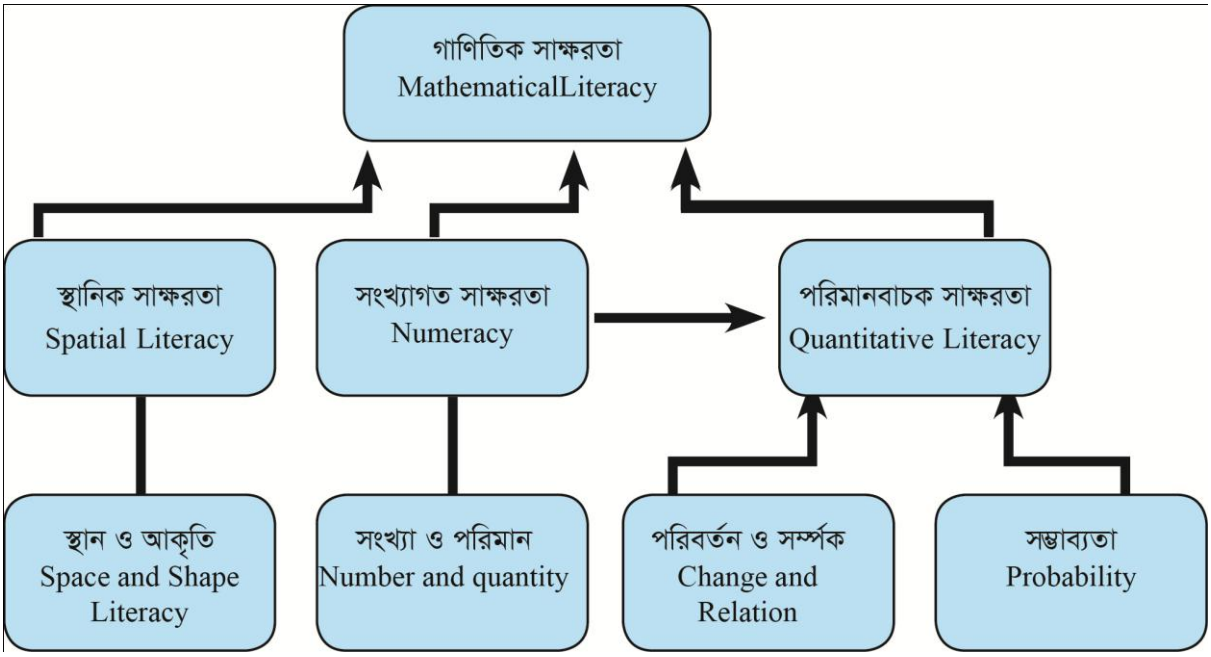
গাণিতিক সাক্ষরতা পরিমাপের ৩টি মানদণ্ড রয়েছে।

(১) স্থানিক সাক্ষরতা (Spatial Literacy)

(২) সংখ্যাগত সাক্ষরতা (Numeracy)

(৩) পরিমাণবাচক সাক্ষরতা (Quantitative Literacy)

De Lange এর গাণিতিক সাক্ষরতার Tree- Structure টি নিচে তুলে ধরা হলো-



De Lange- এর গাণিতিক সাক্ষরতার Tree- Structure

স্থানিক সাক্ষরতা: যে ত্রিমাত্রিক জগতে ব্যক্তি বাস করে তার অন্তর্গত বিভিন্ন বস্তুর বৈশিষ্ট্য ও আপেক্ষিক অবস্থান সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতাই হলো ব্যক্তির স্থানিক সাক্ষরতা। স্থানিক সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে জ্যামিতিক জ্ঞান ও চিন্তন দক্ষতা অর্জনে সহায়তার জন্য প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়।

সংখ্যাগত সাক্ষরতা: সংখ্যাগত সাক্ষরতার মাধ্যমে ব্যক্তির সংখ্যা সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন প্রক্রিয়াজনিত ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতা প্রকাশ পায়। সংখ্যাগত সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে সংখ্যার মৌলিক ধারণা যেমন- সংখ্যা গণনা ও পড়া, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, স্থানীয় মান, সংখ্যার তুলনা, বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা; সংখ্যার প্রাথমিক চার নিয়ম - যোগ ও বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, প্রাথমিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; গড়ের ধারণা ও ব্যবহার; গ.সা.গু ও ল.সা.গু এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; বিভিন্ন প্রকার ভগ্নাংশ, ভগ্নাংশের তুলনা, ভগ্নাংশের যোগ,

বিয়োগ, গুণ ও ভাগ এবং দৈনন্দিন জীবনে এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা, দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান, দশমিক ভগ্নাংশের রূপান্তর ও ভগ্নাংশের তুলনা এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান নিয়ে আলোচনা করা হয়।

পরিমানবাচক সাক্ষরতা: ব্যক্তির পরিমানবাচক সাক্ষরতা বলতে বিভিন্ন পরিমাণের মধ্যকার পরিবর্তন ও সম্পর্ক সংশ্লিষ্ট ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতা বোঝায়- যার মধ্যে সম্ভাব্যতার ধারণাও অর্ন্তভুক্ত। সংখ্যাগত সাক্ষরতা ও পরিমানবাচক সাক্ষরতার মধ্যে আন্ত: সম্পর্ক রয়েছে। পরিমানবাচক সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে ঐকিক নিয়মে গাণিতিক সমস্যার সমাধান; শতকরার ধারণা, শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় রূপান্তর এবং শতকরার ব্যবহার (জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি, মুনাফা); উপাত্ত উপস্থাপনে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ, বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত লেখচিত্রে (স্তম্ভচিত্র) উপস্থাপন ও বিশ্লেষণ, জনসংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান এবং সমস্যা তৈরি ও সমাধান; ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটারের ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়।

মূল্যায়ন :

১. প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য কী?

২. প্রাথমিক গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য কী কী?

৩. গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা করুন।

৪. গাণিতিক সাক্ষরতা বলতে কী বোঝায়? গাণিতিক সাক্ষরতা পরিমাপের মানদণ্ড গুলো ব্যাখ্যা করুন।

অধ্যায় ২
প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক

প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম

প্রত্যেক শিক্ষা কার্যক্রমের একটি সুনির্দিষ্ট গাইড লাইন থাকে। সেখানে কী কী করা হবে, কীভাবে করা হবে, কতটুকু সময়ব্যাপী করা হবে, কাদের জন্য করা হবে তার সবকিছু বিস্তৃতভাবে উল্লেখ করা থাকে। এটিই শিক্ষাক্রম। শিক্ষাক্রম হচ্ছে শিখন-শেখানোর মূল নির্দেশক। আমাদের দেশেও প্রাথমিক স্তরের জন্য সুনির্দিষ্ট শিক্ষাক্রম রয়েছে।

শিশুর দৈনন্দিন জীবনের চাহিদা মেটানো এবং উচ্চ শিক্ষার ভিত গঠনের জন্য গণিত হলো শিক্ষাক্রমের আওতাভূক্ত একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। শিক্ষাক্রমের নির্ধারিত যোগ্যতা, শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যকে সামনে রেখে এ বিষয়ের বিষয়বস্তু নির্বাচন ও উপস্থাপন করা হয়েছে। এ বিষয় অধ্যয়নের মাধ্যমে শিক্ষাক্রমের নির্ধারিত যোগ্যতা অর্জনের পাশাপাশি শিশু চিন্তাশক্তি ও সৃজনশীলতার বিকাশ ঘটিয়ে নিজেকে সমাজের দায়িত্বশীল নাগরিক হিসেবে গড়ে তুলতে পারে। মূলত এ উদ্দেশ্যসমূহকে সামনে রেখে গণিত বিষয়ের জন্য যোগ্যতা ভিত্তিক শিক্ষাক্রম প্রণয়ন করা হয়েছে। প্রাথমিক স্তরে গণিত শিখন-শেখানো কার্যক্রম সফলভাবে বাস্তবায়ন নিশ্চিত করে শিশুকে গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনে সক্ষম করে তোলার জন্য শিক্ষকসহ সংশ্লিষ্ট সকলের প্রাথমিক শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকা আবশ্যক। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম এবং শিক্ষাক্রম অনুযায়ী প্রণিত পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

পাঠ-১: প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- প্রাথমিক স্তরের প্রান্তিক যোগ্যতাগুলোর মধ্যে গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট প্রান্তিক যোগ্যতাগুলো শনাক্ত করতে পারবেন।
- প্রাথমিক গণিত বিষয়ের প্রান্তিক যোগ্যতা, শ্রেণিভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- প্রাথমিক গণিতের বিস্তৃত শিক্ষাক্রম ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি(Starter Activity): শ্রেণিকক্ষে গণিতের কার্যকর শিক্ষন-শিখন নিশ্চিত করার জন্য এর শিক্ষাক্রম সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকা প্রত্যেক শিক্ষকের অত্যাবশ্যক। এ পাঠের শিখনফল অর্জনের জন্য শুরুতেই আমাদের জানতে হবে "শিক্ষাক্রম কী?" "গণিত শিক্ষাক্রম কী, প্রান্তিক ও অর্জনপোযোগী যোগ্যতা কী?

প্রাথমিক শিক্ষাস্তরের নির্ধারিত উদ্দেশ্যগুলোর মধ্যে গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট উদ্দেশ্য

প্রাথমিক স্তরের শিক্ষাক্রম প্রণয়নের শুরুতেই বংলাদেশের প্রাথমিক শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য নির্ধারণ করা হয়। প্রাথমিক স্তরের জন্য নির্ধারিত ১৩টি উদ্দেশ্যের মধ্যে ৫ নং উদ্দেশ্যটি সরাসরি গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট।

উদ্দেশ্যটি হলো:

গাণিতিক ধারণা, যৌক্তিক চিন্তা ও সমস্যা সমাধানের যোগ্যতা অর্জনে সহায়তা করা।

প্রাথমিক শিক্ষাস্তরের প্রান্তিক যোগ্যতাগুলোর মধ্যে গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট প্রান্তিক যোগ্যতা

প্রাথমিক স্তরের জন্য নির্ধারিত ১৩টি উদ্দেশ্যেকে ভিত্তি করে পরবর্তিতে ২৯ টি প্রান্তিক যোগ্যতা নির্ধারণ করা হয়। নিম্নে উল্লেখিত ২৯টি প্রান্তিক যোগ্যতার মধ্যে ১১নং ও ১২নং প্রান্তিক যোগ্যতা ২টি সরাসরি গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট।

গণিত বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট প্রান্তিক যোগ্যতা:

১১. গাণিতিক ধারণা ও দক্ষতা অর্জন করা।

১২. যৌক্তিক চিন্তার মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা।

প্রাথমিক গণিত বিষয়ের জন্য নির্ধারিত প্রান্তিক যোগ্যতা

প্রাথমিক গণিত বিষয়ের জন্য ৩০টি বিষয় ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা নির্ধারণ করা হয়েছে। যোগ্যতাগুলো হলো:

১. বাস্তব উপকরণের সাহায্যে গাণিতিক ধারণা লাভ করা।
২. উপকরণ গণনা করতে পারা।
৩. কোটি পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারা।
৪. ০ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যা প্রতীকগুলো চিনতে পারা।
৫. কোটি পর্যন্তসংখ্যা পড়তে ও লিখতে পারা।
৬. কোটি পর্যন্ত সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কের স্থানীয় মান নির্ণয় করতে পারা।
৭. কোটি পর্যন্ত সংখ্যার তুলনা করতে ও মানের ক্রমানুসারে সাজাতে পারা।
৮. বিশ পর্যন্ত ক্রমবাচক সংখ্যা পড়তে, লিখতে ও ব্যবহার করতে পারা।
৯. দুই বা ততোধিক সংখ্যার যোগ ও এতদসংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারা (হাতে না রেখে ও রেখে)।
১০. একটি সংখ্যা থেকে আর একটি সংখ্যা বিয়োগ করতে পারা (হাতে না রেখে ও রেখে)।
১১. যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করতে পারা।
১২. একটি সংখ্যাকে আর একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে পারা (গুণ্য অনূর্ধ্ব ৪ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা এবং গুণক অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা)।
১৩. একটি সংখ্যাকে আর একটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে পারা (ভাজ্য অনূর্ধ্ব ৫ অঙ্কবিশিষ্ট এবং ভাজক অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা হবে)।
১৪. যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়া ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করতে পারা (কার্যবিধির যে-কোনো পর্যায়ে ৪ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার চেয়ে বড় সংখ্যা ব্যবহৃত হবেনা)।
১৫. বাংলাদেশি মুদ্রা ও টাকা চিনতে এবং দৈনন্দিন লেনদেনে ব্যবহার করতে পারা।
১৬. গড়ের ধারণা লাভ করা এবং এতদসংক্রান্ত ও সমস্যার সমাধান করতে পারা।
১৭. গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.'র ধারণা লাভ করা এবং সহজ সমস্যা সমাধানে এসব ধারণা প্রয়োগ করতে পারা।
১৮. প্রতীক ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করতে পারা।
১৯. সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা লাভ করা (হর অনূর্ধ্ব ২ অঙ্কের সংখ্যা) এবং বিভিন্ন প্রকারের ভগ্নাংশ চেনা ও ব্যবহার করতে পারা।
২০. সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারা এবং এ সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারা (ভগ্নাংশের হর অনূর্ধ্ব২ অঙ্কের সংখ্যা)।
২১. দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা লাভ করা ও ব্যবহার করতে পারা।
২২. দশমিক ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারা এবং সমস্যা সমাধানে ব্যবহার করতে পারা।
২৩. শতকরার ধারণা লাভ করা এবং সমস্যা সমাধানে ব্যবহার করতে পারা
২৪. দৈর্ঘ্য, ওজন, তরল পদার্থের আয়তন ও ভূমি পরিমাপের বিভিন্ন একক জানা ও ব্যবহার করতে পারা।

২৫. সময় পরিমাপের একক জানা ও ব্যবহার করতে পারা।
২৬. পরিবেশের বিভিন্ন তথ্য সংগ্রহ ও বিন্যাস করতে পারা এবং জনসংখ্যা ভিত্তিক বিভিন্ন তথ্য লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারা।
২৭. পরিবেশের বিভিন্ন বস্তুর জ্যামিতিক আকৃতি সম্পর্কে জ্ঞান লাভ করা।
২৮. তল, রেখা ও বিন্দুসম্বন্ধে ধারণা লাভ করা।
২৯. সমতলীয় জ্যামিতিক আকৃতির শ্রেণিবিন্যাস ও নামকরণ করতে পারা (ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত) এবং চিত্র আঁকতে পারা।
৩০. ক্যালকুলেটরের ব্যবহার কৌশল জানা ও হিসাব নিকাশে প্রয়োগ করতে পারা এবং কম্পিউটার সম্পর্কে জানা।

শ্রেণিভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতা

শিক্ষার্থীর বয়স, সামর্থ্য, ধারণ ক্ষমতা অনুযায়ী সহজ থেকে কঠিন ক্রম অনুসরণ করে গণিতের উপরিউক্ত প্রান্তিক যোগ্যতাগুলোকে শ্রেণিভিত্তিক বিভাজন করা হয়েছে। বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতার শ্রেণিভিত্তিক এই বিভাজনই হলো শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা বা আবশ্যকীয় শিখনক্রম । কোনো কোনো প্রান্তিক যোগ্যতা কোনো একটি নির্দিষ্ট শ্রেণিতে শুরু হয়ে ঐ শ্রেণিতে অর্জন শেষ হয়। যেমন, ৪ নং যোগ্যতাটির শুরু ২য় শ্রেণিতে এবং অর্জন শেষ হবে ২য় শ্রেণিতে। আবার কোনো কোনোটি ২য় শ্রেণিতে শুরু হয়ে ৫ম শ্রেণিতে অর্জন শেষ হয় (যোগ্যতা নং ৫, ২৪) এবং কোনো কোনোটি ৪র্থ শ্রেণিতে শুরু হয়ে ৫ম শ্রেণিতে অর্জন শেষ হয়(যোগ্যতা নং ১৮)। গণিত বিষয়ের জন্য বিন্যস্ত আবশ্যকীয় শিখনক্রমের নমূনা নিম্নরূপ:

আবশ্যকীয় শিখনক্রম (নমুনা)

বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতা				
	প্রথম শ্রেণি	দ্বিতীয় শ্রেণি	তৃতীয় শ্রেণি	চতুর্থ শ্রেণি	পঞ্চম শ্রেণি
১. বাস্তব উপকরণের সাহায্যে গাণিতিক ধারণা লাভ করা।	১.১ কম-বেশি, ছোট-বড়, হালকা -ভারী, কাছে-দূরে, খাটো-লম্বা এর ধারণা লাভ করবে।				
২. উপকরণ গণনা করতে পারা।	২.১ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ গণনা করতে পারবে। ২.২ উপকরণ জোড়ায় জোড়ায় সাজাতে পারবে। ২.৩ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ দশের গুচ্ছ করে গণনা করতে পারবে	২.১ ৫১ থেকে ১০০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ গণনা করতে পারবে। ২.২ ৫১ থেকে ১০০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ দশের গুচ্ছ করে গণনা করতে পারবে।	২.১ ১০,০০০ পর্যন্ত উপকরণ দশ ও শতের গুচ্ছ করে গণনা করতে পারবে।	২.১ এক লক্ষ পর্যন্ত উপকরণ দশ, শত ও হাজারের গুচ্ছের সাহায্যে গণনা করতে পারবে।	

৩. কোটি পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারা। ৩.১ ৫১ থেকে ১০০ পর্যন্ত উপকরণ গুচ্ছের ধারণাকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে পারবে। ৩.১ কোটি পর্যন্ত সংখ্যা দশ, শত, হাজার ও লক্ষ এর সাহায্যে গণনা করতে পারবে।	৩.১ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত উপকরণ গুচ্ছের ধারণাকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে পারবে। ৩.২ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারবে। ৩.৩ ১০ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা দশের সাহায্যে গণনা করতে পারবে।	৩.১ ৫১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারবে। ৩.২ ৫১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা দশের সাহায্যে গণনা করতে পারবে। ৩.৩ দুই দুই, তিন তিন, চার চার, পাঁচ পাঁচ ও দশ দশ করে সংখ্যা গণনা করতে পারবে। ৩.৪ জোড় ও বিজোড় সংখ্যা শনাক্ত করতে	৩.১ ১০১ থেকে ১০,০০০ পর্যন্ত বস্তুর দলগত ধারণাকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে পারবে। ৩.২ দশ-দশ, শত-শত, হাজার হাজার করে সংখ্যা গণনা করতে পারবে। ৩.৩ ১০১ থেকে ১০,০০০ পর্যন্ত সংখ্যা দশ, শত এবং হাজারের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারবে । ৩.৪ দশ হাজার পর্যন্ত সংখ্যার মধ্যে জোড়-বিজোড় সংখ্যা শনাক্ত করতে ও ক্রম অনুযায়ী সাজাতে পারবে।		
৪. ০ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যা প্রতীকগুলো চিনতে পারা।	৪.১ ১ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যাপ্রতীকগুলো চিনতে পারবেএবং প্রত্যেকটিকে নাম অনুযায়ী শনাক্ত করতে পারবে। ৪.২ শূন্যের ধারণা লাভ করবে।				

মূল্যায়নঃ

১. গণিত শিক্ষাক্রম কী?
২. গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য ও প্রান্তিক যোগ্যতা উল্লেখ করুন।
৩. প্রান্তিক যোগ্যতা ও শ্রেণীভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতা ব্যাখ্যা করুন।

পাঠ-২ : প্রাথমিক গণিতের বিষয়ের বিস্তৃত শিক্ষাক্রম

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- প্রাথমিক গণিতের বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): গণিতের প্রান্তিক যোগ্যতা,শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা ইত্যাদি সম্পর্কে ধারণা লাভ করারপর স্বভাবতই প্রশ্ন থেকে যায়একজন শিক্ষকের কাছে শ্রেনিকক্ষে তা বাস্তবায়নের যথেষ্ট কিনা। শেণিকক্ষে গণিত শিক্ষাক্রমের সফল বাস্তবায়নের জন্য শিক্ষাক্রমকে আরও বিস্তৃত করা হয়েছে।তাই উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য শুরুতেই শিক্ষার্থীগণ "বিস্তৃত শিক্ষাক্রমসম্পর্কে কী জানেন তা প্রকাশ করতে সহায়তা করা প্রয়োজন। প্রয়োজনে পাশে দেখানো বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের শিরোনাম সম্বলিত টেবলটি দেখতে দিয়ে এর বৈশিষ্ট্য চিন্তা করতে সহায়তা করা।	বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	বিষয়বস্তু	পরিকল্পিত কাজ	লেখক ও অঙ্কন শিল্পীদের জন্য নির্দেশনা

প্রাথমিক গণিতের বিষয়ের বিস্তৃত শিক্ষাক্রম

বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা	শ্রেনিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	**শিখনফল**	**বিষয়বস্তু**	পরিকল্পিত কাজ	লেখক ও অঙ্কন শিল্পীদের জন্য নির্দেশনা
১. বাস্তব উপকরণের সাহায্যে গাণিতিক ধারণা লাভ করা।	১.১ কম-বেশি, ছোট-বড়, হালকা-ভারী, কাছে-দূরে, খাটো-লম্বা এর ধারণা লাভ করবে।	বাস্তব ও অর্ধবাস্তব পর্যায়ে- ১.১.১ কম-বেশি তুলনা করে বলতে পারবে। ১.১.২ ছোট-বড় শনাক্ত করতে পারবে। ১.১.৩ হালকা-ভারী তুলনা করে বলতে পারবে। ১.১.৪ কাছে-দূরে দেখে বলতে পারবে। ১.১.৫ খাটো-লম্বা আলাদা	গাণিতিক প্রাথমিক ধারণা	পরিবেশ থেকে সংগৃহীত বাস্তব ও অর্ধবাস্তব পর্যায়ে বিভিন্ন বস্তু নাড়াচাড়া করবে এবং তুলনা করে গাণিতিক প্রাথমিক ধারণা লাভ করবে।	ছবির সাহায্যে বিষয়বস্তু উপস্থাপন।

		করতে পারবে।			
২. উপকরণ গণনা করতে পারা।	২.১ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ গণনা করতে পারবে। ২.২ উপকরণ জোড়ায় জোড়ায় সাজাতে পারবে। ২.৩ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ দশের গুচ্ছ করে গণনা করতে পারবে।	২.১.১ ১ থেকে ৯ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণ গণনা করতে পারবে। ২.১.২ ১০ থেকে ৫০ পর্যন্ত বাস্তব উপকরণগণনা করতে পারবে। ২.২.১ জোড়ায় জোড়ায় উপকরণ সাজাতে পারবে। ২.৩.১ দশের গুচ্ছ করে (১ থেকে ৫০ পর্যন্ত)উপকরণ গণনা করতে পারবে।	উপকরণ গণনা জোড়ায় জোড়ায় সাজানো দশের গুচ্ছ করে গণনা	খেলার মাধ্যমে বাস্তব ওঅর্ধবাস্তব উপকরণ গণনাকরবে। বাস্তব উপকরণ জোড়ায় জোড়ায়সাজাবে। খেলার মাধ্যমে দশের গুচ্ছ তৈরিকরে উপকরণ গণনা করবে।	অর্ধবাস্তব পর্যায়ে গণনা করার বিষয় বস্তু উপস্থাপন। অর্ধবাস্তব পর্যায়ে জোড়ায় জোড়ায় সাজানোর বিষয়বস্তু উপস্থাপন। অর্ধবাস্তব পর্যায়ে দশের গুচ্ছ করে গণনার বিষয়বস্তু উপস্থাপন।
৩. কোটি পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারা।	৩.১ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত উপকরণ গুচ্ছের দলগত ধারণাকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে পারবে। ৩.২ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগণনা করতে পারবে।	৩.১.১ উপকরণ গুচ্ছের দলগত ধারণাকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে পারবে (১ থেকে ৫০ পর্যন্ত)। ৩.২.১ ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা গণনা করতে পারবে। ৩.৩.১ ১০ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা	সংখ্যা গণনা	বাস্তব ও অর্ধবাস্তব পর্যায়ে উপকরণ গুচ্ছের দলগত ধারণাকে সংখ্যায় প্রকাশ করবে। খেলার মাধ্যমে সংখ্যা গণনা করবে (সংখ্যা কার্ড ব্যবহার করবে) খেলার মাধ্যমে দশের সাহায্যে সংখ্যা গণনা করবে (সংখ্যা কার্ড ব্যবহার করবে)	অর্ধবাস্তব পর্যায়ে দলগত ধারণার মাধ্যমে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা গণনার বিষয়বস্তু উপস্থাপন। সংখ্যা গণনার বিষয়বস্তু উপস্থাপন। অর্ধবাস্তব পর্যায়েদশের সাহায্যে সংখ্যা গণনার বিষয়বস্তু উপস্থাপন (যেমন, ১৪ হবে ১ দশ ৪ ইত্যাদি)।

	৩.৩ ১০ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা দশের সাহায্যে গণনা করতে পারবে।	দশের সাহায্যেগণনা করতে পারবে			

প্রাথমিক গণিতের বিষয়ের বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের বৈশিষ্ট্য

- ❖ গণিত বিষয়ের প্রান্তিক যোগ্যতা, শ্রেণি ভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতা উল্লেখ করা আছে।
- ❖ শ্রেণিভিত্তিক অর্জনোপযোগী যোগ্যতাকে বিন্যস্ত করে প্রণীত শিখনফল অন্তর্ভূক্ত করা আছে।
- ❖ শিখনফলের আলোকে শিক্ষার্থীর জন্য পরিকল্পিত কাজের উল্লেখ করা আছে।
- ❖ পরিকল্পিত কাজ শিক্ষার্থী কেন্দ্রিক।
- ❖ বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের এলাইনমেন্ট যৌক্তিকভাবে বিন্যস্ত করা হয়েছে।

মূল্যায়নঃ

- প্রাথমিক স্তরের প্রান্তিক যোগ্যতাগুলোর মধ্যে গণিত বিষয়ের সাথে সরাসরি সম্পর্কযুক্ত প্রান্তিক যোগ্যতা দুইটি কী কী?
- আবশ্যকীয় শিখনক্রম কী?
- বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের বৈশিষ্ট্য কী কী?

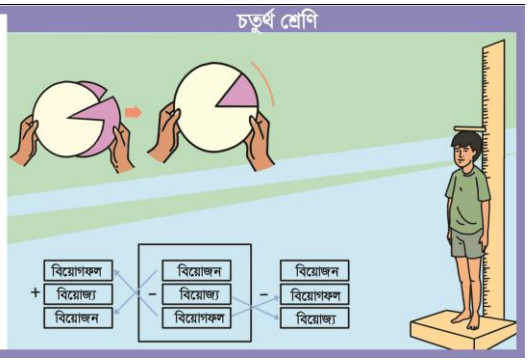
পাঠ ৩: প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের সন্নিবেশিত বিষয়বস্তু শনাক্ত করতে পারবেন।
- প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকে শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): প্রাথমিক স্তরের জন্য প্রণীতসামগ্রীগুলোর মধ্যে সবচাইতে গুরুত্বপূর্ণ হলো পাঠ্যপুস্তক। শিক্ষাক্রমেরনির্ধারিত যোগ্যতা, শিখনফলকে ভিত্তি করেই পাঠ্য–পুস্তক প্রণয়ন করা হয়।শিক্ষাক্রমের সফল বাস্তবায়নের জন্য প্রত্যেক শিক্ষকের অবশ্যই জানাউচিত;

- পাঠ্যপুস্তকে কী বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে?
- কীভাবে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে?
- পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তুতে শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন কীরূপ?



প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু

১ম ও ২য় শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তক পরিচিতি:

১ম শ্রেণি

প্রথম শ্রেণি

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
১	তুলনা করি	২
২	গণনা করি	৬
৩	সংখ্যা (১ থেকে ১০)	১০
৪	জোড়ায় সাজানো	২০
৫	শূন্য	২১
৬	ক্রমের ধারণা	২২
৭	যোগের ধারণা (১ থেকে ১০)	২৬
৮	বিয়োগের ধারণা (১ থেকে ১০)	৩৯
৯	নিজে করি	৫১
১০	যোগ ও বিয়োগ (০ থেকে ১০)	৫৩
১১	সংখ্যা (১১ থেকে ২০)	৫৫
১২	যোগ	৬৬
১৩	বিয়োগ	৭১
১৪	সংখ্যা (২১ থেকে ৫০)	৭৫
১৫	ক্রমবাচক সংখ্যা	৭৮
১৬	বাংলাদেশি মুদ্রা ও নোট	৮১
১৭	যোগ ও বিয়োগ (২১ থেকে ৫০)	৮৪
১৮	জ্যামিতিক আকৃতি	৮৮
১৯	নিজে করি	৯১

২য় শ্রেণি

দ্বিতীয় শ্রেণি

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
১	সংখ্যা	২
২	যোগ: ২ অঙ্কের সংখ্যা	১৭
৩	বিয়োগ: ২ অঙ্কের সংখ্যা	২৫
৪	যোগ ও বিয়োগের সম্পর্ক	৩৪
৫	গুণ	৩৭
৬	ভাগ	৬৪
৭	বাংলাদেশি মুদ্রা ও নোট	৭৪
৮	ভগ্নাংশ	৭৬
৯	পরিমাপ	৭৯
১০	জ্যামিতিক আকৃতি	৮৮
১১	নিজে করি	৯৩
	পরিশিষ্ট ১ : সংখ্যা পড়া	৯৬
	পরিশিষ্ট ২ : গুণের কার্ড	৯৭

অনুরূপভাবে ৩য়, ৪র্থ ও ৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তুসমূহ পাঠ্যপুস্তক থেকে জেনে নিতে হবে।

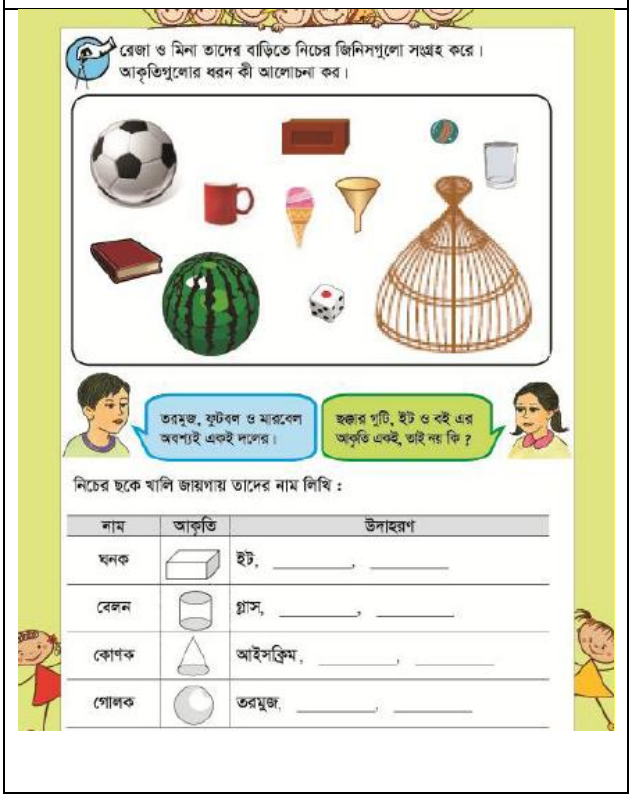
শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা ও শিখনফল:

নমুনা হিসেবে ১ম শ্যেণীর পাঠ্যপুস্তকে শ্রেণী ভিত্তিক অর্জনপোযোগী যোগ্যতা, শিখনফল ও বিষয়বস্তু দেওয়া হলো:

শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	বিষয়বস্তু
২৭.১ বিভিন্ন আকারের ঘনবস্তুর (যেমন, ঘনক, গোলক, কোণক, বেলন ইত্যাদির) সাথে পরিচিত হবে এবং আকৃতি অনুসারে এগুলোকে পৃথক পৃথকভাবে সাজাতে পারবে। ২৭.২ বিভিন্ন আকৃতির সাথে পরিচিত হবে এবং চতুর্ভুজ, ত্রিভুজ ও গোলাকার আকৃতি চিনতে পারবে এবং এরূপ আকৃতি ব্যবহার করে ছবি আঁকতে পারবে।	২৭.১.১ ঘনক, গোলক, কোণক, বেলন আকৃতি চিনে বলতে পারবে। ২৭.১.২ আকৃতিগুলো পৃথক করে সাজাতে পারবে। ২৭.২.১ চতুর্ভুজ, ত্রিভুজ ও গোলাকার জ্যামিতিক আকৃতিগুলো শনাক্ত করতে পারবে। ২৭.২.২চতুর্ভুজ, ত্রিভুজ ও গোলাকার আকৃতিগুলো ব্যবহার করে ছবি আঁকতে পারবে।	প্রথম শ্রেণি বিষয়বস্তু: ১৮. জ্যামিতিক আকৃতি পৃষ্টা: ৮৮ থেকে ৯০।

পাঠ্যপুস্তকে শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন:

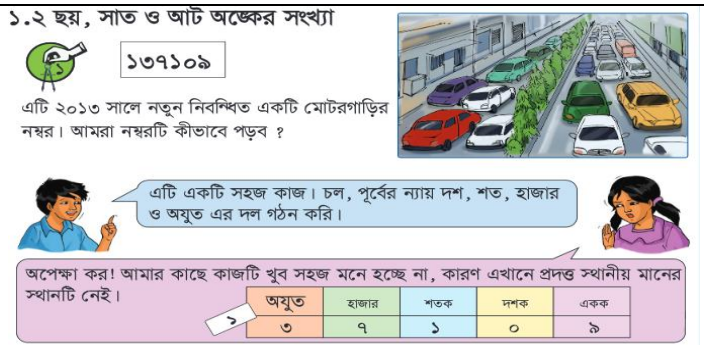
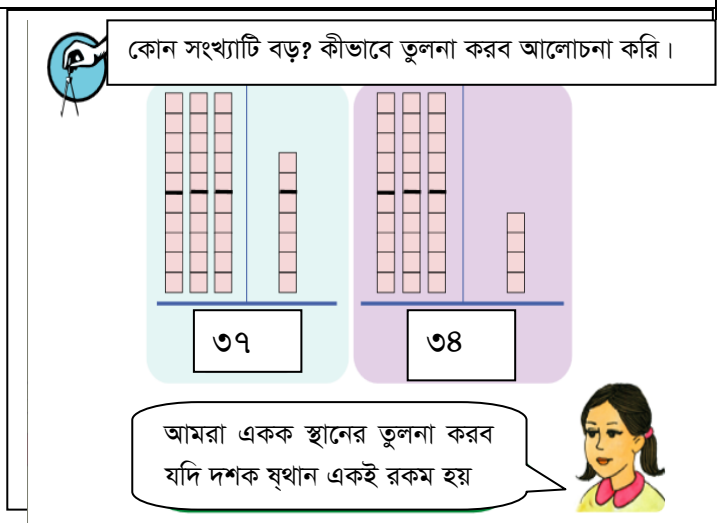
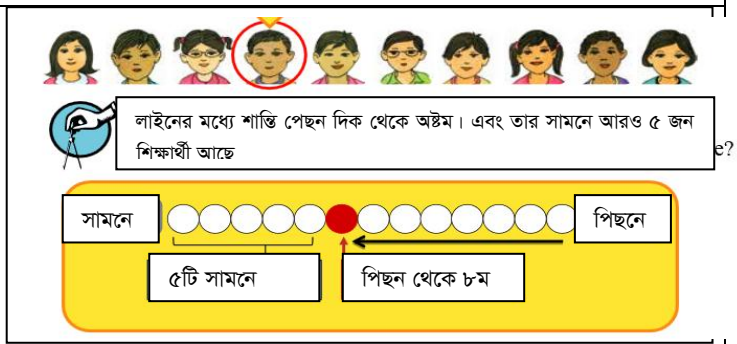
বিষয়বস্তু

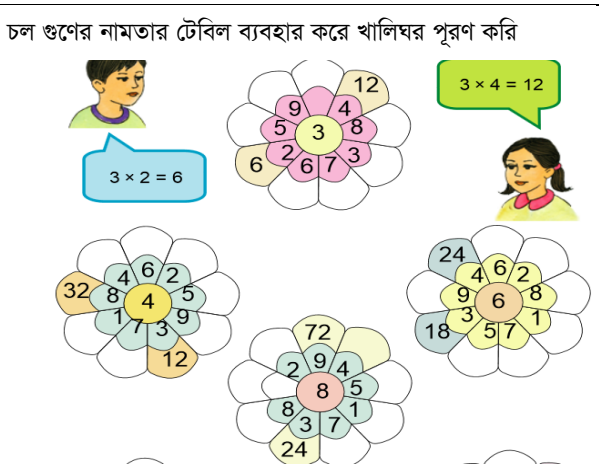
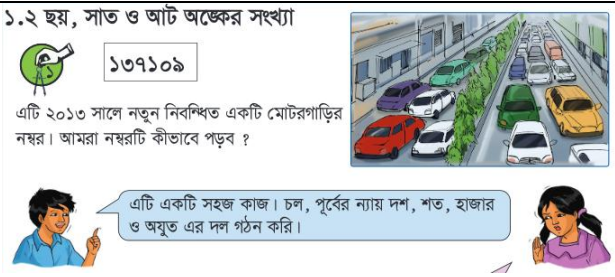


উদাহরণস্বরূপ ১ম শ্রেণীর পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৮৮ থেকে ৯০ এর চিত্ররূপ থেকে শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন আকারের ঘনবস্তুর ও আকার আকৃতি অনুযায়ী নাম বলতে পারবে ও অনুরূপ চিত্র আঁকতে পারে।

প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্য

প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্যসমূহ:

বৈশিষ্ট্য	উদাহরণ
১. বিষয়বস্তু উপস্থাপনে কথোপকথন ভিত্তিক কৌশলের নির্দেশনা দেয়া হয়েছে।	
২. মূল প্রশ্ন, কাজ ও অনুশীলনের জন্য ভিন্ন ভিন্ন প্রতীক ব্যবহার করা হয়েছে।	
৩. বিস্তৃত শিক্ষাক্রমে প্রদত্ত শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতার আলোকে বিষয়বস্তু চয়ন করা হয়েছে এবং বিষয়বস্তুতে শিখন ফল যথাযথভাবে প্রতিফলিত হয়েছে।	
৪. অর্ধ-বাস্তব পর্যায়ে ছবি এবং চিত্র ব্যবহার করে প্রতিটি বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে।	

৫. শিক্ষাক্রমে উল্লিখিত পরিকল্পিত কাজ অনুযায়ী শিক্ষার্থীদের জন্য পর্যাপ্ত পরিমাণ কাজ রাখা হয়েছে যার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের শৈল্পিক, নান্দনিকতা ও সৃজনশীলতার বিকাশ ঘটবে।	
৬. রঙিন ও আকর্ষণীয় চিত্র/ছবি ব্যবহার করে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে।	
৭. শিক্ষার্থীদের চিন্তা এবং কাজের মাধ্যমে শেখার সুযোগ রাখা হয়েছে।	
৮. শিক্ষার্থীদের পরিচিত পরিবেশের চিত্র বা ছবি ব্যবহার করা হয়েছে।	
৯.	
১০.	
১১.	

মূল্যায়ন:

- প্রাথমিক গণিতের ১ম/২য়/৩য়/৪র্থ/৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের যে কোনো একটি ক্ষেত্রের (সংখ্যা ও গণনা, জ্যামিতি ও পরিমাপ এবং পরিমানবাচক সম্পর্ক) বৈশিষ্ট্য ও শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন পর্যালোচনা পূর্বক প্রতিবেদন প্রণয়ন করুন।

অধ্যায় ৩

যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি

যান্ত্রিক উপলব্ধি (Instrumental Understanding) ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি (Relational Understanding)

সত্তরের দশকে ইংল্যান্ডে গণিত শিখন-শেখানো কার্যাবলিতে শিক্ষার্থীদের যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি নিয়ে ব্যাপক আলোচনা হয়। এক্ষেত্রে গণিত শিখন-শেখানো কার্যাবলিতে যান্ত্রিক উপলব্ধি বলতে শিক্ষক শিক্ষার্থীদেরকে কোনো নিয়ম বা সূত্র না বুঝে মুখস্ত করায় উৎসাহ প্রদান করা (Instrumental understanding is referred to as 'rules without reason) এবং সম্পর্কমূলক উপলব্ধি বলতে কোনো গাণিতিক সমস্যা সমাধানে এখানে কী করতে হবে এবং তা কেন করা হবে তা বুঝতে দেওয়া হয় (Relational understanding is referred to as 'understanding what to do and why).

পাঠ ১: যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি

এ পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

১. যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি কী তা বলতে পারবেন।
২. গণিত শিখন-শেখানো কার্যাবলিতে শিক্ষার্থীদের কখন যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি ব্যবহারে উৎসাহিত করবেন তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
৩. যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির সুবিধা ও অসুবিধা বর্ণনা করতে পারবেন।
৪. শিক্ষক গাণিতিক সমস্যা সমাধানে যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির বিষয়টি প্রয়োগ করতে পারবেন।

গণিত শিখন-শেখানো কার্যাবলিতে যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি- শিক্ষক হিসেবে কোন্ এপ্রোচের ওপর গুরত্ব প্রদান করবেন এবং তা কেনইবা করবেন এ বিষয়ে স্বভাবতই মনে প্রশ্ন জাগ্রত হওয়া স্বাভাবিক। নিচের আলোচনা থেকে আমরা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারব যে আমরা কোন সময় কোন এপ্রোচের ওপর গুরত্ব প্রদান করব।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করা যায়। শিক্ষক শ্রেনিকক্ষে শিক্ষার্থীদের পাশের গল্পের মত গল্প অবতারণার মাধ্যমে সমস্যা সমাধান করতে দিয়ে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণ এর মাধ্যমে যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি বিষয়ের অবতারণা করতে পারেন। অনুরূপভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থী-শিক্ষককে এর একটি বিকল্প ভাবনা নিয়ে ভাবতে বলা যেতে পারে এবং সে অনুযায়ী তাদেরকে তাদের বিকল্প ভাবনা উপস্থাপন করতে অনুরোধ করা যায়।	একজন ব্রিটিশ বন্ধু ও একজন আমেরিকান বন্ধু পরস্পর ঢাকাতে দেখা হলো। তারা হোটেলে অবস্থান করছিলেন। একদিন ব্রিটিশ বন্ধু আমেরিকান বন্ধুকে জিজ্ঞেস করলেন হ্যালো, ডেভিড আপনি কোথায় যাবেন? আমেরিকান বন্ধু বললেন, আমি আগামীকাল সকালবেলা মিরপুর প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তরে চতুর্থ তলায় যাব। ব্রিটিশ বন্ধু বললেন, ঠিক আছে, আমিও আগামীকাল মিরপুরে যাচ্ছি, আপনার সঙ্গে চতুর্থ তলায় সাক্ষাৎ হবে। পরের দিন ব্রিটিশ বন্ধু প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তরে চতুর্থ তলায় ডেভিডকে খুঁজলেন, কিন্তু পেলেন না। কী কারণ ঘটতে পারে? এক্ষেত্রে সেশনের সকলকে এক মিনিট চিন্তা করতে দিন। এরপর প্রত্যেককে বলুন-এর একমাত্র কারণ হলো আমেরিকান ও ব্রিটিশদের জন্য বিল্ডিংয়ের তলার অর্থ ভিন্ন। আমরা যাকে নিচ তলা বলি তাকে আমেরিকানরা বলে প্রথম তলা এবং ব্রিটিশরা বলে গ্রাউন্ড ফ্লোর বা শূন্য তলা। যদিও একই ভাষা ইংরেজি ব্যবহৃত হচ্ছে। কিন্তু গণিতে এ রকম ঘটনা আহরহ ঘটছে, যেখানে সম্পর্কমূলক উপলব্ধির মাধ্যমে বিষয়টি না বুঝে, যান্ত্রিক প্রক্রিয়ায় তা মুখস্ত করার কারণে এ রকম বিভিন্ন সমস্যা প্রতিনিয়ত হচ্ছে । লক্ষ্য করুন: • ব্রিটিশ গ্রাউন্ড ফ্লোর বা নিচ তলা, প্রথম তলা, দ্বিতীয় তলা, তৃতীয় তলা, চতুর্থ তলা ইত্যাদি। • আমেরিকান প্রথম তলা, দ্বিতীয় তলা, তৃতীয় তলা, চতুর্থ তলা ইত্যাদি।

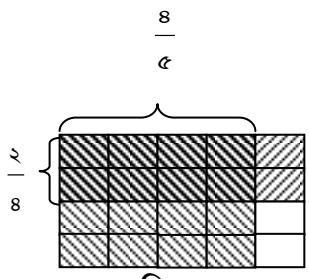
একটি উদাহরণ মাধ্যমে যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির বিষয়টি আরও বিশ্লেষণ করা যেতে পারে।

$\frac{২}{৪}$ এর $\frac{৪}{৫}$ = কত?

- সমাধান-১: ভগ্নাংশ দুইটির লবের সাথে লব গুণন এবং হরের সাথে হর গুণন করলে যা হবে তাই হবে নির্ণেয় উত্তর। অর্থাৎ $\frac{২}{৪}$ এর $\frac{৪}{৫} = \frac{২}{৪} \times \frac{৪}{৫} = \frac{৮}{২০}$ । এটি **যান্ত্রিক উপলব্ধি** ।
- সমাধান-১: **সম্পর্কমূলক উপলব্ধি:** এ গাণিতিক সমস্যায় কী ধরনের গাণিতিক ধারণা জড়িত রয়েছে? একটি ক্ষেত্রের $\frac{২}{৪}$ অংশ এর $\frac{৪}{৫}$ অংশ সমান কত হবে? নিম্নের চিত্রের সাহায্যে এর ব্যাখ্যা দেয়া যায়।

প্রথমে সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটিকে প্রস্থ বরাবর ৪ ভাগে ভাগ করে ২ ভাগে রং করা হলো। পরবর্তীতে ক্ষেত্রটিকে আবার দৈর্ঘ্য বরাবর ৫ ভাগে ভাগ করে তার ৪ ভাগে রং করা হলো। ফলে বন্ধনীতে আবদ্ধ অপেক্ষাকৃত গাঢ় ৮ ভাগই হলো লব এবং এর ফলে সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটি ২০ ভাগে ভাগ হলো তা হলো হর। অর্থাৎ একটি ক্ষেত্রের ৪ ভাগের ২ ভাগ এর ৫ ভাগের ৪ ভাগ হলো সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির ২০ ভাগের ৮ ভাগ। তথা

$\frac{২}{৪}$ এর $\frac{৪}{৫} = \frac{২}{৪} \times \frac{৪}{৫} = \frac{৮}{২০}$ ।



চিত্রঃ ক

উদাহরণঃ যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগ করে সমাধান করুন :

১) $\frac{২}{৩} \times \frac{৪}{৫}$ = কত?

২) একটি ত্রিভুজের ভূমি ১০ সে.মি. এবং উচ্চতা ৮ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান:

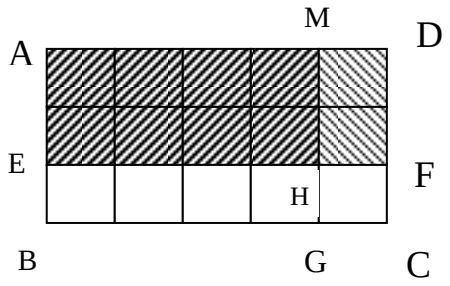
যান্ত্রিক উপলব্ধি প্রয়োগে সমাধান:

১). $\frac{২}{৩} \times \frac{৪}{৫} = \frac{৮}{১৫}$

২). ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ১০ \times ৮$ বর্গ সে.মি. = ৪০ বর্গ সে.মি.

সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগে সমাধান:

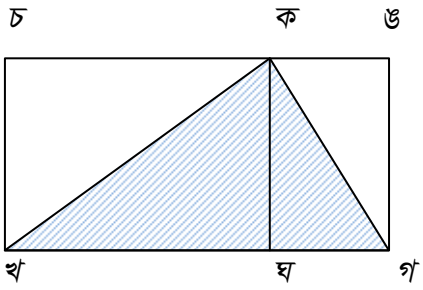
১).



ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। এর $\frac{২}{৩}$ অংশ হলো AEFD । আবার ABCD আয়তক্ষেত্রের $\frac{৪}{৫}$ ভাগ হলো ABGM.

সতুরাং AEHM হলো $\frac{২}{৩} \times \frac{৪}{৫}$ । **এখন** AEHM = ৮ ঘর = $\frac{৮}{১৫}$

২.



ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ক খ ঘ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ক গ ঘ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{১}{২} (\text{ক চ খ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}) + \frac{১}{২} (\text{ক ঙ গ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল})$$

$$= \frac{১}{২} (\text{খ ঘ} \times \text{ক ঘ}) + \frac{১}{২} (\text{ঘ গ} \times \text{ক ঘ})$$

$$= \frac{১}{২} (\text{খ ঘ} + \text{ঘ গ}) \times \text{ক ঘ}$$

$$= \frac{১}{২} (\text{খ গ} \times \text{ক ঘ})$$

$$= \frac{১}{২} (\text{ত্রিভজু ক্ষেত্রের ভূমি} \times \text{ত্রিভজুক্ষেত্রের উচ্চতা})$$

$$= \frac{১}{২} (\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}) \ ।$$

সমাধানগুলো অনুধাবনের চেষ্টা করা যায়। এখানে সমস্যা-১ এবং সমস্যা-২ যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধিতে প্রয়োগ করে সমাধান করা হয়েছে । এতে শিক্ষার্থীরা কি ভগ্নাংশের গুণের নিয়ম এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার নিয়ম বুঝেছে কি?

শিক্ষার্থীরা গুণের নিয়ম মুখস্থ পদ্ধতিতে এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নিয়ম মুখস্ত করে সহজেই নির্ণয় করতে পারে। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীরা গুণ করার নিয়ম ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের তাৎপর্য বুজেছে কি?

উপযুর্ক্ত ক্ষেত্রসমূহ আলোচনা করলে এটা পরিষ্কার হয় যে-

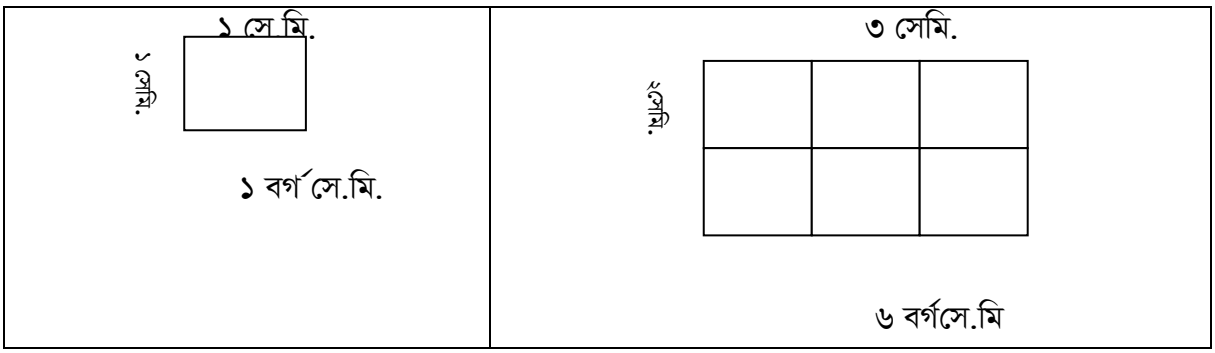
- সমস্যা-১ এ শিক্ষার্থীরা যান্ত্রিকভাবে ভগ্নাংশের গুণন শিখেছে। কিন্তু ভগ্নাংশের হরের সাথে কেন হরের গুণ হবে তা বোঝেনি।
- সমস্যা-২ এ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$× ভূমি × উচ্চতা জানে, তাই এটা তার জন্য সহজ। কিন্তু সে প্রকৃতপক্ষের '$\frac{১}{২}$ × ভূমি × উচ্চতা' কীভাবে হয় তা বোঝেনি।
- সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগ করে পারস্পারিক জ্ঞান ও অভিজ্ঞাতর সম্পর্ক কাজে লাগিয়ে সমস্যা -১ (ভগ্নাংশের গুণ)এর যৌক্তিক সমাধান করতে সক্ষম হয়েছে।
- সমস্যা -২ সমাধানে শিক্ষার্থীরা সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগ করে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্র নিজে আবিষ্কার করতে পেরেছে। তাই শিক্ষার্থীর জানার মাত্রা যান্ত্রিক পদ্ধতি থেকে ভিন্ন। যান্ত্রিক উপলব্ধি প্রয়োগ (Instrumental understanding) এবং সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগে শিক্ষার্থীর মাঝে পাথর্ক্য পরিলক্ষিত হচ্ছে।

যান্ত্রিক উপলব্ধি

এ শিখন হলো মখুস্থ করে সূত্র বা কাযর্নীতি (working principle) ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান বের করা। এখানে শিক্ষার্থী সূত্র কীভাবে কাজ করে তা বোঝে না।

সম্পর্কমূলক উপলব্ধি

সূত্র বা নিয়ম ব্যবহার না করে পারস্পরিক জ্ঞান ও অভিজ্ঞতার সম্পর্ক কাজে লাগিয়ে সমস্যা সমাধান বা সূত্রে উপনীত হওয়া যায়। সঠিক পদ্ধতিতে সম্পর্ক স্থাপনে সহায়তা করে। যান্ত্রিক উপলব্ধিতে শিক্ষার্থীরা মুখস্থ নিয়মে ভগ্নাংশের ভাগ করতে গিয়ে ভাজককে উল্টিয়ে এবং পরে গুণ করে ভাগ করতে হয়। তারা জানে না বা ব্যাখ্যা করতে পারে না এটা কেন এবং কীভাবে হয়। অপরদিকে গোড়ার দিকে শিক্ষার্থী রা ছোট ছোট বগ গণনা করে খবু সঠিক এবং সম্পর্কমূলক উপলব্ধির মাধ্যমে আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারে।



গণিতের ক্ষেত্রে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি ও যান্ত্রিক উপলব্ধি এ রকম পরিস্থিতি সৃষ্টি করছে। শিক্ষককে যান্ত্রিক উপলব্ধি এবং সম্পর্কযুক্ত উপলব্ধির পার্থক্য বঝু তে হবে।

যান্ত্রিক ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির পার্থক্য

যান্ত্রিক উপলব্ধি	সম্পর্কমূলক উপলব্ধি
১. গুণের নামতা টেবিল মুখস্থ বলতে পারে এবং টেবিল ব্যবহার করে গুণ অঙ্ক করতে পারে।	১. গুণের ভেতর সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজে দেখে এবং পরে গুণ করে, গুণের নামতা ব্যবহার করে।
২. সমতল আকার-আকৃতি চিহ্নিত করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে।	২. সমতল আকার-আকৃতির মধ্যে সম্পর্ক খজুঁতে বিভিন্ন দিক থেকে সহায়তা নেয়।
৩. ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ করতে পারে।	৩. ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগের মধ্যে সম্পর্ক খুঁ জ পাওয়ার চেষ্টা করে।
৪. ঐকিক নিয়মের সমস্যা সমাধান করতে পারে।	৪. সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে সমানপ্যাতিক সম্পর্ক সংখ্যার সাথে খুঁজে বের করে।
৫. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে দৈর্ঘ্য প্রস্থ নির্ণয় করে সমস্যা সমাধান করতে পারে।	৫. তাছাড়া ছোট ছোট ক্ষেত্রফলের সমষ্টি নির্ণয় করে বড় ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে।

৬. নিয়ম সংক্ষিপ্ত বলে সময় কম লাগে।	৬. নিয়মের ধারাবাহিকতা বেশি থাকে বলে সময় বেশি লাগে।
৭. একই সঙ্গে অনেককে জিজ্ঞাসা করা যায়।	৭. একই সঙ্গে অনেককে জিজ্ঞাসা করা যায় না।
৮. কেবলমাত্র মখুস্থ করতে হয়। যন্ত্রের মতো ব্যবহার করা হয়।	৮. সমস্যা এবং সংশ্লিষ্ট প্রক্রিয়া বুঝতে হয়। সমস্যা সমাধানে তৃপ্তি ও আনন্দ পাওয়া যায়।

উপযুক্ত- তথ্যানুসারে এবার সম্পর্কযুক্ত উপলব্ধিমূলক শিখনের সুবিধাগুলো কী তা খুঁজে দেখি-

- শিক্ষার্থীরা পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের আলোকে সূত্র খুঁজে দেখতে পারে।
- শিক্ষার্থীরা গণিতের বিষয়বস্তু খবু গভীরভাবে বঝুতে পারে।
- শিক্ষার্থী শিখনের প্রতি ইতিবাচক দৃষ্টিভঙ্গি জাগ্রত করে।
- নতুন ধ্যান-ধারণা সম্পর্কে শেখা খুব সহজ।
- এতে খুব কম মুখস্থ করতে হয়।
- সম্পর্ক যুক্ত উপলব্ধি একটি লক্ষ্য নির্ণয়ে আরোপ করে।
- শিখনফল স্থায়ী হয়।
- সজৃনশীল ক্ষমতা ও বুদ্ধিমত্তা বৃদ্ধি পায়।
- শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি আকর্ষণ ও আনন্দ বৃদ্ধি পায়।
- শিক্ষার্থীদের সজৃনশীলতা/মেধা মূল্যায়ন করা সহজতর হয়।

বাংলাদেশের পটভূমিতে গণিত শিখন নিঃসন্দেহে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি নয়, বরং যান্ত্রিক উপলব্ধি প্রধান। সম্পর্কমূলক উপলব্ধির অনেক সুবিধা রয়েছে। তবুও বেশিরভাগ শিক্ষক গণিত শিখনে যান্ত্রিক উপলব্ধি ব্যবহার করে। যান্ত্রিক উপলব্ধির কোন উপযোগিতা নেই- এটা অবশ্যই ঠিক নয়। এবার যান্ত্রিক উপলব্ধির উপযোগিতা নিয়ে একটু চিন্তা করি–

- নিজস্ব পটভূমিতে যান্ত্রিক উপলব্ধি গণিতের অনেক বিষয়বস্তু বুঝতে অনেক সহজ। যেমন, কোন দুইটি ভগ্নাংশের ভাগ যান্ত্রিক উপলব্ধিতে শেখানো খুব সহজ।
- এতে নতুন কাজে খাপ খাওয়ানো খুব সহজ।
- এতে মুখস্থ করানো খুব সহজ।
- শিক্ষার্থীরা সঠিক উত্তর খুব দ্রুত খুঁজে পায়।
- শিক্ষাক্রম বোঝানোর সময় স্কুলের যথেষ্ট সময় থাকে না, তাই এটি প্রয়োগযোগ্য।
- যান্ত্রিক উপলব্ধির জন্য শিখনের সময় কম লাগে, এবং সম্পূর্ণ না বুঝে শিক্ষার্থী কম সময়ে পরীক্ষার প্রশ্নের উত্তরদানে সক্ষম হয়।

সম্পর্কমূলক **উপলব্ধি ও যান্ত্রিক উপলব্ধির প্রয়োগঃ**

গাণিতিক সমস্যা সমাধানে সম্পর্কযুক্ত উপলব্ধি ও যান্ত্রিক উপলব্ধি- দুইটি অ্যাপ্রোচেরই এর গুরুত্ব অপরিসীম। তবে যে কোনো বিষয় সম্পর্কে শিক্ষক হিসেবে নতুন ধারণা দিতে গেলে প্রথমে সম্পর্কযুক্ত উপলব্ধির ব্যবহারই গুরুত্বপূর্ণ। নতুনভাবে গাণিতিক কোনো ধারণা প্রদান করতে হলে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগ করার মাধ্যমে শিক্ষর্থীকে ঐ বিষয়ে ধারণা প্রদান করা প্রয়োজন। সম্পর্কমূলক উপলব্ধির ব্যবহার করতে গেলে প্রথমে শিক্ষককে বাস্তব জীবন থেকে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা বা পরিপ্রেক্ষিত সংগ্রহ করতে হবে। পরবর্তীতে এরূপ গাণিতিক সমস্যাগুলো কীভাবে সমাধান করা যায় শিক্ষার্থীদের সে সম্পর্কে যথেষ্ট চিন্তা করার সুযোগ দিতে হবে। চিন্তা করার পর সমস্যা সমধানে এগিয়ে যেতে হবে। পাশাপাশি এখান থেকে

শিক্ষার্থী নিয়ম/ সূত্র খুঁজে বের করার চেষ্টা করবে এবং পরবর্তীতে যে কোনো পরিস্থিতিতে/ পরিপ্রেক্ষিতে এ সকল সূত্র ব্যবহার করতে পারবে।

সম্পর্কমূলক উপলব্ধির ব্যবহারে শিক্ষার্থী বাস্তব পরিবেশের কনটেক্স ও কনসেপ্ট সমন্বয়ের মাধ্যমে বুঝে-শুনে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অগ্রসর হতে হয় বলে একটু সময় বেশি লাগাটাই স্বাভাবিক। যান্ত্রিক উপলব্ধিতে কেবলমাত্র সূত্র বা নিয়ম প্রয়োগ করতে হয় বলে সময় কম লাগে। তাই আমাদের দেশে শিক্ষকগণ শ্রেণিকক্ষে এ এপ্রোচটি বহুল ব্যবহার করে থাকেন। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কোন কনটেক্সে কী কী কনসেপ্ট ব্যবহার করতে হবে তথা কোন প্রক্রিয়ায় সমস্যাটি সমাধান করতে হবে তা বুঝতে পারা খুবই গুরুত্বপূর্ণ এবং ইহাই হলো সম্পর্কমূলক উপলব্ধি। সম্পর্কমূলক উপলব্ধিতে একজন শিক্ষার্থী পারদর্শী হলে পরিবর্তিত পরিস্থিতিতে যান্ত্রিকভাবে সূত্র ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

মূল্যায়নঃ

১. যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি উদাহরনসহ ব্যাখ্যা করুন।
২. যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির সুবিধা ও অসুবিধা আলোচনা করুন।
৩. গানিতিক সমস্যা সমাধানে কোনটি (যান্ত্রিক অথবা সম্পর্কমূলক উপলব্ধি) প্রয়োগ শিক্ষার্থী সঠিক জ্ঞান লাভ করে ব্যাখ্যা করুন।

অধ্যায় ৪

সমস্যা সমাধান তত্ত্ব

গাণিতিক সমস্যা জীবন ঘনিষ্ট পারিপার্শ্বিক সাধারণ ঘটনা প্রবাহ থেকেই নেয়া হয়ে থাকে। এ সকল গাণিতিক সমস্যাগুলো ভাষা ও সংখ্যার মালায় গ্রথিত থাকে। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে শিক্ষার্থীদের অনেক সময় এই ভাষা ও সংখ্যার মালা থেকে তাদের যৌক্তিভাবে করণীয় নির্ধারণ, কোন কোন প্রক্রিয়া নির্দিষ্ট গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কাজে লাগবে, সমাধান প্রক্রিয়াগুলোর মধ্যে কোনটি আগে বা কোনটি পরে করতে হবে তা বুঝতে না পারা প্রভৃতি বিষয়ে দ্বিধাদ্বন্দের মধ্যে পড়তে হয়। গণনা বা পরিমাপ থেকে শুরু করে গাণিতিক যুক্তির প্রয়োগ আমাদের দৈনন্দিন জীবনের সাধারণ ঘটনা। শিশুকাল থেকেই আমরা নানা ধরনের গাণিতিক সমস্যার সম্মখীন হয়েছি ও তার সমাধানের চেষ্টা করেছি এবং বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই সফল হয়েছি। গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য বিভিন্ন ব্যক্তি বিভিন্ন রকম মানসিক কৌশল কাজে লাগিয়ে থাকেন। শিক্ষার্থীদের গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য হাঙ্গেরীয় বংশোদ্ভুত বিখ্যাত মার্কিন গণিতজ্ঞ জর্জ পোলিয়া এক বিশেষ ধরনের কৌশল অবলম্বনের পরামর্শ দিয়েছেন। এ পাঠে সে কৌশল নিয়ে আলোচনা করা হলো।

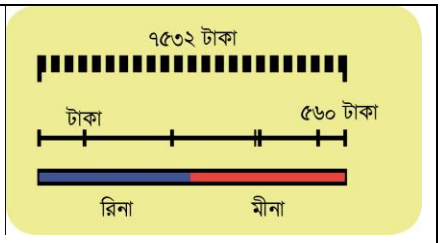
পাঠ ১: জর্জ পোলিয়া'র চার স্তরবিশিষ্ট সমাধান

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

১) গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জর্জ পোলিয়া'র চারটি স্তর সম্পর্কে বলতে পারবেন।
২) গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জর্জ পোলিয়া'র চারটি স্তর সম্পর্কে ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ করতে পারবেন।
৩) গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জর্জ পোলিয়া'র চারটি স্তর প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জর্জ পোলিয়া'র চারটি কৌশল বা নীতি অবলম্বন করলে সমস্যা সমাধান করা সহজতর হবে। নিচের আলোচনা থেকে আমরা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারব যে আমরা কেন এই কৌশলগুলো অবলম্বন করব।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করা যায়। শিক্ষক শ্রেণিকক্ষে প্রথামিক স্তরের যে কোনো শ্রেণির শিক্ষার্থীদের পাশের বক্সের প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করে বা সমস্যা সমাধান করতে দিয়ে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণ এর মাধ্যমে জর্জ পোলিয়া'র বিশেষ কৌশলগুলোর ওপর মনোযোগ আকর্ষণ করতে পারেন। অনুরূপভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থী-শিক্ষককে এর একটি	**<u>উদাহরণ (পঞ্চম শ্রেণির পাঠ্যপুস্তক থেকে)</u>:** *** মীনা এবং রিনার একত্রে ৭৫৩২ টাকা আছে। রিনার চেয়ে মীনার ৫৬০ টাকা বেশি আছে মীনা এবং রিনা প্রত্যেকের কত টাকা আছে? **১. সমস্যা বুঝতে পারা:** ● এখানে মীনা ও রিনার একত্রে কত টাকা আছে-৭৫৩২ টাকা ● কার বেশি টাকা আছে-মীনা'র ● মীনা'র কত টাকা বেশি আছে-৫৬০ টাকা ● কার টাকা কম আছে- রিনা'র ● কার কত টাকা আছে যা বের করতে হবে-মীনা ও রিনা'র

বিকল্প ভাবনা নিয়ে ভাবতে বলা যেতে পারে এবং সে অনুযায়ী তাদেরকে তাদের বিকল্প ভাবনা উপস্থাপন করতে অনুরোধ করা যায়।	**২. পরিকল্পনা প্রণয়ন করা:** পার্শ্বের চিত্র অঙ্কন করে শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনার বুঝতে দিয়ে: দুইজনের মোট ৭৫৩২ টাকা হতে মীনা'র ৫৬০ টাকা সরিয়ে/ বাদ দিয়ে যে টাকা থাকবে তাকে ২ দ্বারা ভাগ করলে যা (৩৪৮৬ টাকা) পাওয়া যাবে, তাহলো রিনা'র টাকা। এবার রিনার টাকার সাথে মীনা'র বেশি টাকা যোগ করলে মীনা'র প্রকৃত টাকা পাওয়া যাবে।  **৩. পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করা:** সমাধান: রিনার আছে (৭৫৩২-৫৬০) টাকার অর্ধেক টাকা প্রশ্নানুযায়ী, রিনা'র আছে =(৭৫৩২-৫৬০) ÷ ২ টাকা = ৬৯৭২ ÷ ২ টাকা = ৩৪৮৬ টাকা মীনা'র আছে =৩৪৮৬ টাকা + ৫৬০ টাকা = ৪০৪৬ টাকা উত্তর: রিনা'র আছে ৩৪৮৬ টাকা ও মীনা'র আছে ৪০৪৬ টাকা। **৪. সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়াটি পর্যালোচনা/যাচাই করা:** ৩৪৮৬+৪০৪৬ = ৭৫৩২, যা সঠিক। আমাদের দেশে শ্রেণিকক্ষগুলোতে ১ম, ২য় ও ৪র্থ স্তরটি খুবই অবহেলিত থাকে, যা সঠিক নয়।

জর্জ পোলিয়ার চার স্তরবিশিষ্ট সমস্যা সমাধান

দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন সমস্যা যেমন, কোন শর্তে নির্দিষ্ট পরিমাণ দ্রব্যের মূল্য নির্ধারণ, কোন স্থানের দূরুত্ব বা সময় নির্ধারণ, বেতন নির্ধারণ ইত্যাদি অনুরূপ বিষয়ে সমস্যা সমাধানের জন্য জর্জ পোলিয়া চার স্তরবিশিষ্ট গাণিতিক নিয়মে সমাধান করার পরামর্শ প্রদান করেন। নিচের উদাহরণটি লক্ষ্য করুন–

-রমিজ উদ্দিনের ছেলে জসীম উদ্দিন। তাদের দুজনের বয়সের সমষ্টি ৪০ বছর। রমিজ উদ্দিনের বয়স জসীম উদ্দিনের বয়সের ৪ গুণ। তাদের কার বয়স কত?

উল্লিখিত সমস্যাটি সমাধানের জন্য সাধারণভাবে যে পদ্ধতি অবলম্বন করা হয় তা নিম্নরূপ:

এখানে দেওয়া আছে, দু'জনের মোট বয়স ৪০ বছর এবং রমিজ উদ্দিনের বয়স জসীম উদ্দিনের বয়সের ৪ গুণ। জসীম উদ্দিনের ১ গুণ হলে রমিজ উদ্দিনের ৪ গুণ মোট ৫ গুণ। মোট বয়সের ৫ গুণ হলো ৪০ বছর।

অতএব, প্রতি গুণ বা ১ গুণ হবে ৪০ বছর এর ৫ ভাগের ১ ভাগ, যা জসীম উদ্দিনের বয়স।

এজন্য,

জসীম উদ্দিনের বয়স = ৪০ ÷ ৫ = ৮ বছর

রমিজ উদ্দিনের বয়স = ৮ × ৪ = ৩২ বছর

উত্তর : জসীম উদ্দিনের বয়স ৮ বছর এবং রমিজ উদ্দিনের ৩২ বছর।

উত্তর সঠিক কিনা তা যাচাই করা যেতে পারে;

অর্থাৎ জসীমউদ্দিনের বয়স ৮ বছর + রমিজ উদ্দিনের বয়স ৩২ বছর = ৪০ বছর।

এরুপ গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য চিন্তা ও যুক্তির প্রয়োগ করা একান্ত প্রয়োজন। এ সমস্যা সমাধানের জন্য যেভাবে কার্যক্রম গ্রহণ করা হয়েছে তাহলো– প্রথমত, সমস্যাটি পড়ে তা ভালোভাবে বোঝা; দ্বিতীয়ত, কীভাবে সমাধান করতে হবে তা ভাবনা-চিন্তা করা; তৃতীয়ত, সমস্যার সমাধান করা; চতুর্থত, সমস্যাটির সমাধান যথাযথ হয়েছে তা পর্যালোচনা করে দেখা।

এজন্য জর্জ পোলিয়া গাণিতিক সমস্যা সমাধানে চারটি স্তর নির্ধারণ করেছেন। এ চারটি স্তর হলো: সমস্যা বুঝতে পারা (Understand the problem), পরিকল্পনা প্রণয়ন করা (Devise a plan), পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করা (Carry out the plan) ও সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়াটি পর্যালোচনা করা (Look back on your work).

প্রথম স্তর: সমস্যা বুঝতে পারা। প্রথমত সমস্যাটি বুঝতে হবে। এতে কী চাওয়া হয়েছে তা বুঝে দেখতে হবে। বিভিন্ন শর্তের আলোকে সমস্যার ওপর মনের মাঝে একটি ছবি আঁকতে হবে।
দ্বিতীয় স্তর: সমস্যা সমাধানের জন্য একটি পরিকল্পনা প্রণয়ন করতে হবে। প্রদত্ত তথ্য বা উপাত্ত ও অজানা রাশির সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে।
তৃতীয় স্তর: পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করা। প্রতি ধাপের মান নির্ধারণের জন্য চিন্তা করতে হবে ও পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করতে হবে।
চতুর্থ স্তর: সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়াটি পর্যালোচনা করা, সাদামাটা কথায় পেছন ফিরে দেখা। অর্থাৎ ফল পরীক্ষা করে দেখা।

এ স্তরগুলো ধারাবাহিকভাবে অনুসরণ করে আমরা যে কোনো গাণিতিক সমস্যাকে ব্যাখ্যা ও সমাধান করতে পারি। উপযুক্ত সমস্যাটি একটু বিশ্লেষণ করে দেখি। রমিজউদ্দিনের ছেলে জসীমউদ্দিন। তাদের দুজনের বয়স সমষ্টি ৪০ বছর।

প্রথমত, এখানে কী কী তথ্য দেয়া আছে এবং কী বের করতে হবে তা বুঝতে চেষ্টা করা। প্রশ্নে রমিজউদ্দিন ও জসীমউদ্দিনের বয়সের সমষ্টি ৪০ বছর দেয়া আছে। আবার, রমিজউদ্দিনের বয়স জসীমউদ্দিনের বয়সের চারগুণ। এখন, কার বয়স কত– তা বের করতে হবে।

দ্বিতীয়ত, সমস্যা সমাধানকল্পে আমরা ধরে নিতে পারি যে, জসীমউদ্দিনের বয়স ১ হলে রমিজউদ্দিনের বয়স হবে ৪। সেক্ষেত্রে উভয়ের বয়সের সমষ্টি হবে ৫। এখানে আমরা সমস্যাটিকে নিম্নোক্তভাবে চিত্রের দৃশ্যমান করতে পারি। নিচের চিত্রটি গাণিতিক সমস্যা সম্পর্কে শিক্ষার্থীর বোধগম্যতার মাত্রাকে শতগুণে বৃদ্ধি করে থাকে, যা নিম্নরূপভাবে ব্যাখ্যা করা যায়:

তৃতীয়ত, উভয়ের বয়সের সমষ্টি দেয়া আছে ৪০ বছর। অর্থাৎ, জসীমউদ্দিনের বয়স (৪০÷৫) বছর = ৮ বছর। তাহলে জসীমউদ্দিনের বয়স ৮ বছর হলে, রমিজউদ্দিনের বয়স তার ৪ গুণ অর্থাৎ = (৮ × ৪) বছর = ৩২ বছর।

চতুর্থত, প্রাপ্ত ফলাফল জসীমউদ্দিনের বয়স ৮ বছর ও রমিজউদ্দিনের বয়স ৩২ বছর যোগ করলে পাওয়া যায় ৪০ বছর। সুতরাং সমস্যাটির সমাধান সঠিক কিনা তা যাচাই করে দেখা হলো।

জর্জ পোলিয়া'র উক্ত নীতি বা কৌশল অনুসরণ করে সমস্যার সমাধানে যে যুক্তি অনুসরণ করা হয়েছে তা শিশুদের কাছে সহজেই বোধগম্য বলে প্রতীয়মান হবে। শিশুদের এভাবে শুধু গাণিতিক সমস্যা নয়, তাদের জীবনঘনিষ্ঠ যে কোনো সমস্যা সমাধানে এ পক্রিয়া ব্যবহার করে সমস্যা সমাধানে পারদর্শী হয়ে উঠতে পারবে। ব্যবহারিক জীবনে গাণিতিক জ্ঞান ও যুক্তি প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধানের মাধ্যমে কাঙ্ক্ষিত ফললাভ করাই এ আলোচনার মূল উদ্দেশ্য।

নিম্নোক্তভাবে পোলিয়া'র চার স্তরবিশিষ্ট সমস্যা সমাধান প্রকল্প অনুধাবন করা যেতে পারে।

জর্জ পোলিয়া'র চারটি স্তর		অর্থ
১ম স্তর	সমস্যাটি বুঝতে পারা	কি কি শর্ত দেয়া হয়েছে এবং কী খুঁজে পেতে হবে, তা স্পষ্ট করা।
২য় স্তর	পরিকল্পনা করা	কোন প্রক্রিয়ার মাধ্যমে আমাদের সমাধানের পথ খজুঁ তে হবে, তা চিন্তা করা। প্রদত্ত শর্তগুলোকে আমরা কীভাবে ব্যবহার করবো, তার পরিকল্পনা করা।
৩য় স্তর	পরিকল্পনাটি কাযর্কর করা বা এগিয়ে নিয়ে যাওয়া	এ পর্যায়ে পরিকল্পনাটি সঠিক কিনা নিশ্চিত নয়। পরিকল্পনা সঠিক কিনা, তা না জানা সত্ত্বেও উপরোক্ত পরিকল্পনা অনুসারে এগিয়ে যাওয়া।
৪র্থ স্তর	সমাধান যাচাই করা বা পর্যালোচনা	সমাধানের ধাপসমুহের পুনরায় পরীক্ষা করা। সমাধানের প্রক্রিয়া এবং এর হিসাব-নিকাশ ঠিক আছে কিনা, প্রশ্ন অনুসারে উত্তর যথাযথ হয়েছে কিনা, এর কোন বিকল্প সমাধান আছে কিনা, ইত্যাদি পরীক্ষা করা।

জর্জ পোলিয়ার চার স্তরবিশিষ্ট মুলনীতির বিস্তারিত বিবরণ

প্রথম স্তরঃ সমস্যাটি বঝুতে পারা। এ কাজটি আমাদের দেশে গণিত ক্লাসে সচরাচর অবহেলিত হয়। এজন্য শিক্ষক গণিত ক্লাসে সমস্যাটি আলোচনা করে বোঝাবার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্ন করতে পারেন।

১) এখানে সমস্যাটিতে কী কী দেয়া আছে?
২) এখানে সমস্যাটিতে কী কী বের করতে বলা হয়েছে?
৩) আপনি কি সমস্যাটি নিজ ভাষায় ব্যাখ্যা করতে পারেন?
৪) আপনি কি সমস্যা বোঝাবার জন্য একটি ছবি বা চিত্র আঁকতে পারেন, যা সমস্যাটি আরও স্পষ্টভাবে বুঝতে সহায়তা করবে?
৫) এখানে কি যথেষ্ট তথ্য রয়েছে, যা সমস্যা সমাধান করার জন্য সহায়ক হবে?
৬) সমস্যা অনুধাবনের জন্য আপনি কি সকল শব্দের অর্থ বুঝেছেন?
৭) আপনি কি মনে করেন যে, কিছু প্রশ্ন জিজ্ঞেস করলে সমস্যা সমাধান আপনার জন্য সহায়ক হবে?
৮) এখানে এমন কোন তথ্য প্রদান করা হয়েছে কি, যা সমস্যা সমাধানে প্রয়োজন নেই?
৯) ---------- ইত্যাদি।

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্য করে কাঠিন্যের মাত্রা অনুসারে সমস্যা সমাধানের লক্ষ্যে চিন্তা করে উত্তর বলার জন্য প্রশ্নগুলো উপস্থাপন করবেন।

দ্বিতীয় স্তরঃ জর্জ পোলিয়া'র গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য অনেক যুক্তিসম্মত কৌশল রয়েছে। আমাদের দেশে গণিত ক্লাসে সচরাচর নিম্নের কৌশলগুলোও অনুসরণ অবহেলিত হয় । এ কৌশলসমূহের আংশিক তালিকা নিম্নে বর্ণনা করা হলো:

১) অনুমান করুন ও হিসাব মিলিয়ে দেখুন।
২) একটি ধারাবাহিক তালিকা প্রস্তুত করুন।
৩) সম্ভবনাসমুহ নিয়ে বিবেচনা করুন।
৪) সরাসরি যুক্তি প্রয়োগ করুন।
৫) একটি সমাধানের সম্ভব্য পথ বলে দিন।
৬) আরও ভাবনা করতে থাকুন।
৭) একটি চিত্র আঁকুন।
৮) একটি সহজতর সমস্যা সমাধান করুন।
৯) একটি মডেল তৈরি করুন।
১০) একটি সূত্র গঠন করুন।
১১) আপনার মস্তিষ্ক খাটানো।
১২) ------

তৃতীয় স্তরঃ এক্ষেত্রে পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করা হয়। এ পর্যায়টি পরিকল্পনা অপেক্ষা একটু সহজতর। এখানে সাধারণত সকলের সচেতনতা ও ধৈর্য অত্যন্ত প্রয়োজন, যাতে প্রয়োজনীয় দক্ষতা অর্জন করতে পারা যায়। পরিকল্পনা মোতাবেক কাজ করে যান। বিখ্যাত গণিতবিদগণও এভাবে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করে থাকেন। আমাদের দেশে গণিত ক্লাশে সচরাচর শিক্ষকের পরিকল্পনা মোতাবেক পরিকল্পনা বাস্তবায়ন করা হয়, অর্থাৎ শিক্ষকের প্রদত্ত নিয়ম বা পথ অবলম্বন করে সমস্যা সমাধান করতে হয় যেখানে শিক্ষার্থীর বিকল্প পন্থায় সমস্যা সমাধান করার উৎসাহিত করা হয় না এবং তাদের অংশগ্রহণ খুবই কম থাকে।

চতুর্থ স্তরঃ এটি সর্বশেষ স্তর। এ পর্যায়ে সমাধান এবং সমাধান প্রক্রিয়াটি পর্যালোচনা করে দেখা বা কাজটি পেছন ফিরে দেখা। জর্জ পোলিয়া বলেন, অনেক সময় স্ব-অনুচিন্তন বা বিষয়টি নিয়ে গভীরভাবে নিজে নিজে চিন্তা করা এবং সমাধান প্রক্রিয়াটি পর্যালোচনা করে দেখা বা পেছন ফিরে দেখা অত্যন্ত জরুরি হয়ে ওঠে। এখানে কী কী করা হয়েছে এবং কী কী করা হয়নি, এগুলো প্রকৃতপক্ষে ভেবে দেখা হয়।

পরিশেষে, গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ছোট ছোট প্রশ্নের মাধ্যমে সমস্যাটিতে কী কী তথ্য দেওয়া আছে, এখানে কী বের করতে হবে, তা কীভাবে বের করা যাবে, বিকল্প কোনো সহজতর উপায়ে সমস্যা সমাধানের পথ রয়েছে কি না, সমস্যাটির সমাধান যথাযথ হয়েছে কি না প্রভৃতি চিন্তা করার সুযোগ প্রদানের মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করলে পরবর্তীতে শিক্ষার্থী মানসপটে এগুলো সংরক্ষণের মাধ্যমে যে কোনো কনটেক্সে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে। গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য বিভিন্ন পদ্ধতির মধ্যে জর্জ পোলিয়ার পদ্ধতি একটি, কিন্তু একমাত্র পদ্ধতি নয়। সবক্ষেত্রে সকলের জন্য এটি কার্যকর হবে এমন কোনো নিশ্চয়তা নেই। শিক্ষক পরিস্থিতি বা কনটেক্স বুঝে প্রয়োজনীয় পদ্ধতি/ কৌশল ব্যবহার করে উত্তম পাঠদান নিশ্চিত করবেন– এটিই কাম্য।

মূল্যায়নঃ

১. জর্জ পোলিয়া'র গাণিতিক সমাধানের ৪টি নিয়ম কী-তা লিখুন।
২. একটি উদাহরণের মাধ্যমে জর্জ পোলিয়া'র ৪টি নিয়মের ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ করে লিখুন।
৩. জর্জ পোলিয়া'র নিয়মের **১**ম ও ২য় স্তরে কী ধরনের প্রশ্ন বা কৌশল অবলম্বন করতে পারেন তা লিখুন।
৪. শিক্ষক হিসেবে প্রাথমিক স্তরে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জর্জ পোলিয়ার নিয়মগুলোর উপযোগিতা বিশ্লেষণ করুন।

পাঠ ২: সমস্যা সমাধানে নিউম্যান পদ্ধতি

গাণিতিক সমস্যা সমাধান (Mathematical Word Problem) প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের জন্য বেশ কঠিন। এ সমস্যা শুধমুাত্র বাংলাদেশেই দেখা যায় তা নয়, বরং বিশ্বের সকল দেশের গণিত শিক্ষকই এ সমস্যা মোকাবেলা করে থাকেন। যখন একজন শিক্ষক শিক্ষার্থীদের প্রদত্ত গাণিতিক সমস্যার সমাধানকৃত উত্তরে ভুল দেখতে পান, তখন তিনি কীভাবে শিক্ষার্থী এ সমাধানে উপনীত হলো, কেন ভুল হলো সেটি অনুসন্ধান না করেই সঠিক সমাধানটি করে দেন। বাস্তবিকভাবে শিক্ষার্থীদের না পারার বিষয়টি এখানে থেকেই যায়। শিক্ষকরা প্রায়ই শিক্ষার্থীদের বলেন, "বেশি করে মনোযোগ দাও" এবং তাঁরা মনে করেন শিক্ষার্থীর অনুশীলনের অভাব রয়েছে। সত্যিকারভাবে এ ধারণা বা সিদ্ধান্ত যথাযথ নয়।

অস্ট্রেলীয় বিদূষী শিক্ষাবিদ অ্যান নিউম্যান (Anne Newman) গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কোথায় কোথায় শিক্ষার্থীরা ভুল করে থাকে, তা নির্ণয় করার জন্য পাঁচটি গুরত্বপূর্ণ এবং ত্বরিত সিদ্ধান্ত নেয়ার পরামর্শ প্রদান করেন। এ পাঠে সেসকল কৌশল নিয়ে আলোচনা করা হলো।

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

১. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ সম্পর্কে বলতে পারবেন।
২. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ সম্পর্কে ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ করতে পারবেন।
৩. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন কারণে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে বিভিন্ন ধাপে বা স্তরে ভুল করে থাকে। শিক্ষাবিদ অ্যান নিউম্যান ১৯৭৭ সালে তাঁর গবেষণায় দেখিয়েছেন যে, গাণিতিক সমস্যা সমাধানে শিক্ষার্থী পাঁচটি স্থানে বাঁধার সম্মুখীন হয়। এ স্থানগুলো হলো: গাণিতিক সমস্যার শব্দগুলো পড়া, যা পড়া হয়েছে তা বুঝা, যা পড়া হয়েছে তা যথাযথ বুঝে সমাধানে লক্ষ্যে তা গাণিতিক ভাষায় রুপ দেওয়া, যথাযথ গাণিতিক প্রক্রিয়ায় তা সমাধান করা, সমাধানটি যথাযথ হয়েছে কি না তথা উত্তরটি যথার্থ কি না তা মিলিয়ে দেখা। এখানে দুইটি বিশাল বাঁধা হলো সমসাটি 'পড়া' এবং তা 'উপলব্ধি করা'।

অ্যান নিউম্যান নিম্নোক্ত পাঁচটি ধাপ সম্পর্কে বলেছেন, যেগুলো অনসুরণ করে গাণিতিক সমস্যা সফলভাবে সমাধান করা যায়।

১. প্রশ্ন পড়া (Reading or decoding):

প্রশ্ন পড়ার সময় নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রতি নজর দিন।

- যাচাই করুন, শিক্ষার্থীরা লিখিত প্রশ্নটি পড়তে পারে কি না।
- একাধিকবার লিখিত প্রশ্নটি পড়তে দিন।
- গুরুত্বপূর্ণ তথ্যগুলো বৃত্তায়িত বা দাগ দিতে বলুন।
- যদি কোনো গাণিতিক সমস্যা বা প্রশ্নের শব্দের অর্থ না জানা থাকে তাহলে তা রেখে যাবেন অথবা এর প্রতিশব্দ বলতে দিন অথবা বলুন।
- খেয়াল করতে হবে, প্রশ্নে কী বের করতে বলা হয়েছে।
- লক্ষ্য রাখতে হবে, শ্রেণিকক্ষে সমস্যাটি পড়ার চেয়ে সমস্যা সমাধানে অধিক আগ্রহী এরূপ শিক্ষার্থী থাকতে পারে।
- এক্ষেত্রে দলীয় পঠন বিশেষ ভূমিকা পালন করে থাকে।

২. প্রশ্ন পড়ে সমস্যা বুঝতে পারা (Comprehending):

- দেখুন , শিক্ষার্থীরা প্রশ্নটিতে যে যে শর্ত দেওয়া আছে এবং তাদের করণীয় কী তা বুঝতে পারে কি না।
- সমস্যাটি সমাধান করতে হলে কী ধরনের প্রশ্ন করা যেতে পারে।
- সমস্যাটি অনুধাবন করতে হলে পাঠকের (কগনিটিভ) ও (মেটাকগনিটিভ) কলাকৌশল অনুসরণ করা প্রয়োজন। এ কলাকৌশলগুলো মধ্যে নিবিড় সম্পর্ক রয়েছে। এ ০৬টি কলাকৌশল হলো- ক) সম্পর্ক/ যোগসূত্র স্থাপন (Making connections), খ) অনুমান করা (Predicting), গ) প্রশ্ন করা (Questioning), ঘ) পরিবীক্ষণ করা (Monitoring), ঙ) চিত্র প্রদর্শন (Visualising), চ) সার-সংক্ষেপকরণ (Summarising)। উক্ত ৬টি কলাকৌশল প্রশ্ন বুঝার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হলে শিক্ষার্থীরা দ্রুত সমস্যা সমাধান সম্পর্কে একটি পরিস্কার ধারণা পাবে।

৩. প্রশ্নকে গাণিতিক রূপ দেয়া (Transformation; selecting an appropriate strategy):

- যাচাই করুন, শিক্ষার্থীরা প্রশ্নে দেয়া তথ্যসমূহের ওপর ভিত্তি করে এটিকে গাণিতিক ভাষায় রূপান্তর করতে পারে কি না।
- এরূপ ক্ষেত্রে একটি ডায়াগ্রাম বা চিত্র শব্দ সম্বলিত গাণিতিক শব্দ/সমস্যাকে গাণিতিক সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়ায় (Numerical Operation) নিয়ে যেতে সহায়তা করে।
- এক্ষেত্রে মাইন্ডম্যাপ বা সংশ্লিষ্ট চার্ট গাণিতিক ভাষাকে বুঝতে সহায়তা করবে।
- এক্ষেত্রে যে যে কৌশলগুলো ব্যবহার করা যেতে পারে, তাহলো:
    - একটি প্রাসঙ্গিক চিত্র আঁকুন।
    - অনুমান করুন ও মিলিয়ে দেখুন।
    - সমস্যা সমাধানের পথে অগ্রসর হউন।
    - একটি গাণিতিক বাক্য লিখুন।
    - যদি কোনো প্যাটার্ণ খুঁজে পাওয়া যায় তা বের করুন।
    - যে পথে/ প্রক্রিয়ায় অগ্রসর হয়েছেন তা পূর্ব থেকে মিলিয়ে নিন।

৪. গাণিতিক প্রক্রিয়ার প্রয়োগ (Process skills):

গাণিতিক প্রক্রিয়া প্রয়োগের সময় নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রতি নজর দেওয়া প্রয়োজন।

- যাচাই করুন, শিক্ষার্থীরা সঠিকভাবে গাণিতিক দক্ষতা ব্যবহার করে হিসাব-নিকাশ, উপস্থাপন ইত্যাদি করতে পারে কি না।
- তুমি কীভাবে এ সমস্যাটি সমাধান করবে, বল।
- এক্ষেত্রে শিক্ষার্থী ভুল উত্তর করতে পারে। অথবা শিক্ষার্থী পূর্ণ সমাধান প্রক্রিয়াটি সম্পন্ন না-ও করতে পারে।

৫. উত্তর লেখা (Encoding):

এ পর্যায়ে নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রতি নজর দেওয়া দরকার।

- দেখুন, শিক্ষার্থীরা সমস্যায় যা চাওয়া হয়েছে, সেটির পরিপ্রেক্ষিতে সঠিকভাবে উত্তর লিখতে পারে কি না।
- অনেক সময় শিক্ষার্থী উত্তরে ‘একক’ লিখতে ভুল করে।
- গাণিতিক সমস্যায় যে সকল প্রশ্নের উত্তর বের করতে বলা হয়েছে তা বের করতে ভুলে যাওয়া।
- এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের পুনরায় সমস্যাটি পড়ে প্রশ্ন অনুযায়ী কী কী উত্তর বের করা হয়েছে তথা প্রশ্নের সাথে উত্তরগুলো মিলিয়ে নিতে বলা যেতে পারে।

আমরা এটির প্রত্যেক ধাপেই শিক্ষার্থীর অবস্থান যাচাই করে নিতে পারি এবং কেন শিক্ষার্থীরা গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ভুল করে তার কারণও নির্ণয় করতে পারি। নিউম্যানের গবেষণায় দেখানো হয়েছে যে, ৫০% এর অধিক শিশু প্রথমোক্ত তিনটি ধাপে ভুল করে থাকে। এর অর্থ দাঁড়ায় যে, ঐ শিশুরা সমস্যা সমাধান করার পূর্বেই বা লেখা শুরুর পূর্বেই ভুল করে থাকে বা সমস্যা সমাধানে ভুল পথে অগ্রসর হয়।

উদাহরণ

ধরা যাক, একজন শিক্ষার্থীকে নিচের প্রশ্নগুলো করা য়েছে।

(১) একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৬ মিটার ও ৫ মিটার। এর ক্ষেত্রফল কত?

(২) একটি আয়তের দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ৪ মিটার ও ৮ বর্গমিটার হলে এর প্রস্থ কত?

শিক্ষার্থীর উত্তর:

(১) ৬ × ৫ = ৩০ উত্তর: ৩০ মিটার

(২) ৪ × ৮ = ৩২ উত্তর: ৩২ মিটার

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিন।

১. উত্তর (১) এবং (২) এ শিক্ষার্থী কোথায় কোথায় ভুল করেছে?

২. যদি আমরা নিউম্যানের পদ্ধতি অনসুরণ করি, তাহলে (১) ও (২) এ শিক্ষার্থী কোন কোন ধাপে ভুল করেছে? কী ধরনের ভুল? কেন এই ভুল হলো?

৩. আপনি এ শিক্ষার্থীকে কী নির্দেশনা দেবেন? এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর জন্য সবচেয়ে উপযুক্ত পন্থা চিহ্নিত করার জন্য আলোচনা করুন।

শিক্ষার্থীর গণিত শিখনে সাধারণ ভুল-ত্রুটি নিরসন

যখন একই ধরনের কিন্তু খুব সামান্য পার্থক্যের সমস্যা শিক্ষার্থীদের সমাধান করতে দেয়া হয়, প্রাথমিক বিদ্যালয়ের বিশেষ করে নিম্ন শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা এ সকল প্রশ্নে বিশাল পার্থক্য খুঁজে পায় এবং তাদের বিস্তর ভুল-ভ্রান্তি হয়ে থাকে। শিক্ষকরা অনেক সময় শিক্ষার্থীদের এ অসুবিধা সম্পর্কে অবহিত থাকেন না। এসব শিক্ষার্থী হয়তো ধীরগতি হবে বা পিছিয়ে পড়বে। আসলেই কি তারা এ অঙ্কগুলো করতে সক্ষম নয়? শিক্ষক কি কখনও তাদের শিখন প্রক্রিয়া যাচাই করে দেখেছেন এবং ভালভাবে সহায়তা করেছেন? এ অধ্যায়ে নিবিড় পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে কীভাবে শিক্ষার্থীদের কার্যকর সহায়তা প্রদান করা যায় তার একটি পরামর্শ দেয়া হয়েছে এবং শিক্ষার্থীদের ভুলভ্রান্তির ওপর একটি বিশ্লেষণ তুলে ধরা হয়েছে।

উদাহরণ-১: ধরা যাক, দ্বিতীয় শ্রেণির একজন শিক্ষার্থী নিম্নোক্ত ভুলগুলো করেছে:

(অ)		(ই)
৭ ৮ + ৪ ৬ ১ ১ ৪		৮ ৭ +৫৯ ১ ৩ ৬

- কীভাবে আপনি এ উত্তরগুলো মূল্যায়ন করবেন?
- আপনি শিক্ষার্থীটিকে কী নির্দেশনা দেবেন?

- অবশ্যই <u>একই ধরনের ভুল হয়েছে:</u> শিক্ষার্থী এককের ঘরের সংখ্যা যোগ করার পর দশকের ঘরে হাতের ১ অর্থাৎ ১ দশক নিতে ভুলে গেছে। যখন এ ধরনের ভুল পাবেন তখন প্রথমেই দেখবেন কী কারণে শিক্ষার্থী এভাবে গণনা/ হিসাব-নিকাশ করেছে। যদি শিক্ষার্থী এ ধরনের গণনা বা হিসাব-নিকাশের বিষয়টি ব্যাখ্যা করতে পারে তাহলে তার প্রতি কোনোরূপ বিরক্ত না হয়ে মনোযোগ সহকারে তার ব্যাখ্যা শুনুন।

এরপর আপনি হয়তো জানতে পারবেন যে শিক্ষার্থীটি তার গণনা বা হিসাব-নিকাশে ১০ বা ১ দশ কোথায় বসাবে তা বঝুতে পারেনি। যদি তা-ই হয়ে থাকে তাহলে সবচেয়ে উত্তম নির্দেশনা হলো পুরো যোগের প্রক্রিয়াটিকে নিম্নোক্তভাবে সম্পন্ন করা।

ধাপ [১] এ, এককের ঘরে যোগটি করুন, ৮+৬ = ১৪, এবং নিচে ১৪ লিখুন । এরপর ৭০+৪০ = ১১০ যোগটি করুন এবং নিচে ১১০ লিখনু । পরিশেষে ১৪ এবং ১১০ যোগ করুন। তাহলে সঠিক উত্তরটি হবে ১২৪। বারবার অনশীলনের মাধ্যমে এ প্রক্রিয়াটির সাথে সুপরিচিত হওয়ার পর ধাপ [২] -এ যান, যেখানে শিক্ষার্থীরা ১৪ এর "১" কে দশক ৭ এর উপরে লিখে হিসাব-নিকাশ করবে। এ ধাপগুলোর ক্রমে আপনার যা করা উচিত হবে না তা হল–

- শিক্ষার্থীরা সঠিকভাবে ধাপ [১] এর যোগ না করা পযর্ন্ত ধাপ [২] -এ যাওয়া
- অধৈর্য্য হয়ে শিক্ষার্থীকে "কেন বুঝতে পারছ না?" বা "কেন আবার ভুল করছ?" ইত্যাদি না বলা। বিয়োগের ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীরা যোগের থেকেও বেশি ভুল করে থাকে এবং আমাদের এসব ভুলের ওপর আরও যত্ন সহকারে অনসুন্ধান করা উচিত। নিচের উদাহরণটি দেখুন :

[১]

৭৮
+ ৪ ৬
১ ৪
১ ১ ০
১ ২ ৪

[২]

১
৭৮
+ ৪ ৬
+ ১২ ৪

উদাহরণ-২: ধরা যাক, প্রথম শ্রেণির একজন শিক্ষার্থী নিচের ভুলটি করেছে।

৩ - ৩ = ৩

- আপনি কীভাবে এ উত্তরটি মূল্যায়ন করবেন?
- এ শিক্ষার্থীটিকে আপনি কী নির্দেশনা দেবেন? প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা নিজের ধারণা প্রকাশ করতে প্রায়শই অসুবিধার সম্মুখীন হয়। তাই শিক্ষককেই চিন্তা করতে হবে কীভাবে এটির প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী বুঝতে পারে।

যেসব ছাত্রছাত্রী এ ধরনের ভুল করে তারা প্রায়শই একই ভুল করে থাকে। প্রথমত আমাদের দেখতে হবে শিক্ষার্থীটি একই ধরনের ভুল অন্য সংখ্যার বিয়োগের ক্ষেত্রেও করে কি না, যেমন–

৫ - ৫ = ৫, ৭ - ৭ = ৭

এখানে নিজে নিজকে প্রশ্ন করা যায়, কেন শিক্ষার্থীটি একই ভুল বারবার করছে? নাকি সে তার গণনা/ হিসাব-নিকাশ সঠিক বলে মনে করছে। হতে পারে, এ শিক্ষার্থীটি বিশ্বাস করছে যে, তার গণনাটি সঠিক, সে কোনো ভুল করছে না।

এক্ষেত্রে আপনি শিক্ষার্থীটিকে ৩টি মার্বেল বা কাঠি দিয়ে "৩ - ৩" কত হয় তা দেখাতে বলতে পারেন। সে হয়তো টেবিলে মার্বেলগুলো রেখে এগুলোকে সরিয়ে দিয়ে "৩ - ৩" কত হয় তা দেখাতে পারে। এরপরও শিক্ষার্থীটি উত্তর ৩ বলতে পারে যেহেতু মার্বেলগুলো তার হাতেই রয়ে গেছে বা এ পৃথিবীতেই আছে। এ উত্তরটি অবশ্যই গাণিতিক দৃষ্টিকোণ থেকে ভুল, কিন্তু তার জন্য যথেষ্ট যুক্তিসম্পন্ন।

এ শিক্ষার্থীটির জন্য "কোন সংখ্যাটি থেকে কোন সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে" এবং "কোন সংখ্যাটি বিয়োগ করতে হবে" এ দুটির মধ্যে পাথর্ক্য সম্পর্কে সচেতন করাই হবে সবচেয়ে জরুরি এবং এতদসংক্রান্ত যথাযথ নির্দেশনা প্রদান করা। একটি কার্যকর উপায় হলো, একটি বাক্সে ৩টি মার্বেল রাখুন এবং আবার সবকটি মার্বেল উঠিয়ে নিন এবং জিজ্ঞেস করুন বাক্সে আর কয়টি মার্বেল রয়েছে? এ অনুশীলনটি বারবার করালে শিক্ষার্থীর পূর্বেকার ধারণা ধীরে ধীরে পরিবর্তিত হবে।

প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের সমস্যা সমাধানের প্রক্রিয়া বিশ্লেষণ করে গবেষক স্টেফি এবং জনসন (১৯৭১) নিম্নোক্ত ৪ ধরনের ভুল শনাক্ত করেছেন, যা শিক্ষার্থীদের প্রায় ক্ষেত্রেই বিয়োগের সমস্যা সমাধানে করে থাকে।

ক) ৮১ - ৩৮ = ৫৭,	৩৫২ - ১৬৮ = ২১৬
খ) ৯০৪ - ৭ = ৮০৭,	৯০৪ - ২৩৭ = ৫৭৭
গ) ৪০ - ২১ = ২০,	৩২ - ১২ = ২২
ঘ) ৪০৪ - ১৮৭ =২২৭,	৭০৩ - ৬৫৮ = ৫৫

প্রশ্ন

উপরোক্ত [ক] থেকে [ঘ] পর্যন্ত প্রতিটি ক্যাটগরির ২টি করে বিয়োগের সমস্যায় একই ধরনের ভুল হয়েছে। উদাহরণস্বরূপ,

ক) শিক্ষার্থী প্রতিটি অঙ্কে বড় সংখ্যা থেকে ছোট সংখ্যা বিয়োগ করেছে অর্থাৎ প্রথম সমস্যাটিতে এককের ঘরে ৮ এর থেকে ১ এবং দশকের ঘরে ৮ এর থেকে ৩ বিয়োগ করেছে।

১. অন্য তিনটি বিয়োগের সমস্যার ক্ষেত্রে কী হয়েছে? আপনি কী কী সাধারণ ভুল দেখতে পাচ্ছেন?
২. যেসব ছাত্রছাত্রীর [ক], [খ], [গ] এবং [ঘ] এ ভুল করেছে তাদের আপনি কী কী নির্দেশনা দেবেন?

অনেক দেশেই দেখা গেছে যে, শিক্ষার্থীরা ০ সম্বলিত সমস্যা সমাধানে বেশি মাত্রায় ভুল করে থাকে। উপরোক্ত উদাহরণে [খ], [গ] এবং [ঘ] এর সমস্যাগুলোতে ০ রয়েছে। এ পরিপ্রেক্ষিতে শিক্ষার্থীরা ০ কে বিশেষ কিছু বলে মনে করতে পারে। সুতরাং, শিক্ষার্থীদের গণনা/হিসাব-নিকাশে দক্ষতা অর্জনের লক্ষ্যে প্রয়োজন ধাপে ধাপে মনোযোগ সহকারে গণনা করা এবং শিক্ষকদের প্রয়োজন যথাযথভাবে শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন ও সহায়তা প্রদান করা।

উদাহরণ-৩ নিচের দুই অঙ্কের যোগগুলোকে "সাধারণ" থেকে "বিশেষ" বিবেচনায় সাজান।

৮৬ + ১৯	২৪ + ৩২	৭০ + ৩০	৩০ + ৪২
৬৩ + ৩৭	৪০ + ৫০	৫৬ + ৩৭	৩২ + ২৮

উত্তর:

আমরা উপরোক্ত যোগগুলোকে নিচের পদ্ধতি অনুসারে সাজাতে পারি।

১. উত্তর ১০০ এর কম/ ১০০ এর নিচে নয়।
২. হাতে না রেখে/ হাতে রেখে।
৩. একবার হাতে রেখে/ দুই বার হাতে রেখে।
৪. গণনাতে কোন ০ নেই/ সংখ্যায় ০ আছে/ উত্তরফলে ০ আছে।

তাহলে এ যোগের সমস্যাগুলোকে নিচের মত করে সাজানো যায়।

১. উত্তরফল ১০০ পর্যন্ত

হাতে না রেখে

[১] ২৪ + ৩২ — ০ নেই

[২] ৩০ + ৪২ — একটি সংখ্যায় ০ আছে

[৩] ৪০ + ৫০ — *দুটি সংখ্যায় ০ আছে*

হাতে রেখে

[৪] ৫৬ + ৩৭ / ৩২ + ২৮ — ০ নেই

[৫] — *উত্তরফলে ০ আছে*

১. উত্তর ১০০ এর উর্ধ্বে বা

২.১. উত্তর ১০০ এর সমান

[৬] ৭০+৩০ — *দুটি সংখ্যায় এবং উত্তর ০ আছে*

[৭] ৬৩+৩৭ — *উত্তর ২টি ০ এবং দুইবার হাতে রেখে*

২.২. উত্তর ১০০ এর বেশি

[৮] ৮৬+১৯ — *উত্তর একটি ০ এবং দুইবার হাতে রেখে*

[আলোচনা]

আমরা কীভাবে আমাদের শিখন শেখানোয় উপর্যুক্ত উত্তরগুলো ব্যবহার করতে পারি।

অনুশীলন

নিচের দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার বিয়োগ "সাধারণ" থেকে "বিশেষ" ক্রমে সম্পন্ন করুন ।

৫৮ - ১৮	৬৩ - ২৭	৪৮ - ৪৮	৯০ - ৯০
৯০ - ৮২	৮৪ - ৭৬	৭০ - ৩৪	৫৬ - ১৩

শিক্ষার্থীদের উত্তর সঠিক বলে দেয়ার চেয়ে গুরত্বপূর্ণ বিষয় হলো এই যে, যাচাই ও বিশ্লেষণেরভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের ভুল এবং ভ্রান্তিযুক্ত ধারণাগুলোকে শুধরানো। এজন্য শিক্ষকের প্রয়োজন:

- শিক্ষার্থীদের সমস্যা সমাধান ভালভাবে পর্যবেক্ষণ করা,
- শিক্ষার্থীদের উত্তর শোনার জন্য ধৈর্য সহকারে অপেক্ষা করা,
- শিক্ষার্থীদের ধারণা শান্তভাবে মনোযোগ সহকারে শোনা এবং
- শিক্ষার্থীদের ভুল ভ্রান্তি অনুসারে যথাযথ নির্দেশ না প্রদানের পন্থা বেছে নেওয়া।

উল্লেখ্য যে, ভাল চিকিৎসকগণ বিভিন্ন উপসর্গ অনুসারে রোগের কারণ অনুসন্ধান বা রোগ নির্ণয় করে ওষুধ প্রদান করেন। ঠিক তেমনিভাবে মানসম্পন্ন একজন শিক্ষক শিখন শেখানোর মাধ্যমে শিক্ষার্থীর বিভিন্ন ধরনের ভুল বের করে, ভুলের কারণ অনুসন্ধান করেন; তা থেকে শিক্ষার্থীকে উত্তরণের জন্য ভিন্ন ভিন্ন দিকনির্দেশনা প্রদান করে থাকেন।

মূল্যায়ন:

১. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ কী-তা লিখুন।
২. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ এর ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ দিন।
৩. শিক্ষক হিসেবে প্রাথমিক স্তরে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অ্যান নিউম্যানের পাঁচটি ধাপ এর উপযোগিতা বিশ্লেষণ করুন।
৪. শিক্ষক হিসেবে আপনার কর্মক্ষেত্রের শিক্ষার্থীদের এরূপ ভুল করা ও বাস্তবতার নিরিখে তা সমাধানের অভিজ্ঞতার কথা বর্ণনা করুন।

অধ্যায় ৫

গণিত শিক্ষাদান পদ্ধতি

শিক্ষাদানের বিষয়বস্তু নির্দিষ্ট হয়ে গেলেই প্রশ্ন আসে এই বিষয়বস্তু কিভাবে শিক্ষার্থীদের শেখানো যায়? অর্থাৎ এই বিষয়বস্তু শ্রেণিকক্ষে কিভাবে উপস্থাপন করলে, কীভাবে শিক্ষার্থীদের তা বোঝালে, ব্যাখ্যা করলে তারা বিষয়বস্তুটি ভালভাবে বুঝতে পারবে? ভালভাবে গণিত বিষয় শেখাতে হলে গণিতের বিভিন্ন **পদ্ধতি** সম্পর্কে জানতে হবে। গণিতের নানা প্রকার পদ্ধতির মধ্যে থেকে **আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতি, আবিষ্কার পদ্ধতি** সম্পর্কে এই অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে।

শিক্ষাদান পদ্ধতি

যেভাবে কোন বিষয় শিক্ষার্থীদের সামনে উপস্থাপন করা হয় তাকে শিক্ষাদান পদ্ধতি বলে। শিক্ষাদান হচ্ছে একটি আর্ট এবং পদ্ধতি হচ্ছে এই আর্ট এর সাহায্যে লক্ষ্যে পৌঁছার উপায়। যেভাবে গণিতের বিষয়াবলি শিক্ষার্থীদের শেখানো হয় বা যেভাবে শিক্ষার্থীদের গণিতের বিষয়বস্তু বুঝতে, মনে রাখতে এবং ব্যবহার করতে সাহায্য করা হয় তাকেই গণিত শিক্ষাদান পদ্ধতি বলে।

শিক্ষাদান পদ্ধতি অনেক রকম হতে পারে। কোন একটি বিষয় নানাভাবে শেখান যেতে পারে। এই যে বিভিন্ন পদ্ধতি তাদের একটি থেকে আরেকটি একেবারে পৃথক নয় এবং কোন একটি পদ্ধতি স্বয়ংপূর্ণ নয়। অনেক ক্ষেত্রে সমস্যা সমাধানের একটি পদ্ধতি আর একটি পদ্ধতির পরিপূরক হিসাবে কাজ করে। তবে প্রত্যেকটি পদ্ধতির একটি নিজস্ব গুণ বা বৈশিষ্ট্য আছে এবং বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে বিশেষ বিশেষ পদ্ধতি অন্যান্য পদ্ধতি অপেক্ষা অধিক কার্যকরি। এ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীগণ-

- বিভিন্ন পদ্ধতি সম্পর্কে ধারণা লাভ করে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে তা প্রয়োগ করতে পারবে ।

পাঠ ১ : আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতি

এ পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা

১. উদাহরণসহ আরোহী পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
২. উদাহরণসহ অবরোহী পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
৩. আরোহী পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন।
৪. অবরোহী পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন।
৫. আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতির ব্যাখ্যাসহ তুলনা করতে পারবেন।

উদাহরণঃ , ৭% হারে ৮০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত?

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৭ টাকা

১ ” ১ ” ” = $\frac{৭}{১০০}$ ”

৮০০ ” ১ ” ” = $\frac{৮০০ \times ৭}{১০০}$ ”

৮০০ ” ৫ ” ”= $\frac{৮০০ \times ৭ \times ৫}{১০০}$ ”

= ২৮০ টাকা

যদি , আসল = ৮০০ টাকা, সময় = ৫ বছর, মুনাফার হার = ৭ টাকা, তাহলে মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র হবেঃ

মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$

উল্লেখিত উদাহরণে প্রথমে একটি বিশেষ সত্যকে বা তথ্যকে স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে (**১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৭ টাকা)** এরপর এর একক নির্ণয় করে সাধারণ সিদ্ধান্তে উপণিত হতে হয়েছে। অর্থাৎ বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ সিদ্ধান্তে উপণিত হওয়াকেই আরোহী পদ্ধতি বলে। আরোহী পদ্ধতির ঠিক উল্টোটি হচ্ছে অবরোহী পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে প্রথমে একটি সাধারণ সত্যকে বা তথ্যকে স্বীকার করে নিতে হয়, এরপর বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে তাদের সত্যতা প্রমাণ করা হয়। উল্লেখিত উদাহরণ থেকে প্রাপ্ত সাধারণ **সূত্রকে** সাধারণ সত্য হিসেবে স্বীকার করে নিলে বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে তাদের সত্যতা প্রমাণ করা যাবে।

যেমন : মুনাফার সূত্র : মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$

∴ মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$ = $\frac{৮০০ \times ৭ \times ৫}{১০০}$ = ২৮০ টাকা

এবার আরো একটি উদাহরণের মাধ্যমে আরোহী পদ্ধতির অর্থ আরও একটু ব্যাখ্যা করা যাক।

৪ একটি জোড় সংখ্যা এবং এটি ২ দ্বারা বিভাজ্য

৬ ” ” ” ” ” ২ ” ”

১২ ” ” ” ” ” ২ ” ”

১২০ ” ” ” ” ” ২ ” ”

অতএব যে কোন জোড় সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য। উল্লেখ্য যে এখানে প্রাপ্ত সিদ্ধান্ত কেবলমাত্র আরোহী পদ্ধতিতেই পাওয়া যায়, তা নয় ঐ সিদ্ধান্ত যৌক্তিক পদ্ধতিতেও পাওয়া যায় বলেই তা অকাট্য। জোড় সংখ্যার সংজ্ঞা হ'ল যে তা দুই দ্বারা বিভাজ্য।

প্রমাণ কর যে কোন জোড় সংখ্যা দুই দ্বারা বিভাজ্য।

প্রমাণঃ সংখ্যা শ্রেণি দশ-ভিত্তিক বলে দশক, শতক, হাজার ইত্যাদি স্থানীয় সংখ্যাগুলো অবশ্যই ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে, কারণ তারা ১০ এর গুণিতক। অতএব একক স্থানীয় অঙ্ক ২ দ্বারা বিভাজ্য হলে যে কোন সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য বা জোড় সংখ্যা হবে।

আরোহী পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাঃ

আরোহী পদ্ধতির সুবিধা:

১. এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীকে প্রথম বাস্তবভিত্তিক তথ্যের মাধ্যমে শেখান হয় ফলে শিক্ষার্থী বিষয়টি বুঝে নেবার যথেষ্ট সুযোগ পায়।

২. শিক্ষার্থীরা এই পদ্ধতিতে সমস্যা সমাধানে 'কেন ও কিভাবে' এসব প্রশ্নের জবাব পেতে পারে।

৩. শিক্ষার্থীরা পাঠদানকার্যে সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণ করে বলে তাদের মানসিক ক্ষমতার উন্নতি হয়।

৪. মুখস্থকরণ ও বাড়ির কাজের বেশি চাপ থাকে না।

আরোহী পদ্ধতির অসুবিধাঃ

১. এই পদ্ধতিতে কোন সিদ্ধান্তে উপনীত হলেই তাকে সব সময় সত্য বলা যায় না- সম্ভবনার প্রশ্ন রয়ে যায়।

২. পদ্ধতিটি দীর্ঘ এবং ক্লান্তিকর।

৩. অনুশীলনের জন্য প্রদ্ধতিটি যথোপযুক্ত নয়। সময়ের অপচয় ঘটে।

অবরোহী পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাঃ

অবরোহী পদ্ধতির সুবিধাঃ

১. পূর্বের প্রমাণিত সত্য সূত্র বা নিয়ম বলে ব্যবহৃত হয়, ফলে প্রমাণের আর প্রয়োজন হয় না।

২. গণিত বিষয়ে অনুশীলনের জন্য পদ্ধতিটি কার্যকর।

৩. সূত্র প্রয়োগ করে অতি সংক্ষেপে যুক্তির মাধ্যমে ধাপে ধাপে সমস্যা সমাধানে অগ্রসর হওয়া যায়।

অবরোহী পদ্ধতির অসুবিধাঃ

১. এই পদ্ধতিতে সিদ্ধান্ত থেকে পাঠ শুরু হয় বলে শিক্ষার্থীরা সিদ্ধান্তে পৌছাঁর প্রক্রিয়া সম্পর্কে অবহিত হতে পারে না

২. শুধু মুখস্ত করে খুব বেশি কিছু শিখতে গেলে শিক্ষার্থীদের স্মৃতি শক্তির উপর বেশি চাপ পড়ে।

সিদ্ধান্তঃ

অনেকগুলো উদাহরণের মাধ্যমে যখন কোন সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় তখন তাকে আরোহী পদ্ধতি বলে। একটি সাধারণ সত্যকে স্বীকার করে নিয়ে যখন বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে উহার সত্যতা প্রমাণ করা হয় তখন তাকে অবরোহী পদ্ধতি বলে।

- কোন নতুন গাণিতিক নিয়ম বোঝাবার জন্য আরোহী পদ্ধতি অনুসরণ করাই শ্রেয়। কেননা এই পদ্ধতিতে অধিক ব্যাখ্যা সহকারে শিক্ষার্থীদের গাণিতিক তথ্য, প্রক্রিয়া, সূত্র বা সিদ্ধান্ত বোঝানো হয় ।
- আপাত দৃষ্টিতে অবরোহী পদ্ধতিতে সমস্যা সমাধান সহজতর মনে হলেও বুঝে অঙ্কটি করার জন্য এ পদ্ধতি মোটেই ঠিক পদ্ধতি নয়। তবে সূত্রটি একবার বুঝে গেলে পরবর্তী পর্যায়ে বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের জন্য অবরোহী পদ্ধতি অবলম্বন করাই শ্রেয়।

সুতরাং বলা যায় যে গণিত শিক্ষায় আরোহী ও অবরোহী উভয় প্রকার পদ্ধতিই ব্যবহার করার প্রয়োজন রয়েছে। উভয় পদ্ধতিই কার্যকরী হবে যদি শিক্ষক প্রয়োজন অনুযায়ী সঠিকভাবে পদ্ধতিগুলো ব্যবহার করতে পারেন।

মূল্যায়নঃ

১. উদাহরণসহ আরোহ ও আরোহী পদ্ধতি ব্যাখ্যা করুন।

২. আরোহ ও আরোহী পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধা উল্লেখ করুন।

৩. শিক্ষক হিসেবে আরোহ ও অবরোহী তুলনামূলক পর্যালোচনা করুন।

পাঠ ২: আবিষ্কার পদ্ধতি (Heuristic Method)

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আবিষ্কার পদ্ধতি সম্পর্কে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গণিত শিক্ষাদানে আবিষ্কার পদ্ধতির কার্যকারিতা সর্ম্পকে বলতে পারবেন।
- গণিত শিক্ষাদানে আবিষ্কার পদ্ধতি ব্যবহার করতে পারবেন।
- শ্রেণিকক্ষে গণিত শিক্ষাদানে এই পদ্ধতি প্রয়োগের সুবিধা ও অসুবিধা বলতে পারবেন।

বিষয়বস্তুর উপস্থাপন

আবিষ্কার পদ্ধতি কাকে বলে তা আলোচনার আগে আবিষ্কার কথাটি অর্থ ব্যাখ্যা করার প্রয়োজন। আবিষ্কার বা Heuristic কথাটি এসেছে গ্রীক শব্দ থেকে। শব্দটির অর্থ হল আমি আবিষ্কার করি (I find out) । এই কথাটির মধ্যেই আবিষ্কার পদ্ধতির অর্থ নিহিত রয়েছে। এখানে শিক্ষার্থী নিজে আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হয়েছে।

আবিষ্কার পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

এই পদ্ধতির প্রধান বৈশিষ্ট্য হল শিক্ষার্থীকে কোন কিছু বলে দেওয়া হবে না, সে নিজে তার প্রস্তুতি ও আগ্রহ অনুযায়ী সমস্যা নির্বাচন করবে ও তার সমাধান করবে। তাই বলে শিক্ষকও নিষ্ক্রিয় হয়ে বসে থাকবেন না। তিনি অত্যন্ত দক্ষতার সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে এমন একটি সহায়ক পরিবেশ সৃষ্টি করবেন যাতে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই স্বতঃস্ফুর্তভাবে পাঠের বিষয়বস্তু নির্বাচন করবে, তার সমাধানের পথ খুঁজে বের করতে উৎসাহিত হবে, উপযুক্ত নিয়ম ও সূত্র ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করবে। এক্ষেত্রে সহায়ক পরিবেশ বলতে শিক্ষার্থীদের সঙ্গে শিক্ষকের বন্ধুসুলভ ব্যবহার থেকে শুরু করে, বইপত্র ও যন্ত্রপাতি ইত্যাদি- গণিত শিক্ষায় প্রয়োজনীয় সব কিছু সরবরাহ করাকে বুঝায়। শুধু সহায়ক পরিবেশ সৃষ্টি করে তিনি ক্ষান্ত হবেন না। শ্রেণিকক্ষের শিক্ষাদান ও শিক্ষার্জনের কাজের পুরো দায়িত্বে তিনি থাকবেন, শিক্ষার্থীদের প্রয়োজনীয় নির্দেশ দিবেন এবং ছোট ছোট প্রশ্নের মাধ্যমে তাদেরকে জ্ঞান লাভের সঠিক পথে এগিয়ে যেতে সাহায্য করবেন। বস্তুতঃ এই পদ্ধতিতে ছাত্র-শিক্ষক উভয়ে জ্ঞানলাভের কার্যে পুরোপুরি সক্রিয় থাকবে। কেউ নিষ্ক্রিয় থাকবে না।

পরিশেষে বলা যায় যে, এই পদ্ধতি পৃথক কোন পদ্ধতি নয়। এই একটি বাস্তবমুখী কৌশল এবং এই কৌশল সব পদ্ধতির মাঝেই থাকতে পারে। এখানে শিক্ষার্থীরা নিজেরা আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হচ্ছে। বস্তুতঃ যে কোন কার্যকর পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা নিজেরা আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হচ্ছে। যে কোন কার্যকর পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের নিজেদের সমাধান খুঁজে বের করতে দেওয়া হয়। তবে তফাৎ হচ্ছে এই যে এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের দ্বারা আবিষ্কারের উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। অন্য পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা একটু আধটু আবিষ্কার করতেও পারে আর নাও পারে কিন্তু এই পদ্ধতিতে তাকে আবিষ্কারের কাজে নিয়োজিত থাকতেই হবে, তথ্য সংগ্রহ করতে হবে, সমস্যা সমাধানের জন্য হাইপোথেসিস নির্ধারণ করতে হবে। এবং তার সত্যতা নির্ধারণের জন্য পরিকল্পনা অনুযায়ী অগ্রসর হতে হবে। এভাবে শিক্ষার্থী মূর্ত তথ্য হতে বিমূর্ত জ্ঞানলাভ করতে সক্ষম হবে।

এই পদ্ধতি বেশ সময় সাপেক্ষ বলে বর্তমানে এই পদ্ধতির কিছুটা সংশোধন করে নির্দেশ অনুসারে আবিষ্কার পদ্ধতি (Guided Discovery) অনুসরণ করা হয়।

বিষয়বস্তু নির্বাচন:

এই পদ্ধতিতে সেই সব বিষয়বস্তু শিক্ষার্থীদের সামনে উপস্থাপিত করা হয় যা তারা শিখতে চাইবে। অর্থাৎ খুব সোজা বা খুব কঠিন বিষয় এই পদ্ধতিতে শেখাবার উপযোগী নয়। এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের বিষয়বস্তু বলে না দিয়ে তাদের এসব নির্বাচনে সাহায্যে করা হয়।

এখানে কোন ধরা বাঁধা নিয়ম নেই। অনেক সময় দেখা যায় এই পদ্ধতিতে শিক্ষাদানের উপযোগী করে পাঠ্যপুস্তকে সমস্যা দেওয়া হয়। শিক্ষার্থীরা নিজেরা এসব সমস্যা নির্বাচন করে ও সমাধান করে। আবার কখনও কখনও শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সঙ্গে ঘরোয়া পরিবেশে পূর্ব পাঠের আলোচনা করেন, যেখানে শিক্ষার্থীরা পরে কি কি বিষয়ে শিক্ষালাভ করবে তার একটা ধারণা দেন। তখন শিক্ষার্থীরা উৎসাহী হয়ে আলোচিত বিষয়গুলি থেকে নিজেদের পছন্দমত বিষয় শিক্ষা লাভের জন্য বেছে নেয়। অনেক সময় শিক্ষার্থীদের তাদের নিজেদের মাঝে এ নিয়ে আলাপ আলোচনা করতে উৎসাহিত করা হয় এবং সেই আলোচনার মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা শিক্ষার বিষয় নির্বাচন করে। লাইব্রেরিতে বই পুস্তক পাঠ করার সময় সমস্যা সর্ম্পকে কৌতুহলের উদ্রেক হয়। তখন সেখান থেকেও শিক্ষার্থীরা সমস্যা নির্বাচন করতে পারে। আবিষ্কার পদ্ধতির জন্য নিম্নের উদাহরণগুলো দেখা যেতে পারে।

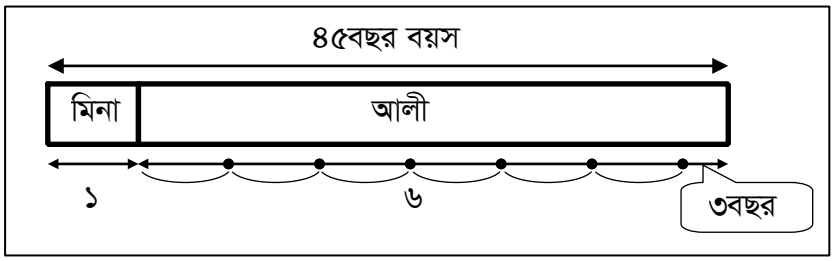
- মিনা, আলীর মেয়ে। তাদের বয়স একত্রে ৪৫ বছর। আলীর বয়স মিনার বয়সের ৬ গুণের চেয়ে ৩ বছর বেশি। আলী ও মিনার বয়স কত?

উক্ত সমস্যা সমাধানের জন্য আবিষ্কার পদ্ধতির তিনটি কৌশল নিম্নে বর্ণিত হল:

কৌশল-১: চিত্র অংকন

এখানে চিত্রে সম্ভব্য সমাধানটির দৃশ্যরূপ দেখানো হল।

তাদের বয়সের সমষ্টি ৪৫ বছর। আলীর বয়স মিনার বয়সের ৬ গুণের চেয়ে ৩ বছর বেশি। নিচের চিত্রে ব্যাপারটি প্রকাশ করা হয়েছে।



মিনার বয়সের ৭ গুণ = ৪৫ বছর - ৩ বছর = ৪২ বছর

এজন্য,

মিনার বয়স = ৪২ ÷ ৭ = ৬ বছর এবং আলীর বয়স = ৬ × ৬ + ৩ = ৩৯ বছর

মিনার বয়স ৬ বছর, আলীর বয়স ৩৯ বছর।

উত্তরটি সঠিক হয়েছে কিনা তা যাচাই করুন: মোট বয়স= ৬ + ৩৯ = ৪৫,

আলীর বয়স =৬× ৬+ ৩ = ৩৯ বছর

কৌশল-২: নমনুা খুঁজে পাওয়া

এ কৌশলে কিছু ক্ষেত্রে একই ধরনের প্যাটার্ন খুঁজে নিতে হয়। এ জন্য কয়েক বার ভুল-প্রচেষ্টা অনুশীলন করতে হয়। সমস্যাটিতে যদি মিনার বয়স ১ বছর ধরা হয়, তাহলে আলীর বয়স হবে: ১ × ৬ + ৩ = ৯ বছর। একত্রে মোট বয়স হবে ১ + ৯ = ১০ বছর।

নিম্নের ছকটিতে ৩ পর্যন্ত এই প্রক্রিয়া দেখান হয়েছে।

মিনার বয়স	১	২	৩	৪	৫	৬	---
আলীর বয়স	৯	১৫	২১				
মোট বয়স	১০	১৭	২৪				

মোট বয়সের সারিটির ১০, ১৭, ২৪ পরেরটি আগেরটি থেকে ৭ বেশি। ৭ করে বৃদ্ধিতে মোট যোগফল ১০, ১৭ এবং ২৪। যখন মিনার ৪, ৫, ৬,--- বছর বয়স হবে তখন মোট যোগফল হবে ৩১, ৩৮, ৪৫,-----হবে। এজন্য, যখন মিনার বয়স ৬ বছর, তখন একত্রে মোট বয়স হবে ৪৫ বছর। তাহলে আলীর বয়স হলো ৩৯ বছর। এটিকে একটি প্যাটার্নও বলা যায়।

মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর।

কৌশল ৩: সম্ভাব্য সকল কিছু পরীক্ষা করা

এ পদ্ধতিটি খবু ই সাধারণ। সঠিক উত্তর খুঁজে না পাওয়া পযর্ন্ত সমস্যার সম্ভাব্য সকল মান বসিয়ে পরীক্ষা করে দেখতে হবে। এজন্য অনেকবার ভুল এবং সংশোধন করে প্রতিবার পরীক্ষা করে দেখতে হবে। পূর্বোক্ত আবিষ্কার পদ্ধতির ২ নং কৌশলের সমস্যাটি যদি এই প্রক্রিয়ায় সমাধান করতে চাই তাহলে আমরা মিনার বয়স ১ বছর ধরব। অর্থাৎ ১ থেকে শরু করব, তাহলে নিম্নে বর্ণির্ত ছক অনসুারে হিসাব নিকাশ করতে হবে।

মিনার বয়স	**১**	**২**	**৩**	**৪**	**৫**	**৬**	---
আলীর বয়স	**৯**	**১৫**	**২১**	**২৭**	**৩৩**	**৩৯**	
মোট বয়স	**১০**	**১৭**	**২৪**	**৩১**	**৩৮**	**৪৫**	

উপরোক্ত ছক থেকে আমরা একটি উত্তর পাব: মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর।

এছাড়া, বিষয়টি বর্ধিতরূপে অনুধাবনের জন্য আমরা যে কোন সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে পারি। আগের উদাহরণে মিনার বয়স ৮ বছর ধরা হয়, তাহলে ৮ সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে হবে-

১) যদি মিনার বয়স ৮ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = ৮ × ৬ + ৩ = ৫১ বছর

দইু জনের একত্রে বা মোট হয় = ৮ + ৫১ = ৫৯ > ৪৫

এটি সঠিক নয়। মোট বয়স এর থেকে কম। তাই পরের মানগুলো কমাতে হবে।

যদি মিনার বয়স ৭ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = ৭ × ৬ + ৩ = ৪৫ বছর

দুই জনের মোট হয় = ৭ + ৪৫ = ৫২ > ৪৫

এটিও সঠিক নয়। মোট বয়স এর থেকে কম। তাই পরের মান আর কমবে।

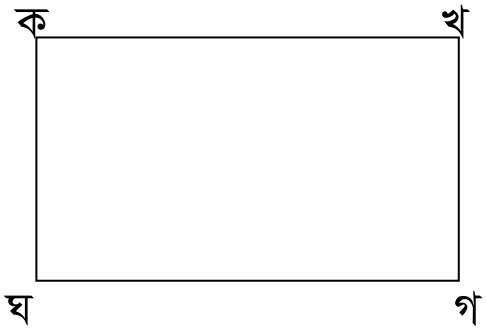
২) যদি মিনার বয়স ৬ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = ৬ × ৬ + ৩ = ৩৯ বছর

দইু জনের মোট বয়স হয় = ৬ + ৩৯ = ৪৫ এটি সঠিক মান।

অতএব মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর।

- আয়তক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য আবিষ্কার কর। শিক্ষক প্রয়োজনবোধে কোন কোন দলকে পুনরাবৃত্তি করতে বলবেন এবং তাদের দক্ষতা মূল্যায়ন করবেন।

আয়তক্ষেত্রের



১. প্রত্যেক বাহুগুলোর মধ্যে কী কী সম্পর্ক আছে তা পরিমাপ করুন ?

২. প্রত্যেক কোণ মেপে দেখুন:

∠কখগ=

∠খগঘ=

∠গঘক=

∠খকঘ=

৩. কগ এবং ঘখ অংকন করে এগুলো কর্ণেও দৈর্ঘ্য মাপুন এবং এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করুন।

৪ কর্ণের সংগে বাহুগুলোর কোণ মেপে নিয়ে ও তাদের সম্পর্ক নির্ণয় করুন।

আবিষ্কার পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধা:

যথাযথভাবে ব্যবহার করতে পারলে আবিষ্কার পদ্ধতি গণিত শিক্ষাদানে সবচেয়ে বেশি কার্যকরী পদ্ধতি হিসাবে পরিগণিত হতে পারে। কেননা গণিত বিষয়ে যে ধর্ম, তার যে অজস্র নিয়মকানুন, সূত্র বা প্যাটার্ণ রয়েছে, শিক্ষার্থী যতক্ষণ না সে সব আবিষ্কার করতে উদ্বুদ্ধ বা অনুপ্রাণিত হবে গণিতের বিষয়বস্তু বা তার অর্ন্তনিহিত/ততক্ষণ মর্ম সে বুঝতে বা অনুধাবন করতে সক্ষম হবে না। জ্যামিতি শিক্ষাদান এই পদ্ধতি বেশিব্যবহৃত হলেও পাটিগণিত বা বীজগণিত শিক্ষাদানেও তা ব্যবহৃত হতে পারে। নীচে আবিষ্কার পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধা পরিষ্কারভাবে উল্লেখ করা হল।

সুবিধা:

১. আবিষ্কার পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা নিজেরা আবিষ্কারক বলে স্বাধীনভাবে তাদের চিন্তা করার এবং চিন্তার বিকাশ ঘটানোর সুযোগ পাবে।

২. এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতার মাধ্যমে শেখে বলে পাঠ্য বিষয় সহজেই মনে রাখতে পারে।

৩. শিক্ষার্থীরা হাতে কলমে কাজ করে বলে বাস্তব জ্ঞান অর্জন করবে এবং কাজের প্রতি আগ্রহ জন্মাবে।

৪. আনুষ্ঠানিক পরিবেশে শিক্ষক ও শিক্ষার্থীর সক্রিয় সহযোগিতায় শ্রেণিকক্ষে কাজ চলে বলে তাদের মাঝে একটা হৃদ্যতা গড়ে ওঠে।

৫. শিক্ষার্থীরা আবিষ্কারের মাধ্যমে আনন্দ লাভ করে ও শ্রেণিকক্ষে মনোযোগী থাকে।

৬. বিদ্যালয়ে সব কাজ শেষ করতে হয় বলে শিক্ষার্থীর ওপর বাড়ির কাজের চাপ থাকে না।

৭. এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের মাঝে আত্মনির্ভরশীলতার মনোভাব গড়ে উঠে এর ফলে তার কর্মদক্ষতা বৃদ্ধি পায় এবং শিখন সুদৃঢ় হয়।

৮. শিক্ষার্থী নিজস্ব গতিতে ও ভুলের মাধ্যমে পাঠ্যবিষয়কে আয়ত্ব করার সুযোগ পায়। তাই বিষয়বস্তুর ধারণা সে সঠিকভাবে উপলব্ধি করতে পারে।

৯. শিক্ষার্থীরা পারস্পারিক আলাপ-আলোচনা ও সহযোগিতার মাধ্যমে শিখতে পারে বলে তাদের মধ্যে নানা রকম সামাজিক গুণের বিকাশ ঘটে ।

১০. আবিষ্কার পদ্ধতি শিক্ষার্থীকে সমস্যা সমাধানের প্রশিক্ষণ দেয়। এর ফলে দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা সমাধানে সে ভীত হয় না।

অসুবিধাঃ

১. এই পদ্ধতির বড় অসুবিধা হল শিক্ষার্থীকে আবিষ্কারকের ভূমিকায় স্থাপন করা। তাত্ত্বিক দিক থেকে এটা সম্ভব হলেও বাস্তবে তা কার্যকর করা যায় না।

২. প্রথম দিকে এই পদ্ধতি অনুসরণ করা অত্যন্ত কঠিন ব্যাপার এবং ঠিকমত অনুসরণ করতে না পারলে এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা কিছু শিখতে পারে না।

৩. সকল শিক্ষার্থী এক পদ্ধতিতে শিখে না, জ্ঞান লাভের জন্য বিভিন্ন শিক্ষার্থী বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করে, এজন্য সাধারণ শ্রেণিকক্ষে এ পদ্ধতি অনুসরণ করা যায় না।

৪. সব শিক্ষকের পক্ষে এই পদ্ধতি অনুসরণ করা সহজ বা সম্ভব নয়। পাঠদানসহ সুষ্ঠুভাবে পরিচালনা করার জন্য তাকে গভীরভাবে চিন্তা করতে হয়। নিজেকেই ঠিক করে নিতে হয় কি রকম প্রশ্ন করবেন, শ্রেণিকক্ষের শিক্ষাদানে শিক্ষার্থীদের কতটা সাহায্য করবেন ইত্যাদি। কোন সময় এই সাহায্য বেশি হয়ে যায় আবার কোন সময় এই সাহায্য কম হয়ে যায় ফলে শিক্ষার্থীদের পক্ষে জ্ঞান লাভ কঠিন হয়ে পড়ে।

৫. এই পদ্ধতি ঠিকমত অনুসরণ করতে না পারলে শিক্ষার্থীরা কিছুই শিখতে পারবে না। একবার এদিক আর একবার ওদিক করতে করতে তাদের সময় নষ্ট হবে।

৬. এই পদ্ধতি অত্যন্ত ব্যয় বহুল। প্রত্যেক শিক্ষার্থীর জন্য অনেক উপকরণ ও যন্ত্রপাতির প্রয়োজন হয়।

৭. এই পদ্ধতি অনুযায়ী পাঠদানের জন্য বিশেষ প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকের প্রয়োজন। শিক্ষককে প্রচুর পরিশ্রম ও সময় ব্যয় করে প্রস্তুতি নিতে হয়।

মূল্যায়নঃ

১. আবিষ্কার পদ্ধতি উদাহরনসহ ব্যাখ্যা করুন।

২. আবিষ্কার পদ্ধতির কার্যকারিতা বর্ণনা করুন।

৩. গনিত শিক্ষাদানে আবিষ্কার পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধা আলোচনা করুন।

অধ্যায় ৬

গণিত শিক্ষোপকরণ

পাঠদানকে প্রাণবন্ত করে তুলতে শিক্ষোপকরণের ভূমিকা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গণিতের বিভিন্ন ধারণা গঠনে প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণ শক্তি বৃদ্ধি এবং উদ্ভাবনী ক্ষমতা ত্বরান্বিত করায় গণিত শিক্ষোপকরণের কার্যকরী ব্যবহার অপরিহার্য। শ্রেণিকক্ষে বক্তব্যমূলক বর্ণনা শুনে শিক্ষার্থী কোন প্রক্রিয়া বা ধারণা সম্পর্কে সন্তুষ্ট নাও থাকতে পারে। শিক্ষোপকরণের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি মনোযোগী করে তোলা যায়, কল্পনা শক্তির বিকাশ সাধন করা যায়, শিক্ষণীয় বিষয়বস্তুকে সহজ, সরল এবং প্রাঞ্জল করা যায়। সুতরাং বলা যায় শিক্ষোপকরণ বিষয় বস্তুর ধারণা সম্প্রসারণে সহায়তা করে থাকে। তাই এই অধ্যায়ে গণিত শিক্ষোপকরণের উপযোগিতা ও বৈশিষ্ট্য, গণিত শিক্ষোপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা, বিভিন্ন ধরনের গণিত শিক্ষোপকরণ এবং গণিত শিক্ষায় তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি (Information and Communication Technology-ICT) ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

বর্তমানে আইসিটি মানুষের জীবন ধারণের পদ্ধতিকে বদলে দিয়েছে - জীবনকে করেছে সহজ ও আনন্দময়। শিক্ষা ক্ষেত্রেও তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি যোগ করেছে নতুন মাত্রা। যোগাযোগ ও বিনোদনের সকল মাধ্যম জয় করে তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি আজ স্থান করে নিয়েছে গ্রামের বিদ্যালয়ের ছোট্ট শ্রেণীকক্ষেও - যেখানে শিক্ষার্থীরা বই-খাতার পাশাপাশি কম্পিউটারেও শিখতে শুরু করেছে। ২০২১ সালের মধ্যে 'ডিজিটাল বাংলাদেশ' গড়ে তোলার অগ্রযাত্রায় শিক্ষার সার্বিক গুণগত মানোন্নয়নে শিক্ষার সকল পর্যায়ে তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তির ব্যবহার তাই আজ সময়ের দাবী।

পাঠ ১: গণিত শিক্ষোপকরণের ধারণা

এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে গণিত শিক্ষণ শিখনে ব্যবহার উপযোগি শিক্ষা উপরণ তৈরি করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- শিক্ষা উপকরণ বলতে কী বোঝায়?
- পাশের চিত্রে কোনটি শিক্ষা উপকরণ? কোনটি শিক্ষা উপকরণ নয়?
- গণিত শিক্ষায় শিক্ষোপকরণের উপযোগিতা বা প্রয়োজনীয়তা কী?
- গণিত শিক্ষোপকরণের বৈশিষ্ট্য কী?
- সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য শিক্ষোপকরণ কী হতে পারে?
- বিভিন্ন প্রকার পরিমাপ শেখানোর জন্য শিক্ষোপকরণ কী হতে পারে?
- বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক ধারণা শেখানোর জন্য শিক্ষোপকরণ কী হতে পারে?

শিক্ষোপকরণ

মুখের ভাষা হলো বিমূর্ত। কারণ মুখের বলা কথা দেখা যায়না, শুনে মনে রাখতে হয়। অপরদিকে চোখে দেখা সামগ্রী মানস পটে একটি স্থায়ী চিত্র অংকন করে। সেজন্যে বিমূর্ত জ্ঞান সম্মন্ধীয় কথা লোকে উপকরণ ব্যবহার করার মাধ্যমে মূর্ত করা যায়।

শিক্ষাক্ষেত্রে বিভিন্ন ধারণা ভাব থেকে ভাষার মাধ্যমে আমাদের মনকে সঞ্চারিত করে। কিন্তু পুরো ভাবটা অস্পষ্ট ও ক্ষণস্থায়ী থেকে যায়। ধারণা বা ভাবকে বস্তুগত উদাহরণের মাধ্যমে আরো স্পষ্ট ও স্থায়ী করা যায়। এই বস্তুগত উদাহরণগুলোকেই শিক্ষা উপকরণ বলা হয়।
অন্যভাবে বলা যায়, শিক্ষাদান প্রক্রিয়াকে সজীব ও ফলপ্রসূ করে তোলার জন্য শিক্ষক তার পাঠদানের সময় যেসব মূর্ত জিনিস ব্যবহার করে থাকেন- যার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর বিভিন্ন ইন্দ্রিয় সমূহকে উপযুক্তভাবে সঞ্চালিত ও সক্রিয় করা সম্ভব হয়, সেই মূর্ত জিনিসগুলোই শিক্ষা উপকরণ।

গণিত শিক্ষায় শিক্ষোপকরণের প্রয়োজনীয়তা

গণিত শিক্ষায় শিক্ষোপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা পাঠের বাস্তব ভিত্তিক ধারণা লাভে সক্ষম হয়। পাঠ্য বিষয়ের দুর্বোধ্য ধারণা তাদের কাছে পরিষ্কার হয় বলে শিখনফল অধিকতর ফলপ্রসু হয়। উপরন্তু, শিক্ষার্থীদের অনুমান ও চিন্তা করার ক্ষমতা শাণিত হয়। শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষণে বৈচিত্র্য আনা সম্ভব হয়। এতে শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি একঘেয়েমীও দূর হয়। শিক্ষার্থীরা পাঠ গ্রহণে অনুপ্রেরণা লাভ করে, শ্রেণিতে সজাগ, সজীব ও সক্রিয় থাকে। অর্থাৎ, শিক্ষার্থীরা পাঠের প্রতি মনোযোগী ও উৎসাহী হয়ে ওঠে। শিক্ষা উপকরণ পাঠদানে শিক্ষককেও সহায়তা করে। শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে পাঠদানে সময় কম লাগে। শিক্ষকের পাঠ উপস্থাপন সাবলীল, আকর্ষণীয় ও প্রাণবন্ত হয়।

গণিত শিক্ষোপকরণের বৈশিষ্ট্য

গণিত শিক্ষায় উপকরণ নির্বাচন ও ব্যবহারের ক্ষেত্রে তার গুণগত ও প্রায়োগিক দিক সমূহ বিবেচনা করা একান্ত কর্তব্য। গুণগত দিক বিচারের ক্ষেত্রে উপকরণের তিনটি বৈশিষ্ট্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হবে-

(ক) শিক্ষা উপকরণের উপযোগিতা
(খ) শিক্ষা উপকরণের নির্ভরযোগ্যতা
(গ) শিক্ষা উপকরণের সহজলভ্যতা

গণিত শিক্ষোপকরণের উপযোগিতা বিচারের বিবেচ্য দিক

গণিত শিক্ষোপকরণের উপযোগিতা বিচারের ক্ষেত্রে যে দিকগুলোর প্রতি লক্ষ্য রাখতে হবে তা হচ্ছে-

(১) বিষয় সম্পৃক্তি

গণিত শিক্ষণসামগ্রী বা উপকরণ অবশ্যই নির্দিষ্ট বিষয়বস্তু সম্পৃক্ত হতে হবে। ত্রিভুজ পড়াতে গিয়ে সেট স্কয়ার প্রদর্শন করা যেতে পারে। অনুরূপভাবে বৃত্ত আলোচনা করতে গিয়ে গোলাকার কোন বস্তুকে প্রদর্শন করা যেতে পারে।

(২) নির্দিষ্ট শ্রেণির মান বিবেচনা

উপকরণ নির্বাচনে নির্দিষ্ট শিক্ষার্থীর শিক্ষার মান বিবেচনা করতে হবে। এ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর স্তর ও বয়স উভয় বিষয়ই বিবেচ্য। কারণ উপকরণ কেবল বিষয় বস্তুর উপযোগী হলে চলে না, শ্রেণির উপযোগীও হতে হবে। প্রাথমিক স্তরে যে ছবি, মডেল বা বাস্তব উপকরণ শিক্ষার্থীদের আকৃষ্ট করে এবং সেই সংগে তাদের অভিজ্ঞতার জগৎকেও সম্প্রসারিত করে, ঠিক সেই উপকরণটি মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য কৌতুহলোদ্দীপক বা তাদের জ্ঞান বর্ধ্বনে সহায়ক নাও হতে পারে ।

(৩) দর্শনযোগ্যতা

গণিত শিক্ষা উপকরণ অবশ্যই দর্শনযোগ্য হবে। এ ক্ষেত্রে উপকরণের আকার, রঙের ব্যবহার ইত্যাদি বিবেচনা লাভ করবে। যে উপকরণ শিক্ষার্থী ঠিকমতো দেখতে বা বুঝতে পারে না, তা ব্যবহার করা সমীচীন নয়।

(৪) সময়োপযোগিতা

শ্রেণীকক্ষে ঠিক কোন সময়ে উপকরণ ব্যবহার করতে হবে তা শিক্ষকের জন্য একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। সাধারণ ভাবে, প্রস্তুতি পর্বের শেষে এবং উপস্থাপন পর্বের শুরুতে উপকরণ প্রদর্শনের উপযুক্ত সময়। তবে পাঠ্য বিষয়বস্তুকে অধিকতর অর্থবহ ও তাৎপর্যপূর্ণ করে তোলার ক্ষেত্রে পাঠদানের যে কোন পর্বেই উপকরণ ব্যবহৃত হতে পারে। এমনকি, পাঠের মূল্যায়ন পর্বেও শিক্ষার্থীদের সন্দেহ দূরীকরণের ক্ষেত্রে উপকরণ ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা দেখা দিতে পারে।

(৫) অভিনবতা ও আকর্ষণীয়তা

গণিত শিক্ষোপকরণ অবশ্যই আকর্ষণীয় হতে হবে, তবে এ আকর্ষণ বিষয় সম্পৃক্ততাকে অগ্রাহ্য করবে না। অনেক ক্ষেত্রে উপকরণের অভিনবত্ব শিক্ষার্থীর পাঠে অগ্রাহ ও গভীর অভিনিবেশ সৃষ্টি করতে পারে। দীর্ঘকাল ধরে ব্যবহৃত অস্পষ্ট ও বিবর্ণ উপকরণ ব্যবহার না করাই শ্রেয়।

(৬) ব্যবহারিক উপযোগিতা

গণিত শিক্ষোপকরণ সহজে ব্যবহার করার উপযোগী হতে হবে-যাতে শিক্ষার্থী বা শিক্ষক উপকরণ সহজেই নাড়া-চাড়া করতে সক্ষম হন। উপকরণ ব্যবহারে শিক্ষার্থীর সম্পৃক্ততা পাঠকে অর্থবহ করে তোলে।

গণিত শিক্ষোপকরণের নির্ভরযোগ্যতা বিচারের বিবেচ্য বিষয়

শ্রেণিতে পঠন-পাঠনের সহায়ক গণিত শিক্ষোপকরণ অবশ্যই নির্ভরযোগ্য হতে হবে। নির্ভরযোগ্যতা বিচারে নিচের দিকগুলোর ওপর জোর দিতে হবে।

(১) শুদ্ধতা ও তথ্যের সম্পৃক্ততা

উপকরণে প্রদর্শিত তথ্য নির্ভুল হতে হবে এবং সেই তথ্য হবে সাম্প্রতিক। পুরনো তথ্য পাঠের সহায়ক হবে না, বরং তা শিক্ষার্থীকে বিভ্রান্ত করবে।

(২) নিরাপত্তার নিশ্চয়তা

উপকরণ হিসাবে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতি ও সরঞ্জামাদি নিরাপদে ব্যবহারের উপযোগী হতে হবে।

(৩) প্রদর্শনযোগ্যতা ও কার্যক্ষমতা

শিক্ষণ সামগ্রী প্রদর্শনের ক্ষেত্রে তার আকার ও আয়তনের দিকটি দেখতে হবে। প্রচলিত মূল্যবোধ ও বিশ্বাসকে আঘাত করে এমন কোন উপকরণ ব্যবহার করা কোন ক্রমেই উচিৎ নয়।

গণিত শিক্ষোপকরণের সহজলভ্যতা

উপকরণের সহজলভ্যতা শিক্ষক ও শিক্ষার্থীকে উপকরণ ব্যবহারে উৎসাহিত করে। স্থানীয়ভাবে পাওয়া স্বল্পমূল্য উপকরণ ব্যবহারের ওপর জোড় দিতে হবে। শিক্ষক শিক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট পাঠের সহায়ক উপকরণ সম্পর্কে প্রয়োজনীয় নির্দেশনা দিতে পারেন এবং এ সকল উপকরণ সংগ্রহ ও সংরক্ষণে তাদের উৎসাহিত করতে পারেন। উপকরণের সহজলভ্যতার ক্ষেত্রে উন্নত উপকরণ প্রস্তুত ও ব্যবহারে উদ্যোগ গ্রহণ করতে হবে। শিক্ষক-শিক্ষার্থী মিলে এ জাতীয় উপকরণ প্রস্তুত করতে পারেন। এতে করে কোন বিষয় হাতে কলমে শেখার সুযোগ ঘটে।

সহজলভ্য স্থানীয় উপকরণঃ আমাদের চারপাশের পরিবেশে অসংখ্য দ্রব্যসামগ্রী ছড়িয়ে ছিটিয়ে আছে যা গণিত শিক্ষাদানের ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ এবং মূল্যবান উপকরণ হিসাবে বিবেচিত হতে পারে। শিক্ষক শিক্ষার্থী এগুলো সহজে ও স্থানীয় ভাবে সংগ্রহ করতে পারেন। যেমন- ফুল, পাতা, বিভিন্ন প্রকার ফলের বীজ, ফেলে দেয়া বোতলের ছিপি, কাঠের টুকরো, পাটকাঠি ইত্যাদি।

শিক্ষোপকরণের শ্রেণীবিভাগঃ

দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ (Visul Teaching Aids): যেসব উপকরণ চোখে দেখা যায় তাকে দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ বলা হয়। যেমন সেটস্কয়ার, জ্যামিতি বক্স, চার্ট, জিওবোর্ড, ব্ল্যাকবোর্ড, চক, ডাস্টার, পোস্টার পেপার, পাঠ্যপুস্তক ইত্যাদি।

শ্রবণ ভিত্তিক শিক্ষা উপকরণ (Audio Teaching Aids)ঃ যে সব শিক্ষা উপকরণ শ্রবণের মাধ্যমে শিক্ষাদানে সহায়তা করে তাকে শ্রবণ ভিত্তিক শিক্ষা উপকরণ বলা হয়। যেমন-রেডিও, গ্রামোফোন, টেপরেকর্ডার, বিভিন্ন ধরনের বাস্তব বস্তু ও নমুনা, ছবি, মডেল, ফিল্মস্ট্রিপ ও স্লাইড প্রজেক্টর, ওভার হেড প্রজেক্টর, প্রাসঙ্গিক জিনিস- ফুল, বক্স, বোতল, পাতা, খবরের কাগজ, কম্পিউটার, যন্ত্রপাতি ইত্যাদি।

শ্রবণ-দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ (Audio- Visul Teaching Aids) : যে সমস্ত শিক্ষা উপকরণ একই সাথে শোনা ও দেখা যায় তাকে শ্রবণ-দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ বলা হয়। যেমন- টেলিভিশন, কম্পিউটার, ডিভিডি, ভিসিআর, সবাক চলচ্চিত্র ইত্যাদি।

কল্পীত প্রতীকী মূলক শিক্ষা উপকরণ (Imaginary Teaching Aids) : যে সমস্ত শিক্ষা উপকরণ চোখে দেখা যায় না- কিন্তু শিক্ষকের কথা শুনে উপলব্ধি করা যায় এবং পাঠদান কাজে সহায়তা করে তাকে কাল্পনিক বা বাচনিক শিক্ষা উপকরণ (Imaginary Teaching Aids) বলে। যেমন- গল্প বলে বা বিভিন্ন ধরনের উপমা ও যুক্তি প্রদান করে পাঠদান করা, রূপকথা শোনানো, যুক্তি প্রদর্শন করা ইত্যাদি ।

প্রতীকী মূলক শিক্ষা উপকরণ : স্কুল টেক্সট বই, লইব্রেরীতে রক্ষিত গণিতের বিভিন্ন প্রকার সহায়ক পুস্তক অথবা শিক্ষাদানের জন্য মুদ্রিত হ্যান্ড-নোট, লিফলেট বা কোন নির্দেশনা- ইত্যাদি হচ্ছে প্রতীকী মূলক শিক্ষা উপকরণ। এদের আমরা কখনও কখনও শিখন সামগ্রী (Instructional Materials) হিসাবেও উল্লেখ করি। গণিত সাময়িকী, গণিতের ইতিহাস সম্পর্কিত বই, গণিত বিষয়ক বুলেটিন, গণিত বা পরিসংখ্যান জাতীয় যে কোন সরকারী বা বেসরকারী পত্রিকা বুলেটিন ইত্যাদি প্রতীকীমূলক উপকরণের উদাহরণ।

অনুসন্ধানমূলক উপকরণঃ যেসব উপকরণ শিক্ষার্থী স্পর্শ করতে পারে, হাতে নাড়াচাড়া করতে পারে- যা ব্যবহার করে তারা তাদের বিভিন্ন জিজ্ঞাসা বা সমস্যার সমাধানে উপনীত হতে পারে তাকে অনুসন্ধানমূলক উপকরণ বলে। যেমনঃ এ্যাবাকাস, ফুট স্কেল, মিটার স্কেল, চাঁদা (কোণ মাপনী), স্লাইড রুল, ক্যালকুলেটর, জ্যামিতি বক্স। এসব উপকরণকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়ঃ

- শিক্ষার্থীদের ব্যবহারের জন্য উপকরণ বা যন্ত্রপাতি
- শিক্ষকের ব্যবহারের জন্য উপকরণ বা যন্ত্রপাতি

শিক্ষকের ব্যবহারের জন্য যন্ত্রপাতিগুলি আকারে বড় হবে যাতে সকল শিক্ষার্থীর উদ্দেশ্যে এসব যন্ত্রপাতি প্রদর্শন করে মূল বক্তব্য বা ধারণা উপস্থাপন করা যায়।
নিচে অনুসন্ধান মূলক যন্ত্রপাতি বা উপকরণের কিছু তালিকা দেয়া হল।

(১) সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য

- গণনার বস্তু, মার্বেল, মাটির তৈরি বল, নুড়ি পাথরের টুকরো, পীচবোর্ড বা হার্ডবোর্ড কেঁটে তৈরী বিভিন্ন জ্যামিতিক ক্ষেত্র বা চিত্র বাঁশের কাঠের টুকরো, কাঠির বান্ডিল, স্কেল, পাতা ফুল, ফল ইত্যাদি।
- এ্যাবাকাস, ক্যালকুলেটর।
- বিভিন্ন আকারের (কাঠের) ঘনবস্তু। প্ল্যাইউড, তক্তা, হার্ডবোর্ড।
- মিটার স্কেল, ওজন যন্ত্র, ফুট স্কেল ইত্যাদি।

(২) সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশ শেখানোর জন্য

- ফ্লানেল বোর্ড বা ফ্লানেল কাপড়ের সুবিধাজনক টুকরো।
- পীচ বা কাঠের কাটা বৃত্ত, চতুর্ভুজ, আয়তক্ষেত্র ইত্যাদি যাতে অর্ধাংশ, এক তৃতীয়াংশ ইত্যাদি দেখান সম্ভব।
- পোস্টার বা কাগজে অঙ্কিত বিভিন্ন ভগ্নাংশের চার্ট।
- ফুট স্কেল, মিটার স্কেল (দশমাংশ দাগাঙ্কিত)

(৩) বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক ধারণার জন্য

- কাঠ বা কাগজের তৈরি বিভিন্ন আকৃতির ঘনবস্তুর মডেল।
- হার্ডবোর্ড বা কাগজের তৈরি ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, ইত্যাদি জ্যামিতিক ক্ষেত্র।

- জ্যামিতি বক্স, ড্রয়িং বোর্ড।
- ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি তৈরির জন্য দড়ি বা কাঠি।
- জ্যামিতিক চিত্রের চার্ট।
- গ্রাফ বোর্ড।

(৪) বিভিন্ন প্রকার পরিমাপের জন্য

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের উপকরণ: মিটার স্কেল, ফুট স্কেল, গজ ফিতা, টেপ।
- ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য পীচ বোর্ডের তৈরী ১ ইঞ্চি, এক বর্গফুট, ১ বর্গসেন্টিমিটার বিশিষ্ট ক্ষেত্র।
- ঘনক: ১ ঘন ইঞ্চি, ১ ঘন সেন্টিমিটার, ১ ঘন ফুট ইত্যাদি পরিমাপের কাঠের বা কাগজের তৈরি ঘনক।
- সময় পরিমাপের উপকরণ: ঘড়ি, পঞ্জিকা।
- ওজন পরিমাপের উপকরণ: পাল্লা, বাটখাড়া, নিক্তি।
- মুদ্রা: বিভিন্ন ধরনের মুদ্রা (দেশীয় ও বিভিন্ন দেশের)
- তাপমাত্রা পরিমাপের যন্ত্রাদি।
- তরল পদার্থ পরিমাপের উপকরণ: ১ লিটার, ১ গ্যালন আয়তন বিশিষ্ট পাত্র।

গণিত শিক্ষোপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা

কেবলমাত্র শিক্ষা উপকরণ সংগ্রহ ও সংরক্ষণ করলেই চলবেনা, শ্রেণিকক্ষে ফলপ্রসু পাঠদানের ক্ষেত্রে শিক্ষকের শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা জানা এবং তা অনুসরণ করা প্রয়োজন। শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের কিছু নীতিমালা নিম্নে দেয়া হল:

১। উপকরণ নির্বাচন হতে হবে বিষয় সংশ্লিষ্ট;
২। উপকরণ ব্যবহার কৌশল, শিক্ষককে যথাযথ ভাবে রপ্ত করতে হবে;
৩। শ্রেণিকক্ষে প্রবেশের পূর্বেই শিক্ষককে উপকরণ ব্যবহার সম্পর্কে ভাল ভাবে জানতে হবে;
৪। শ্রেণিকক্ষে উপকরণ ব্যবহারের পূর্বে শিক্ষর্থীদের প্রস্তুত করা প্রয়োজন;
৫। শ্রেণিকক্ষে উপকরণ ব্যবহারের বাহ্যিক পরিবেশ থাকা প্রয়োজন;
৬। উপকরণ ব্যবহরের পূর্বে এর উপযোগিতা যাচাই করা প্রয়োজন;
৭। উপকরণ শ্রেণীকক্ষের এমন জায়গায় প্রদর্শন করা প্রয়োজন যাতে সকল শিক্ষার্থী তা সমানভাবে দেখতে পায়।

মূল্যায়ন:

১. শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের গুরুত্ব লিখুন।
২. শিক্ষা উপকরণ সংরক্ষণের গুরুত্ব লিখুন।
৩. গণিত শিক্ষণ শিখনে ব্যবহার উপযোগি একটি শিক্ষা উপরণ তৈরি করুন।
৪. ২য় শ্রেণিতে সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য প্রয়োজনীয় স্বল্পমূল্যের ও বিনামূল্যের উপকরণ সমূহের নাম লিখুন।

৫. ৩য় শ্রেণিতে সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর ক্ষেত্রে স্থানীয়ভাবে প্রাপ্ত দ্রব্য সামগ্রী দ্বারা স্বল্পমূল্যের ও বিনামূল্যের শিক্ষা উপকণের নমুনা তৈরি করুন।

৬. ৪র্থ শ্রেণিতে জ্যমিতি শেখানোর জন্য ব্যবহারযোগ্য স্বল্পমূল্যের ও বিনামূল্যেপ্রাপ্ত শিক্ষা উপকরণ সমূহের নাম লিখুন।

৭. ৫ম শ্রেণিতে জ্যামিতি শেখানোর ক্ষেত্রে স্থানীয়ভাবে প্রাপ্ত দ্রব্য সামগ্রী প্রয়োগ করে স্বল্পমূল্যের ও বিনামূল্যের কমপক্ষে তিনটি শিক্ষা উপকরণ তৈরি করুন।

পাঠ ২: গণিত শিক্ষায় আইসিটির ব্যবহার

এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে গণিত শিক্ষায় আইসিটি ব্যবহার করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- পাশের চিত্রে পর্যায়ক্রমে একটি ল্যাপটপ, মাল্টিমিডিয়া প্রজেক্টর ও একটি হোয়াইট বোর্ডের ছবি দেয়া আছে। কোন উপকরণ ICT-এর মাধ্যম?
- গণিত বিষয় পাঠদানে ICT -র প্রয়োজনীয়তা কী?
- গণিত শিক্ষায় কিভাবে ICT ব্যবহার করা যায়?
- Digital Content কী?

গণিত শিক্ষায় তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি (Information and Communication Technology-ICT) কিভাবে ব্যবহার করা যায় তা নিয়ে আলোচনার আগে আইসিটির মাধ্যমসমূহ নিয়ে আলোচনা করা যাক।

ICT -র মাধ্যমসমূহ

আইসিটির মাধ্যমসমূহ হলো কম্পিউটার, ল্যাপটপ, নোটবুক, ট্যাব, ইন্টারনেট, মডেম, মাল্টিমিডিয়া প্রজেক্টর, টেলিভিশন, রেডিও, স্মার্টফোন, পেনড্রাইভ, ডিজিটাল ক্যামেরা, স্ক্যানার ইত্যাদি।

গণিত শিক্ষায় কিভাবে আইসিটি ব্যবহার

তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি ব্যবহারের মাধ্যমে শ্রেণি কার্যক্রমে ডিজিটাল কনটেন্ট (Digital Content) প্রদর্শন করে গণিত শিক্ষায় সহজেই শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক কার্যক্রম পরিচালনা করা যায়।

ডিজিটাল কনটেন্ট (Digital Content)

মূলতঃ ডিজিটাল কনটেন্ট হলো কম্পিউটার ও মাল্টিমিডিয়া প্রজেক্টর ব্যবহার করে পাওয়ার পয়েন্টে পাঠ উপস্থাপন।

অর্থাৎ, এটি প্রচলিত শিক্ষা উপকরণের পাশাপাশি আইসিটি উপকরণের সমন্বয়ে গঠিত পরিকল্পিত পাঠ-উপকরণ। এতে থাকে শিক্ষার্থীরা কী করবে তার নির্দেশনা; থাকে বিষয়কে সহজে উপস্থাপনের জন্য টেক্সট, চিত্র, এনিমেশন, ভিডিও ও অডিও।

ডিজিটাল কনটেন্টের প্রয়োজনীয়তা

তথ্যপ্রযুক্তি ব্যবহার করে তৈরি ডিজিটাল কনটেন্টের মাধ্যমে-

- গণিতে শিক্ষণীয় বিভিন্ন বিষয়কে শিক্ষার্থীর কাছে আরও বোধগম্য, মূর্ত ও আকর্ষণীয় ভাবে উপস্থাপন করা যায়।
- শিখন-শেখানো কার্যাবলিকে অনেক বেশী প্রাণবন্ত এবং কার্যকর করা যায়।
- বিমূর্ত বিষয়গুলোকে মূর্ত করে তোলা যায়।
- বাস্তব চিত্র/ভিডিও দেখিয়ে এবং এনিমেশন ব্যবহার করে পাঠকে অনেক বেশী হৃদয়গ্রাহী এবং পাঠদানের একঘেয়েমী দূর করে বৈচিত্রপূর্ণ করা যায়।
- শিক্ষার পরিবেশকে interactive ও collaborative করে শিক্ষার্থীকে পাঠে আগ্রহী করা যায়।
- অমনোযোগী ও পিছিয়ে পড়া শিক্ষার্থীদের মনোযোগী করে তোলা যায়।
- ইন্টারনেট ব্যবহার করে অতি প্রয়োজনীয় তথ্য, গ্রাফ, চিত্র সংগ্রহ করে পাওয়ার পয়েন্টের মাধ্যমে স্বল্প সময়ে একক/জোড়ায়/দলীয় কাজ প্রদান করা যায়।
- অধিক শিক্ষার্থী বিশিষ্ট শ্রেণিকক্ষকে সহজে নিয়ন্ত্রণ করা যায়।

তাই শিক্ষণ-শিখন কাজকে অধিকতর ফলপ্রসু ও ধারাবাহিক করার জন্য শ্রেণিকক্ষে ডিজিটাল কনটেন্ট ব্যবহার করা প্রয়োজন। ডিজিটাল কনটেন্ট শিক্ষকের বিকল্প নয়; এটি শিখন-শেখানো কাজে শিক্ষকের সহায়ক মাত্র।

ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরীর প্রয়োজনীয় উপকরণঃ

* Computer
* MS Office 7/ 10
* Atube catcher
* VLC media player
* Mozilla firefox
* Internet connection

ডিজিটাল কনটেন্ট কিভাবে তৈরী করা যায় এবার সেটি নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক-

ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরী

ইন্টারনেট সংযোগ আছে এমন একটি কম্পিউটার বা ল্যাপটপের সাহায্যে মূলত: ১০টি ধাপে বা কাজ সম্পাদনের মাধ্যমে ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরী করা যায়। এগুলো হলো-

ধাপ ১- কম্পিউটার বা ল্যাপটপে একটি ফোল্ডার খোলা

ধাপ ২- এম এস পাওয়ার পয়েন্ট ফাইল খুলে ফোল্ডারে সেভ করা

ধাপ ৩- প্রয়োজনীয় স্লাইড সংযোজন করা

ধাপ ৪- স্লাইডে প্রয়োজনীয় টেক্সট লেখা

ধাপ ৪- প্রয়োজনীয় শেপ আনা/ইনসার্ট করা

ধাপ ৫- ইন্টারনেট থেকে চিত্র ডাউনলোড করা

ধাপ ৬- চিত্র স্লাইডে নিয়ে আসা

ধাপ ৭- ভিডিও ডাউনলোড করা

ধাপ ৮- ভিডিও স্লাইডে সংযুক্ত করা

ধাপ ৯- স্লাইড এনিমেশন দেয়া

ধাপ ১০- সেভ করা

ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরী ও ব্যবহারে বিবেচ্য বিষয়

ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরির বিবেচ্য বিষয়গুলো হলো-

- ❖ অন্যান্য উপকরণের মতো এবং অন্য উপকরণের সাথে শিক্ষক এটি ব্যবহার করবেন। কেননা- ডিজিটাল কনটেন্ট শিক্ষকের বিকল্প নয়; এটি কেবল শিক্ষকের সহায়তার জন্য।
- ❖ ছবি/ভিডিও অবশ্যই বিষয় সংশ্লিষ্ট হবে এবং শিখনফলের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ হবে।
- ❖ অপ্রয়োজনীয় ভিডিও/ছবি/অ্যানিমেশন ব্যবহার পরিহার করতে হবে।
- ❖ পরিমিত এনিমেশন/ভিডিও/অডিও/চিত্র নির্বাচন করতে হবে।
- ❖ শিক্ষার্থীদের জীবন ঘনিষ্ঠ বা পরিচিত পরিবেশ প্রদর্শন করে এমন ছবি/ভিডিও হতে হবে।
- ❖ রাষ্ট্রীয় আদর্শ, মূলনীতি, সামাজিক মূল্যবোধ, রীতি-নীতি, ধর্মীয়, রাজনৈতিক চেতনার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ হবে।
- ❖ শিক্ষার্থীদের বয়স উপযোগী হবে।
- ❖ শিক্ষার্থীদের অনুসন্ধিৎসু করার মতো হবে।
- ❖ ব্যাকগ্রাউন্ড সাদা /হালকা রঙের রাখা ভাল ।
- ❖ টেক্সট-এর রঙ কালো/গাঢ় নীল রঙের হলে ভাল।
- ❖ ব্যাকগ্রাউন্ড, ছবি, টেক্সট-এর রঙের মধ্যে সামঞ্জস্য রাখতে হবে।
- ❖ পেছনের বেঞ্চের শিক্ষার্থীরাও যাতে দেখতে পারে এরকম ফন্ট সাইজ নিতে হবে (৩৬+)
- ❖ অহেতুক চাকচিক্য পরিহার করতে হবে।
- ❖ একটা স্ল্যাইডে ৬ লাইনের বেশি লেখা পরিহার করতে হবে।
- ❖ যে সব কার্যাবলি শ্রেণিকক্ষে হাতে কলমে সম্পাদন করা সম্ভব, সেসব কার্যাবলি ডিজিটাল কনটেন্ট এ এনিমেশন/চিত্র/ভিডিও তে আনার প্রবনতা পরিহার করতে হবে।
- ❖ উদ্দীপনা সৃষ্টিকারী উপাদান (ছবি, ভিডিও, শব্দ/স্বর) টেক্সটের তুলনায় অপেক্ষাকৃত বেশি থাকতে হবে ।

ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরির উপকরণের উৎস

ডিজিটাল কনটেন্টের বিভিন্ন উপকরণের উৎস হলো-

- * সরকারি মন্ত্রণালয়/দপ্তরের ওয়েবসাইট
- * আর্ন্তজাতিক সমিতি/সংস্থার ওয়েবসাইট যার ঠিকানায় সাধারণত org থাকে। যেমন UNESCO, NSTA, ASERA
- * অন্য যে কোন ওয়েবসাইট যেমন উইকিপিডিয়া
- * গবেষণা জার্নাল

* বিশ্ববিদ্যালয় ও অন্যান্য শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের ওয়েবসাইট যার ঠিকানায় edu/ac থাকে

গণিত বিষয়ক অনলাইন পাঠ উপকরণ

গণিতের বড় সংগ্রহ	http://mathworld.wolfram.com/
গণিতের সহায়ক গাইড	http://www.sparknotes.com/math/
গণিতের টিউটরিয়াল	http://math.about.com/
এখানেও রয়েছে অনেক বড় সংগ্রহ	http://www.sosmath.com/
গণিত কোষ, ইংরেজি বর্ণ দিয়ে প্রত্যাশিত বিষয় খুঁজতে	http://www.mathacademy.com/pr/prime/

অনুশীলন: ইন্টারনেট সংযোগ আছে এমন একটি কম্পিউটার বা ল্যাপটপের সাহায্যে নিচের শিক্ষামূলক ওয়েবসাইটগুলো ব্রাউজ করুন।

www.ictinedubd.ning.com
www.teachers.gov.bd
www.shikkhok.com
www.e-education,brac.net
www.shikkhokbatayon
www.teseducation

শিক্ষক বাতায়ন পরিচিতি

শিক্ষক বাতায়ন হলো একটি শিক্ষামূলক ওয়েবসাইট যেখানে শিক্ষা সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধারণা শেয়ার অর্থাৎ বিনিময় করা যায়। শিক্ষক বাতায়নের এড্রেস হলো www.teachers.gov.bd

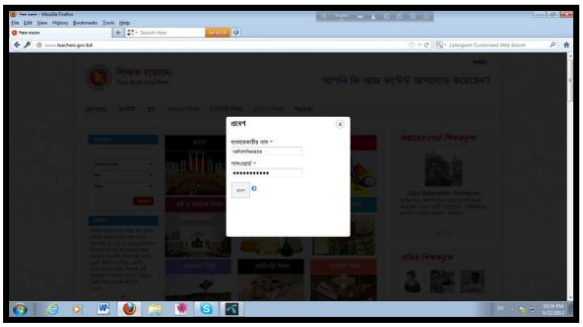
অনুশীলন: ইন্টারনেট সংযোগ আছে এমন একটি ল্যাপটপের সাহায্যে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে শিক্ষক বাতায়নে (www.teachers.gov.bd হতে) প্রবেশ করুন। এরপর যে কোন একটি কন্টেন্ট দেখুন ও ডাউনলোড করুন(বাতায়নের সদস্য না হয়েও কন্টেন্ট ডাউনলোড করা যায়)।

1. Address Bar G www.teachers.gov.bd লিখে Enter চাপুন।

২. তাহলে নিচের ওয়েব পেজটি আসবে।

৩. মেম্বার হলে লগইন এ ক্লিক করুন।

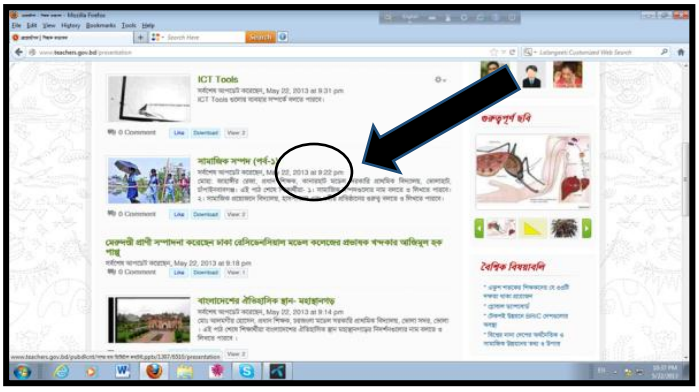
৪. এরপর নিচের ওয়েব পেজটি আসবে। এখানে ব্যবহারকারীর নাম ও পাসওয়ার্ড লিখে প্রবেশ এ ক্লিক করুন।



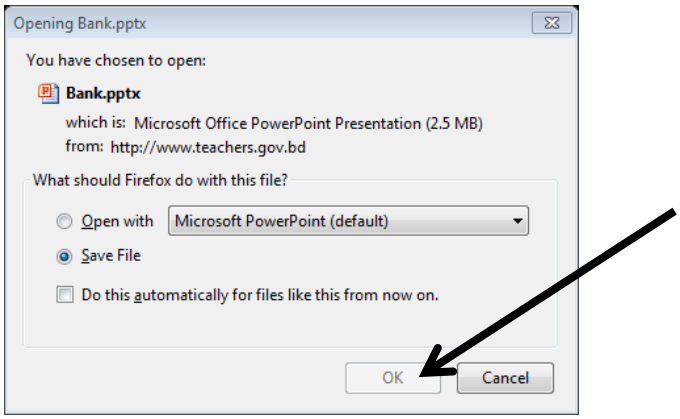
৫. তারপর নিচের ওয়েব পেজটি আসবে।

কন্টেন্ট দেখা ও ডাউনলোড করার নিয়ম

১. কন্টেন্ট এ ক্লিক করে প্রেজেন্টেশন এ ক্লিক করুন। দেখুন নিচের ওয়েব পেজটি আসবে।



২. পছন্দের প্রেজেন্টেশনটি দেখে এর নিচে Download এ ক্লিক করুন।



৩. ডাউনলোডকৃত ফাইলটি Open করে দেখুন।

গণিত বিষয় পাঠদানে আইসিটির সীমাবদ্ধতা

১. আইসিটি ব্যবহার উপযোগী শ্রেণিকক্ষের স্বল্পতা।

২. ইন্টারনেটের ধীরগতি।

৩. আইসিটি ব্যবহারে প্রয়োজনীয় জ্ঞান/ট্রেনিং এর স্বল্পতা।

৪. পেডাগজির সাথে আইসিটির সমন্বয় ঘটাতে না পারা।

৫. ডিজিটাল কনটেন্ট এর উপর অধিক নির্ভরতা বা এর অতি ব্যবহার (যা শ্রেণিকে শিক্ষককেন্দ্রিক ও স্ক্রীনকেন্দ্রিক করতে পারে)।

মূল্যায়নঃ

১. ৩য় শ্রেণিতে সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য একটি ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরি করুন।

২. ৫ম শ্রেণিতে জ্যমিতি শেখানোর জন্য একটি ডিজিটাল কনটেন্ট তৈরি করুন।

অধ্যায় ৭

গণিত শিখন মূল্যায়ন

গণিত শিখন মূল্যায়ন একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। পূর্বে গণিত শিখন-শেখানো প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীর কাজ ছিল শিক্ষককে অনুকরণ করা বা শিক্ষকের নির্দেশনার আলোকে অনুশীলন করা। কিন্তু আধুনিক শিখন শেখানোর ধারায় বিবিধ কৌশল নিহিত রয়েছে, যেমন– সমস্যা সমাধান, অনুসন্ধান বা গবেষণা, ব্যবহারিক কাজ প্রভৃতি। গণিত শিক্ষার এ পরিবর্তনের ধারায় মূল্যায়ন পদ্ধতিকে আরও সমৃদ্ধ করা প্রয়োজন।

বাংলাদেশের শিখন-শেখানো কার্যক্রম পর্যবেক্ষণ করলে প্রায়ই দেখা যায় যে, শিক্ষার্থীদের ভুল ভ্রান্তিকে শিক্ষক শিক্ষার্থীর সক্ষমতার অভাব বা প্রচেষ্টার অভাব বলে ধরে নেন। শিক্ষক বেশিরভাগ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের অভিমত বা চিন্তাকে আমলে নেন না। যার কারণে শিক্ষার্থী ও শিক্ষক উভয়েই পরবর্তী শিখনের সুযোগ থেকে বঞ্চিত হন।

বিভিন ধরনের শিক্ষার্থী যাতে গাণিতিক দক্ষতা অর্জন করার জন্য উৎসাহিত হয় সেজন্য সামষ্টিক মূল্যায়নের পাশাপাশি গাঠনিক মূল্যায়নের উপর বিশেষ জোর দেওয়া গুরুত্বপূর্ণ। এ অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থী গণিত শিক্ষায় মূল্যায়নের ধারণা, এবং বিভিন্ন প্রকার পদ্ধতি ও কৌশল, গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র, মূল্যায়নে রুব্রিকের ব্যবহার, ফলাফল সংরক্ষণ কৌশল, অপারগ শিক্ষার্থী সনাক্তকরণ ও নিরাময়মুলক ব্যবস্থা ইত্যাদি সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করবেন বলে আশা করা যায়।

পাঠ-১: শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়ন ক্ষেত্র

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র (গাণিতিক ধারণা, প্রক্রিয়াগত ধারণা এবং সমস্যা সমাধান) সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : সকল শিক্ষার্থীর গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জন ও গণিতের জ্ঞান কে সুদৃঢ় করার জন্য গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র (গাণিতিক ধারণা, প্রক্রিয়াগত ধারণা এবং সমস্যা সমাধান) সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকতে হবে। তাই এই পাঠের উপরোপক্ত শিখনফল অর্জন করার জন্য পাঠের শুরুতেই নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে;

- গণিত শিখন মূল্যায়নে কী কী বিষয় বিবেচনা করা উচিত? কেন?
- গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্রগুলো কী?
- শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়নে ক্ষেত্রগুলো কীভাবে ব্যবহার করতে হবে?

মূল্যায়ন ক্ষেত্রের গাণিতিক ধারণা

গাণিতিক ধারণা (Mathematical Conceptual Knowledge): শিক্ষার্থীদের পূর্বে শেখা সুনির্দিষ্ট/ সর্বজনীন গাণিতিক কোনো কিছু (সংজ্ঞা, ঘটনা, প্রক্রিয়া, তত্ত্ব ইত্যাদি) স্মরণ করার মানসিক প্রক্রিয়াই হল গাণিতিক ধারণাগত জ্ঞান (MCK)। অর্থাৎ দৈনন্দিন গাণিতিক প্রয়োজনে বা কোনো গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কী করতে হবে তা বুঝতে পারা।

উদাহরণ স্বরূপ সনাক্ত করা, স্মরণ করা, পূনরায় করা, গণনা করা, তুলনা করা, পার্থক্য করা, সংখ্যার ছোট-বড় চিনতে পারা, পূনঃউপস্থাপন করা, প্রতিলিপি করা ইত্যাদি।

যেমন;

১. ০.১×০.১ = কত?

ক) ০.২ খ) ০.০১ গ) ০.০০১ ঘ) ১.০০

২. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কী?

মূল্যায়ন ক্ষেত্রের গাণিতিক প্রক্রিয়াগত ধারণা

প্রক্রিয়াগত ধারণা (Procedural knowledge): শিক্ষার্থীরা গণিতের বিষয়বস্তু/ তথ্যসমূহ উপলব্ধি করে দৈনন্দিন গাণিতিক প্রয়োজনে বা গাণিতিক সমস্যা সমাধানে যে প্রক্রিয়া/কৌশল ব্যবহার করতে হবে তা নির্ধারণ করতে পারাই হচ্ছে গণিতের প্রক্রিয়াগত ধারণা। অর্থাৎ ধারাবাহিকভাবে গাণিতিক সমস্যার সমাধানের কৌশল (কোনটি, কীভাবে করতে হবে তা) সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকা।

উদাহরণ স্বরূপ; বর্ণনা করা, ব্যাখ্য করা, পার্থক্য নির্ণয় করা, উদাহরণ দেয়া, শ্রেণিকরণ করা, উপযুক্তটি বেছে নেয়া ইত্যাদি।

যেমন: ১০০ টাকা ১০০ টি লিচু কিনে ৫৫ টাকায় ৫০টি হিসেবে লিচু বিক্রয় করলে এতে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

ক) ৫% লাভ খ) ১০% লাভ গ) ৫ % ক্ষতি ঘ) ১০% ক্ষতি

সমস্যা সমাধান

সমস্যা সমাধান (Problem solving): শিক্ষার্থীদের গাণিতিক ধারণা ও প্রক্রিয়াগত ধারণা প্রয়োগের মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা, বাস্তব জীবনের সাথে মিল করে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করতে পারা এ স্তরের কাজ। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের গণিতের কোনো ধারণা, পদ্ধতি, সূত্র বা কোনো অর্জিত জ্ঞানকে বাস্তব ক্ষেত্রে বা নতুন পরিস্থিতিতে কাজে লাগানোর ক্ষমতাই হল সমস্যা সমাধান বা প্রয়োগ দক্ষতা।
উদাহরণ স্বরূপ হিসাব-নিকাশ করা, উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করা, সম্পর্ক দেখানো, চিত্র অঙ্কন করা, সমস্যা সমাধান করা ইত্যাদি।

যেমন: একটি বিদ্যালয়ের ৫ম শ্রেনির ৪০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২৪ জন ছাত্রী। ঐশ্রেনিতে মতকরা কবজন ছাত্রী ?

মূল্যায়ন :

১. মূল্যায়নের ক্ষেত্রের গাণিতিক ধারণা ব্যাখ্যা করুন।
২. প্রক্রিয়াগত ধারণা ও সমস্যা সমাধান এর মধ্যে তুলনামূলক আলোচনা করুন।

পাঠ-২: ধারাবাহিক ও সামষ্টিক মূল্যায়ন পদ্ধতি ও উপকরণ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ধারাবাহিক ও সামষ্টিক মূল্যায়ন পদ্ধতি সম্পর্কে সম্যক ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- ধারাবাহিক ও সামষ্টিক মূল্যায়নের বিভিন্ন কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- মূল্যায়নের জন্য বিভিন্ন ধরণের প্রশ্ন প্রণয়ন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে।আপনি কীভাবে প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন করেন? অথবা আপনি যখন শিক্ষার্থী ছিলেন তখন আপনাকে কীভাবে মূল্যায়ন করা হয়েছিল।

গণিত শিক্ষায় গাঠনিক ও সামষ্টিক মূল্যায়ন

শিক্ষায় মূল্যায়ন হলো একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। শিক্ষার্থীরা পূর্বে যা শিখেছে তার ওপর ভিত্তি করে পরবর্তীতে জ্ঞানকে সুদৃঢ় করে কিন্তু যদি কোন বিষয়ে শিশু ভুল শেখে তাহলে পরবর্তী শিখনে বা পাঠগুলোতে সে ভুল পথে অগ্রসর হয়। এ বিষয়টি বিবেচনা করলে সামষ্টিক ও গাঠনিক মূল্যায়ন উভয়ই গণিত শিখন শেখানোয় সমানভাবে গুরুতপূর্ণ। লক্ষনীয় যে, শিক্ষক যদি একটি বা অপরটির ওপর অতিমাত্রায় নির্ভর করেন তাহলে বাস্তবে শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের অজর্ন অসম্পূর্ণ ও অস্পষ্ট থেকে যেতে পারে।

গাঠনিক মূল্যায়ন

গাঠনিক মূল্যায়ন শিখন শেখানো প্রক্রিয়ার নির্দেশনার একটি অংশ। গাঠনিক মূল্যায়ন যখন শ্রেণিকক্ষে শিখন শেখানোর সাথে সংযোজিত হয় তখন এটি শুধুমাত্র শিক্ষার্থীদের সবলতা ও দুর্বলতা চিহ্নিত করতে সহায়তা করে না, বরং শিক্ষককেও শিখন প্রক্রিয়া চলাকালীন শিখন-শেখানোর প্রয়োজনে পরিবর্তন এনে সঠিক নির্দেশনা দেওয়ার ক্ষেত্রে সাহায্য করে। বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে গাঠনিক ও সামষ্টিক মূল্যায়নকে পৃথক করা যায়। শিক্ষার্থীদের শিখনের মান যাচাই করাই গাঠনিক মূল্যায়নের মূল লক্ষ্য নয়, বরং এটি শিক্ষক ও শিক্ষার্থী উভয়কেই **ভুল-শুধরানো প্রক্রিয়ার** (Trial and Error Method) মাধ্যমে প্রকৃত ধারণা লাভেসাহায়তা করে এবং শিক্ষার্থী নিজেই এইপ্রক্রিয়ার অংশ হয়ে মূল্যায়নকারীর ভূমিকা পালন করে।

সামষ্টিক মূল্যায়ন

একটি নির্দিষ্ট সময়ে শিক্ষার্থীরা কী জানে এবং জানে না বা কতটুকু অজর্ন করেছে–তা জানার জন্য নির্দিষ্ট সময় অন্তর সম্পন্ন করা হয়ে থাকে। এটি সাধারণত শিক্ষার্থীদের নম্বর প্রদান তথা গ্রেডিং প্রদানের প্রক্রিয়া হিসেবে কাজ করে। শিক্ষক শুধুমাত্র শিক্ষার্থীদের শিখন মূল্যায়ন করেন না, বরং শিক্ষার্থীদের অর্জনের মাত্রাও মূল্যায়ন করেন। এ মূল্যায়ন পদ্ধতির একটি গতানুগতিক উদাহরণ হলো অধ্যায়ের শেষে, পর্ব বা বর্ষ শেষে শিক্ষার্থীদের পরীক্ষা নেওয়া। আমাদের মনে রাখতে হবে, একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তে শিক্ষা প্রদানের পরে অর্জনের মাত্রা নির্ণয়ের লক্ষ্যে সামষ্টিক মূল্যায়ন করা হয়।

আলোচনা

ভেবে দেখনু আপনি যখন একজন শিক্ষার্থী ছিলেন তখন আপনার (১) সামষ্টিক এবং (২) গাঠনিক মূল্যায়ন হয়েছিল কি না? অথবা চিন্তা করুন, একজন শিক্ষক হিসাবে আপনি আপনার শিক্ষার্থীদের এ দু-ধরনের মূল্যায়ন করেছেন কি না । নিচের সারণি-১ এর ফাঁকা ঘর পূরণ করে তা নিয়ে সহকর্মীদের সাথে আলোচনা করুন।

সারণি-১: **কর্মপত্র**

শিক্ষণ শিখনে	গণিত ক্লাশে সামষ্টিক মূল্যায়ন	গণিত শিক্ষণ শিখনে গাঠনিক মূল্যায়ন
শিক্ষার্থী হিসেবে		
শিক্ষক হিসেবে		

শ্রেণিকক্ষে গণিত শিখন মূল্যায়নের পদ্ধতি এবং কৌশল

সামষ্টিক ও গাঠনিক প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীদের শিখন মূল্যায়নের জন্য বিবিধ কৌশল রয়েছে। নিচের সারণি-২ এ মূল্যায়নের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং কৌশল দেখানো হয়েছে, যা আমরা গণিত শিখন মূল্যায়নের জন্য ব্যবহার করতে পারি।

সারণি-২: শ্রেণি কক্ষে গণিত শিখন মূল্যায়নের পদ্ধতি এবং কৌশল

নির্বাচিত উত্তরের ছক(উত্তর বেছে নেওয়া)	**গঠনমূলক উত্তরের ছক** (উত্তর তৈরি করা)		
সম্ভাব্য উত্তর বেছে নেয়া, সত্য/মিথ্যা নির্ণয়, মিল করা	সংক্ষিপ্ত গঠনমূলক উত্তর	পারদর্শিতাভিত্তিক মূল্যায়ন	প্রক্রিয়া কেন্দ্রিক মূল্যায়ন
	শূন্যস্থান পূরণ, একশব্দে উত্তর, বাক্যাংশে বা এক বাক্যে উত্তর, সংক্ষিপ্ত উত্তর, দীর্ঘ উত্তর	মৌখিক উপস্থাপনা, প্রদর্শন করা, প্রকল্প প্রস্তুত ও উপস্থাপন	বিতর্ক, কুইজ,পর্যবেক্ষণ, সাক্ষাৎকার, আত্ম/পারস্পরিক মূল্যায়ন,পোর্টফোলিও

পারদর্শিতা ভিত্তিক ও প্রক্রিয়া ভিত্তিক মূল্যায়ন

আমরা সুনির্দিষ্টভাবে ভাবে গাঠনিক মূল্যায়নের পদ্ধতি থেকে সামষ্টিক মূল্যায়নের পদ্ধতি পৃথক করতে পারি না। উদাহরণস্বরূপ পরীক্ষা শুধুমাত্র সামষ্টিক মূল্যায়নের জন্য ব্যবহার করা হয় না গাঠনিক মূল্যায়নেও ব্যবহার করা হয় তবে সেক্ষেত্রে সময়মত ফিডব্যাক দেয়া হয়। সাধারণত শিখন শেখানো উন্নয়নের জন্য তাৎক্ষণিকভাবে এই ফিডব্যাক ব্যবহার করা হয়। যা হোক, "পারদর্শিতা ভিত্তিক" পদ্ধতিগুলো সামষ্টিক মূল্যায়নের জন্যও উপযোগী, কিন্তু "প্রক্রিয়াকেন্দ্রিক মূল্যায়ন" কৌশলগুলো প্রধানত গাঠনিক মূল্যায়নে ব্যবহৃত হয়। নিচে পারদর্শিতাভিত্তিক মূল্যায়নের ব্যাখ্যা এবং উদাহরণ দেয়া হয়েছে, যা প্রাথমিক বিদ্যালয়ে গণিত শ্রেণিতে পরিচালনার জন্য প্রযোজ্য।

- **মৌখিক উপস্থাপনা**

  → শ্রেণিতে একজন শিক্ষার্থীর ধারণা বা সমাধান মৌখিকভাবে বর্ণনা করা।

- **প্রদর্শন করা**

  → একজনের ধারণা বা সমাধান আনুষ্ঠানিকভাবে বর্ণনা করা। এক্ষেত্রে চকবোর্ড বা পোস্টার পেপার বা মাল্টিমিডিয় বা ভিজ্যুয়ালাইজার ব্যবহার করা।

- **প্রজেক্ট বা প্রকল্প**

  → কোন বিষয়ের উপর গবেষণা করে কিছু বের করা। শিক্ষার্থীরা গণিত ব্যবহার করে যে উত্তর বের করে তা তাদের দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পৃক্ত । শিক্ষার্থীদের প্রজেক্টের বিষয়গুলো হলো, আমাদের দৈনন্দিন বা জীবনকেন্দ্রিক সমস্যা। উদাহরণস্বরূপ, "বিদ্যালয়ে ছাত্র এবং ছাত্রী সংখ্যার গণনা ও অনুপাত" নির্ণয় করা (উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যাস), "বিদ্যালয়ে শ্রেণিকক্ষের বিভিন্ন বস্তুর কোনটির কী আকার, কী পরিমাণ? কী কাজে ব্যবহৃত হয়? এর রিপোর্ট তৈরি" ইত্যাদি।

- **বিতর্ক**

  → শিক্ষার্থীদের দু'ভাগে ভাগ করে এবং তাদের তথ্য-প্রমাণসহ বিপরীত দৃষ্টিভঙ্গি নিয়ে একটি বিষয়ের ওপর আলোচনা করতে দেয়া। বিতর্কের জন্য এ ধরনের বিষয় বেছে নেয়া যেতে পারে যেমন, "আমরা কি গণিত পাঠে ক্যালকুলেটর ব্যবহার করতে পারি?", "গণিত শিক্ষা কি আমাদের জীবনের জন্য প্রয়োজনীয়?" ইত্যাদি। বিতর্কের প্রশ্নের কোন নির্দিষ্ট উত্তর নেই। এখানে শিক্ষক বিচারকের ভূমিকা পালন করবেন এবং যে দল তাদের পক্ষে বেশি যৌক্তিক কারণ দর্শাতে পারবে সে দলই বিজয়ী হবে।

- **মৌখিক প্রশ্ন**

  → মৌখিক প্রশ্ন করা এবং মৌখিকভাবে উত্তর দেয়া। এটি শিক্ষক ও শিক্ষার্থী বা শিক্ষার্থী ও শিক্ষার্থীর মধ্যে সংঘটিত হতে পারে। একে কখনো কখনো আমরা কুইজ কম্পিটিশন বলি।

- **পর্যবেক্ষণ**

  → শিখন প্রক্রিয়া পর্যবেক্ষণ করা এবং শিক্ষার্থীদের কাজ এবং আলোচনা লিখে নিয়ে বিশেষ করে শিক্ষার্থীরা কী চিন্তা করে, কীভাবে উত্তর দেয়, কীভাবে ভুল করে, কীভাবে একে অপরকে সহায়তা করে এবং শ্রেণিতে কার কী ভূমিকা ইত্যাদি ভাল করে খেয়াল করা।

- **সাক্ষাৎকার**

  → শিক্ষক শিক্ষার্থীর সাথে সামনাসামনি শিক্ষার্থীর শিখনের উপর আলোচনা করা।

- **নিজ/পারস্পরিক মূল্যায়ন**

  → শিক্ষার্থী নিজেই নিজের পাঠের মূল্যায়ন করবে। উদাহরণস্বরূপ, যদি কোন শিক্ষার্থী একটি পর্বে লক্ষ্য স্থির করে যে সে নির্ভুলভাবে সমস্যা সমাধান করতে পারবে তাহলে ধরে নেওয়া যায় ঐ শিক্ষার্থী পর্ব শেষে শিখন অর্জন করেছে। এছাড়াও শিক্ষার্থীরা এক অপরের উত্তর/সমাধান মূল্যায়ন করবে।

- **চিন্তার সরব প্রকাশ**

  → শিক্ষার্থীরা সমস্যার সমাধান করার সময় সরবে তাদের চিন্তা ব্যক্ত করবে।

- **পোর্টফোলিও**

→ শুরু থেকে বর্তমান পর্যন্ত একজন ছাত্র বা ছাত্রীর ধারাবাহিক ও হালনাগাদ পরীক্ষার ফলাফল বা একজন শিক্ষার্থী পূর্ব থেকে কতটুকু এগিয়েছিল তা দেখে আগামী শিখনের জন্য ফিডব্যাক প্রদান করা সম্পর্কিত প্রোডাক্ট।

মূল্যায়নঃ

১) উপরোক্ত আলোচ্য বিষয়বস্তুর কোনগুলো আপনি পূর্বে জানতেন? অথবা কোন পদ্ধতিটি আপনি পূর্বে ব্যবহার করেছেন?

২) কোন কোন পদ্ধতি আপনি গণিত শেখানোর কাজে ব্যবহার করতে আগ্রহী? আপনি কিভাবে উক্ত পদ্ধতিগুলো আপনার পাঠে ব্যহার করবেন?

পাঠ-৩: ধারাবাহিক ও সামষ্টিক মূল্যায়নে ব্যবহৃত অভীক্ষাপদ প্রণয়ন

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ-

- বিভিন্ন দরনের অভীক্ষা পদের ধারনা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- মূল্যায়নের জন্য বিভিন্ন ধরণের অভীক্ষাপদ প্রণয়ন করতে পারবেন।
- মূল্যায়নে রুব্রিক এর ব্যবহার কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity):উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে;
-আপনি প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের মূল্যায়নের জন্য কী ধরণের অভীক্ষাপদ ব্যবহার করেছেন?
-আপনি যখন শিক্ষার্থী ছিলেন তখন আপনাকে মূল্যায়ন করার জন্য কী ধরণের অভীক্ষাপদ ব্যবহার করা হয়েছিল?
-শিক্ষার্থীদের উত্তর আপনি কীভাবে মূল্যায়ন করেছেন?
-মূল্যায়ন পরবর্তী কোনো কার্যক্রম গ্রহণ করতেন কি? করলে তা কী?

লিখিত অভীক্ষা: যে অভীক্ষায় শিক্ষার্থীরা লিখে উত্তর দেয় তাই লিখিত অভীক্ষা। লিখিত অভীক্ষা দুই ধরনের হয়। কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষা ও নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষা।

কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষা:

কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষাপদ কত প্রকার ও কী কী?

কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষা সাধারণত দুই প্রকারের হয়ে থাকে; সংক্ষিপ্ত-উত্তর অভীক্ষা এবং দীর্ঘ-উত্তর অভীক্ষা। সংক্ষিপ্ত-উত্তর কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষায় এমনভাবে প্রশ্ন করা হয় যাতে উত্তর দিতে হয় সংক্ষেপে। এক্ষেত্রে সমস্যা বা অভীক্ষাপদটির উত্তর লেখার ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর স্বাধীনতা অপেক্ষাকৃত কম। দীর্ঘ-উত্তর জাতীয় কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হয় বিস্তৃত আকারে। এজন্য সময় ও নম্বর উভয়ই বেশি দেয়া হয়। এখানে শিক্ষার্থীরা লেখার ক্ষেত্রে অপেক্ষোকৃত বেশি স্বাধীনতা পেয়ে থাকে। এখানে বিভিন্ন ব্যাখ্যা, বিশ্লেষণ, পার্থক্য, বর্ণনা জাতীয় প্রশ্ন করা হয়ে থাকে।

নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাপদ (ObjectiveTest Items)

যে সব অভীক্ষাপদ বা প্রশ্নে শিক্ষক ও শিক্ষার্থী উভয়েই ব্যক্তিগত প্রভাব আসার সম্ভাবনা থাকে না তাদেরকে নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষা বলা হয়। অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বজায় থাকে বলেই নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাপদ বলা হয়। প্রচলিত রচনামূলক প্রশ্নের অসুবিধাগুলো দূর করার উদ্দেশ্যেই মূলত নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার প্রচলন শুরু হয়েছে। নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাপদের নির্ভরযোগ্যতা ও যথার্থতা উভয়ই রক্ষিত হয়।

নৈর্ব্যিক্তিক অভীক্ষার প্রকারভেদ: সাধারণত: নিম্নবর্ণিত পাঁচ ধরনের নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার প্রচলন রয়েছে।

১. সংক্ষিপ্ত উত্তর (Short Answer Type Item)
২. শূণ্যস্থান পূরণ (Fill-in-the-Blank Type)
৩. সত্য-মিথ্যা নির্ণয় (True -False)

৪. মিলকরণ (Matching Type)

৫. বহু নির্বাচনী (Multiple Choice Item)

(ক) সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্নঃ

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্নের উত্তর শিক্ষার্থীকে সরবরাহ করতে হয়। উত্তরটি খুবই সংক্ষিপ্ত ও সুনির্দিষ্ট হয়। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীকে সরাসরি প্রশ্ন করা হয় । প্রতিটি প্রশ্নের সাথে উত্তরের জন্য জায়গা নির্দেশ করা থাকে। অথবা কোথায় উত্তর লিখতে হবে তার নির্দেশনা দেয়া থাকে।

উদাহরণ: ১৮ এর গুণনীয়ক কয়টি? উত্তর: ----

(খ) শূন্যস্থান পূরণ অভীক্ষাপদঃ

শূন্যস্থান পূরণ জাতীয় **অভীক্ষাপদে** শিক্ষার্থীকে উত্তর সরবরাহ করতে হয়। একটি অর্থপূর্ণ গাণিতিক বাক্য থেকে এক বা একাধিক সংখ্যা/শব্দ তুলে নেওয়া হয় এবং শিক্ষার্থীকে উপযুক্ত সংখ্যা/শব্দ ব্যবহার করে বাক্যটি পুর্ণ করতে বলা হয়। এ জাতীয় প্রশ্ন দ্বারা জ্ঞানমূলক সহজ বৈশিষ্ট্যগুলো পরিমাপ করা যায়। সাধারণত বাক্য বা বিবৃতির শেষ দিকে শূন্যস্থান রাখা হয় কারণ প্রথম দিকে প্রয়োজনীয় তথ্য পাওয়ার ফলে শিক্ষার্থীর পক্ষে উত্তর দেয়া সহজ হয় । শূন্যস্থান পূরণ জাতীয় অভীক্ষাপদ দ্বারা কেবলমাত্র পাঠ্য বিষয়ের অর্জিত জ্ঞান পরিমাপ করা যায়। তবে পাঠ্য বই এর বাইরে থেকেও যোগ্যতা, শিখনফল ও শ্রেণি অনুযায়ী বাক্য নির্বাচন করা যেতে পারে ।

উদাহরণ: উপযুক্ত শব্দ বসিয়ে শূন্যস্থান পূরণ কর।

(গ) যে সকল পূর্ণ সংখ্যার দুইয়ের অধিক মৌলিক গুণনীয়ক রয়েছে তাদেরকে ---------- সংখ্যা বলে।

(গ) সত্য-মিথ্যা নির্ণয় অভীক্ষাপদঃ

সত্য-মিথ্যা নির্ণয় প্রশ্নে শিক্ষার্থীকে অর্থপূর্ণ সম্পূর্ণ বাক্য বা প্রদত্ত বিবৃতির প্রকৃতি (সত্য-মিথ্যা) নির্ধারণ করতে বলা হয়। এ ধরনের অভীক্ষাপদ দ্বারাও শিক্ষার্থীর জ্ঞানের পরিমাপ করা হয়। এ ধরনের প্রশ্নের উত্তর অনুমানের উপর লেখা সম্ভব অর্থাৎ পরীক্ষার্থী যদি সকল অভীক্ষাপদের জন্য সত্য(স)/মিথ্যা(মি) লেখে তবে ৩০-৭০% উত্তর সঠিক হয়ে যায়। সেজন্য এটা শ্রেণিকার্যক্রমের ধারাবাহিক মূল্যায়নের জন্য ব্যবহৃত হতে পারে, প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষার জন্য উপযুক্ত নয়। উদাহরণ:বাক্য সত্য হলে 'স' মিথ্যা হলে 'মি' লিখ।

- চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি তিন সমকোণের সমান।

(ঘ) মিলকরণঃ

মিলকরণ জাতীয় অভীক্ষাপদে শিক্ষার্থীকে উত্তর সনাক্ত করতে হয়। এ ধরনের অভীক্ষাপদে দুটি সারি থাকে। একটি সারিতে থাকে কোন বিবৃতি বা প্রশ্ন। অপর সারিতে থাকে বিবৃতির সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত ধারণা বা প্রশ্নের উত্তর প্রথম সারিতে ক্রম অনুযায়ী যে ভাবে বিবৃতি বা প্রশ্ন উপস্থাপন করা হয় দ্বিতীয় সারিতে ধারণা বা উত্তরগুলো ঠিক সেভাবে উপস্থাপন করা হয় না। উত্তরগুলোকে প্রশ্নের বরাবর না রেখে স্থান বদলে দেওয়া হয়। শিক্ষার্থীকে বিবৃতির সঙ্গে ধারণা অথবা প্রশ্নের সঙ্গে উত্তরের মিল করতে বলা হয়। প্রথম সারিতে যতগুলো বিবৃতি বা প্রশ্ন দেওয়া হয় দ্বিতীয় সারিতে তার চেয়ে কয়েকটি বেশি ধারণা বা উত্তর দেওয়া হয়।

দুই সারির সংখ্যা সমান থাকলে শেষের দিকে প্রশ্নের জন্য উত্তর সনাক্ত করার কাজটি খুব সহজ হয়ে যায় এতে পরিমাপ সঠিক হয় না। প্রথম সারির বিবৃতি বা প্রশ্নগুলো সমজাতীয় হয়ে থাকে।

উদাহরণ:

বাম পাশের সারির প্রশ্নের সাথে ডান পাশের সারির সংখ্যার মিল কর।

বাম	ডান
ক. ঘনকের কয়টি পৃষ্টতল রয়েছে?	ক. ৪টি
খ. ঘনকের কয়টি ধার বা কিনার রয়েছে?	খ. ৮টি
গ. ঘনকের কয়টি শীর্ষবিন্দু রয়েছে?	গ. ৬টি
	ঘ. ১০টি
	ঙ. ১২টি

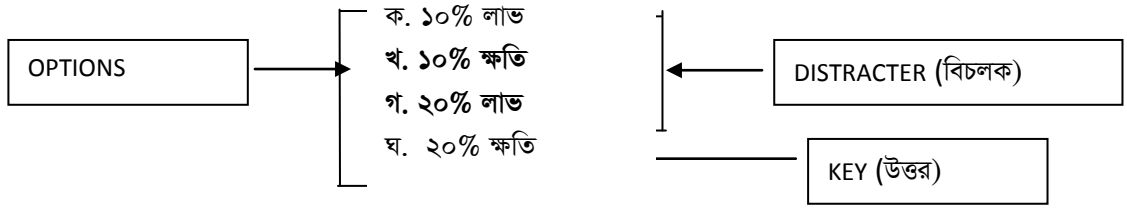
(ঙ) বহু নির্বাচনী অভীক্ষাপদঃ

বহু নির্বাচনী **অভীক্ষাপদ** অন্যান্য প্রকারের নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাপদের তুলনায় অনেক বেশি ব্যবহৃত হয়।কারণ বহু নির্বাচনী অভীক্ষাপদ অন্য যে কোন প্রকার নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাপদের তুলনায় অধিক নির্ভরযোগ্য। এ ছাড়া জ্ঞানের বিভিন্ন স্তরের অর্থাৎ জ্ঞান, উপলব্ধি,প্রয়োগ ইত্যাদির উপযোগী বহু নির্বাচনী অভীক্ষাপদ তৈরি করা যায়।

বহু নির্বাচনী অভীক্ষাপদের (MCQ) উদাহরণ

বহু নির্বাচনী প্রশ্নের প্রধানত দুটি অংশ থাকে। মূল অংশে (STEM) থাকে একটি প্রশ্ন বা সমস্যা এবং নিচে ৪/৫টি বিকল্প উত্তর (Alternatives or options) দেওয়া থাকে। এই বিকল্প উত্তরগুলোর মধ্যে একটি মাত্র উত্তর সঠিক (Key) এবং বাকিগুলো ভুল উত্তর বা বিচলক (Distracter)।

একটি কলমের ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা। কলমটি ৬০ টাকায় বিক্রয় করা হলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? ← STEM



বৈশিষ্ট্য:

- ❖ স্টেম সরাসরি প্রশ্ন আকারে হবে অথবা একটি সম্পূর্ণ বাক্য বা উক্তি হতে পারে।
- ❖ Key -এর মাধ্যমে সঠিক উত্তরটি নিশ্চিত করতে হয়।
- ❖ সব বিকল্প উত্তর একই কাঠামোর হতে হবে। (যেমন- বাক্য, শব্দগুচ্ছ সব একই দৈর্ঘ্যের হতে হবে)।
- ❖ বিকল্প উত্তরগুলো সমগোত্রীয় হতে হয়।
- ❖ উত্তরগুলো যৌক্তিকভাবে সাজাতে হয়।

- ❖ উত্তরগুলো প্রশ্নের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ হতে হয়।
- ❖ না বাচক বাক্য ব্যবহার থেকে বিরত থাকতে হয়।
- ❖ প্রশ্নের উত্তর খোঁজার ক্ষেত্রে কোন সূত্র রাখা যায় না।
- ❖ প্রশ্নের মধ্যে শুদ্ধ উত্তরগুলোর অবস্থান ভিন্ন হতে হয় যাতে কোন প্যাটার্ন খুঁজে পাওয়া না যায়।
- ❖ প্রশ্নগুলো যতটা সম্ভব সংক্ষিপ্ত হতে হয়।
- ❖ দ্ব্যর্থবোধক বা চালাকি প্রশ্ন না করাই ভালো।

সারসংক্ষেপকরণ:

আমাদের দেশে বিভিন্ন ধরণের অভীক্ষাপদ প্রচলিত আছে এবং প্রত্যেকটি অভীক্ষাপদের ভিন্ন ভিন্ন বৈশিষ্ট্য রয়েছে। শুধুমাত্র একটি নির্দিষ্ট সমায়ান্তে শিক্ষার্থীদের অর্জন মূল্যায়ন করার জন্য অভীক্ষাপদ ব্যবহার করা গুরুত্বপূর্ণ নয়। গাঠনিক মূল্যায়নের জন্যও অভীক্ষাপদগুলো সমানভাবে গুরুত্বপূর্ণ। তাই শ্রেণিকক্ষে শিখন-শেখানো কার্যক্রম কার্যকর করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের অর্জন নিশ্চিত জন্য প্রত্যেক শিক্ষকের বিভিন্ন ধরণের অভীক্ষাপদ, অভীক্ষাপদের বৈশিষ্ট্য ও ব্যবহার কৌশল সম্পর্কে জানা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

এসাইনমেন্ট:

১. চতুর্থ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ভগ্নাংশ অধ্যায় থেকে প্রত্যেক প্রকার অভীক্ষাপদের ২টি করে প্রশ্ন প্রণয়ন করুন।

মূল্যায়নে রুব্রিকের ব্যবহার

শিক্ষার্থীদের গণিত শিখন কার্যকরভাবে মূল্যায়নের জন্য রুব্রিক অত্যন্ত কার্যকরি।পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে এর মাধ্যমে মূল্যায়ন করা হয়ে থাকে। পূর্বে শিক্ষার্থীদের গাণিতিক দক্ষতা মূল্যায়নে সমাধান প্রক্রিয়ায় কোনো একটি ভুলের জন্য পুরো নম্বর কেটে দেওয়া হতো বা কোনো নম্বরই প্রদান করা হতো না। পরবর্তিতে শিক্ষার্থীদের গাণিতিক দক্ষতা অর্জনের কথা বিবেচনা করে সমস্যা সমাধানের প্রতিটি ধাপ সঠিকভাবে সমাধানের জন্য নম্বর প্রদানের ব্যবস্থা করা হয়। শিক্ষার্থীদের নম্বর প্রদানে ক্ষেত্রে নৈর্ব্যক্তিকতা ও নির্ভরযোগ্যতা বজায় রাখার জন্য রুব্রিক অত্যন্ত কার্যকরি একটি উপায়। শিখন-শেখানো কার্যক্রম ও এর সাথে সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন বিষয় ও উপাদানের মূল্যায়ন ও তা উন্নয়নের জন্য পরবর্তীতে ফিডব্যাক প্রদানের জন্য রুব্রিকের মাধ্যমে মূল্যায়ন অত্যন্ত কার্যকরি।

রুব্রিকের মাধ্যমে মূল্যায়ন স্কেলে নম্বর প্রদানের জন্য সমাধান কী রকম হবে তার বর্ণনা সুস্পষ্টভাবে দেওয়া থাকে ফলে এর মাধ্যমে মূল্যায়ন সঠিক ও কার্যকর হয়। এক্ষেত্রে নম্বর প্রদানের কারণ সুস্পষ্টভাবে ব্যাখ্যা করা যায় এবং পরবর্তী করণীয় নির্ধারণ করা সহজ হয়।

রুব্রিক ব্যবহার করে শিক্ষার্থীদের গণিত শিখন মূল্যায়ন করার জন্য যা করা যেতে পারে-

- ○ রুব্রিকের প্রতিটি ক্যাটাগরি অনুযায়ী প্রতিটি স্কোরের নিচে প্রদত্ত ব্যাখ্যা মনোযোগসহকারে পড়তে হবে।
- ○ শিক্ষার্থীদের সমাধানের প্রতিটি ধাপ সতর্কতার সাথে যাচাই করতে হবে। এক্ষেত্রে রুব্রিকের বর্ণনার সাথে মিল রেখে নম্বর প্রদান করতে হবে।
- ○ শিক্ষার্থীদের সমাধান এবং রুব্রিক একসঙ্গে ব্যবহার করতে হবে এবং নম্বর প্রদান করতে হবে।

- প্রয়োজনে রুব্রিকটির স্কোরকে আরো ক্ষুদ্র অংশে বিভাজন করে নেওয়া যেতে পারে। এক্ষেত্রে মূল্যায়ন আরও বেশি পরিমাণে নিখুত হবে।

মূল্যায়ন কারীগণের জন্য রুব্রিকের মাধ্যমে মূল্যায়নের নির্দেশনা

সাধারণ নির্দেশনাঃ

১. উত্তরপত্র মূল্যায়নকারী উত্তরপত্র মূল্যায়নের পূর্বে প্রদত্ত রুব্রিকের মাধ্যমে মূল্যায়ন কৌশল ভালোভাবে পড়বেন। অতঃপর নিজস্ব মেধা, প্রজ্ঞা, বুদ্ধি ও বিবেক খাটিয়ে প্রশ্নের চাহিদা ও নম্বরের আলোকে নিজেই রুব্রিক মূল্যায়ন টুলস তৈরি করবেন।

২. নিজের তৈরিকৃত মূল্যায়ন টুলস নিয়ে সহকর্মী ও পরে প্রধান শিক্ষকের সাথে মত বিনিময় করবেন।

৩. রুব্রিক মূল্যায়ন ছক প্রস্তুত করার সময় প্রদত্ত প্রশ্নে আলোকে শক্ষার্থীদের প্রতিটি বিকল্প উত্তর বিবেচনা করবেন।

৪. রুব্রিক মূল্যায়ন ছকে হাতের লেখা ভাল-মন্দের জন্য কোনো নম্বর প্রদানের সুযোগ রাখা যাবে না।

৫. রুব্রিকের মাধ্যমে গণিতের মূল্যায়নে বানান ভুলের বিষয়টি বিবেচনা করা যাবে না তবে বানান ভুলের কারণে ভিন্নরূপ অর্থ প্রকাশ পেলে তা বিবেচনা করতে হবে।

৬. গাণিতিক সমস্যা সমাধানে পাঠ্যপুস্তকের উদাহরণ এবং পাঠ্যপুস্তকের বাইরের যুক্তিসঙ্গত ও গ্রহণযোগ্য উপায়ে সঠিক সমস্যা সমাধান বিবেচনা করে মূল্যায়ন করতে হবে।

৭. পরীক্ষার্থীর কোনো প্রশ্নের মূল্যায়নে রুব্রিকের মাধ্যমে সর্বনিম্ন নম্বর প্রদান করার পূর্বে ভালোভাবে চিন্তা করতে হবে।

৮. মূল্যায়নের সময় কোনরূপ কাটাকাটি কিংবা ঘষা-মাজা কিংবা ওভার রাইটিং করা যাবে না। প্রদত্ত মূল্যায়ন কোন কারণে সংশোধন করার প্রয়োজন হলে একটানে কেটে দিয়ে পরিবর্তিত মূল্যায়ন করতে হবে এবং পাশে অনুস্বাক্ষর করতে হবে।

৯. উত্তরপত্র মূল্যায়নের জন্য লাল কালির কলম ব্যবহার করতে হবে।

১০. কোনো অস্পষ্টতা বা মূল্যায়ন সম্পর্কিত যে কোনো জটিলতার জন্য প্রধান শিক্ষক অথবা অভিজ্ঞ শিক্ষকের সাথে আলোচনাক্রমে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে হবে।

মূল্যায়নঃ

১. কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষার প্রকারভেদ আলোচনা করুন।

২. নৈব্যাক্তিক অভীক্ষা কী? কত প্রকার ও কী কী উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

৩. যে কোন শ্রেনীর যে কোন একটি বিষয়ের উপর প্রত্যেক প্রকার নৈব্যাক্তিক অভীক্ষা প্রণয়ন করুন।

গণিতের কাঠামোবদ্ধ প্রশ্নের (সংক্ষিপ্ত) মূল্যায়নের জন্য নমূনা রুব্রিক

	ক্যাটাগরি	স্কোর	
		নিম্নের ১ থেকে ২ এর বর্ণনা থেকে যে কোন একটি বাছাই করুন	
		১	২
১.	একটি আলমিরার তাকের দৈর্ঘ্য ৯৪.৬ সেমি। ২৩.৩ সেমি দৈর্ঘ্যের একটি বাক্স ঐ তাকে রাখা হল। তাকের অবশিষ্ট স্থানে কত সেমি দৈর্ঘ্যের বাক্স রাখা যাবে? সমস্যাটি সমাধান করে দেখাও।	৯৪.৬ - ২৩.৩ তাকের অবশিষ্ট দৈর্ঘ্য বের করার জন্য বিয়োগ করতে হবে বোঝা	৯৪.৬ - ২৩.৩ = ৭১.৩ সেমি, তাকের অবশিষ্ট দৈর্ঘ্য বের করার জন্য বিয়োগ করতে হবে বুঝা এবং সঠিকভাবে বিয়োগফল বের করতে পারা।

	ক্যাটাগরি	স্কোর	
		নিম্নের ১ থেকে ২ এর বর্ণনা থেকে যে কোন একটি বাছাই করুন	
		১	২
২.	দীপ্তির বাবা মার্চ মাসে ৫৭ ঘন্টা, এপ্রিল মাসে ৬২ ঘন্টা এবং মে মাসে ৫৯ ঘন্টা কাজ করেন। তিন মাসে তিনি সর্বমোট কতঘন্টা কাজ করেছেন?	৫৭+৬২+৫৯ = , এভাবে সমাধান করতে হবে তা সনাক্ত করা	৫৭+৬২+৫৯ = , এভাবে সমাধান করতে হবে তা সনাক্ত করা এবং সঠিক উত্তর ১৭৮ ঘণ্টা লেখা।

প্রশ্নের মূল্যায়নের জন্য নমুনা রুব্রিক

	ক্যাটাগরি	স্কোর				
		নিম্নের ১ থেকে ৫ এর বর্ণনা থেকে যে কোন একটি বাছাই করুন				
		১	২	৩	৪	৫
১.	রুমি তার বাবার কাছ থেকে ৫০ টাকা এবং মায়ের কাছ থেকে ৪০ টাকা পেল। সে বাজারে গিয়ে ৭.৫০ টাকার একটি পেন্সিল ও ১২.৫০ টাকার একটি খাতা কিনল। এখন তার নিকট কত টাকা আছে? সমস্যাটি সমাধান কর	বাবার কাছ থেকে পায় ৫০টাকা মায়ের কাছ থেকে পায় ৪০টাকা (+) ৯০ টাকা	বাবার কাছ থেকে পায় ৫০টাকা মায়ের কাছ থেকে পায় ৪০টাকা (+) ৯০ টাকা	বাবার কাছ থেকে পায় ৫০ টাকা মায়ের কাছ থেকে পায় ৪০টাকা (+) ৯০ টাকা সে খাতা কিনল ১২.৫০ টাকা সে পেন্সিল কিনল ৭.৫০ টাকা (-) ২০.০০ টাকা	বাবার কাছ থেকে পায় ৫০টাকা মায়ের কাছ থেকে পায়৪০টাকা (+) ৯০ টাকা সে খাতা কিনল ১২.৫০ টাকা সে পেন্সিল কিনল ৭.৫০ টাকা (+) ২০.০০ টাকা	বাবার কাছ থেকে পায় ৫০টাকা মায়ের কাছ থেকে পায় ৪০টাকা (+) ৯০ টাকা সে খাতা কিনল ১২.৫০টাকা সে পেন্সিল কিনল ৭.৫০টাকা (-) ২০.০০ টাকা টাকা ছিল ৯০.০০ টাকা খরচ করল ২০.০০ টাকা তাঁর নিকট আছে ৭০.০০ টাকা

গণিতের কাঠামোবদ্ধ প্রশ্নের (সংক্ষিপ্ত) মূল্যায়নের জন্য নমূনা রুব্রিক

গণিতের কাঠামোবদ্ধ প্রশ্নের মূল্যায়নের জন্য নমূনা রুব্রিক

	ক্যাটাগরি	স্কোর						
		নিম্নের ১ থেকে ৫ এর বর্ণনা থেকে যে কোন একটি বাছাই করুন						
		১	২	৩	৪	৫	৬	৭
১.	নাসির সপ্তাহে ৬ দিন ক্রিকেট খেলা অনুশীলন	৪৫ × ৩ = , লেখা।	৪৫ ×৩ = , লেখা এবং সঠিক	৪৫ ×৩ = , লেখা, সঠিক উত্তর	৪৫ ×৩ = , সঠিক উত্তর ১৩৫ মিনিট, ২০× ৩ =, এবং	৪৫ ×৩ = , সঠিক উত্তর ১৩৫ মিনিট,	৪৫ ×৩ = , সঠিক উত্তর ১৩৫ মিনিট,	৪৫ ×৩ = , সঠিক উত্তর ১৩৫ মিনিট, ২০× ৩ = , সঠিক উত্তর ৬০

	করে। ১ম ৩ দিন সে ৪৫ মিনিট করে অনুশীলন করে। অবশিষ্ট ৩ দিন সে ২০ মিনিট করে অনুশীলন করে। নাসির ৬ দিনে সর্বমোট কতক্ষণ অনুশীলন করে?		উত্তর ১৩৫ মিনিট লেখা।	১৩৫ মিনিট এবং ২০ × ৩= ,লেখা।	সঠিক উত্তর ৬০ মিনিট লেখা।	২০× ৩ = , সঠিক উত্তর ৬০ মিনিট ও ১৩৫ + ৬০ = ১৯৫, লেখা।	২০× ৩ = , সঠিক উত্তর ৬০ মিনিট, ১৩৫ + ৬০ = ১৯৫ মিনিট এবং ১৯৫ + ৬০, লেখা	মিনিট ও ১৩৫ + ৬০ = ১৯৫ এবং ১৯৫ + ৬০= ২৫৫মিনিট সঠিক উত্তর ৪ ঘন্টা ১৫ মিনিট লেখা।

মূল্যায়ন:

পঞ্চম শ্রেণির শতকরা/পরিমাপ সম্পর্কিত সমস্যার উপর রুব্রিক তৈরি করুন ও সমস্য সমাধান করে রুব্রিকের মাধ্যমে মূল্যায়ন করে সহপাঠীদের সাথে শেয়ার করুন। পরবর্তীতে তা বিষয় ইনস্ট্রাক্টরের সাথে শেয়ার করুন।

পাঠ-৪: গণিত শিখন ঘাটতি সনাক্তকরণ ও নিরাময়মূলক ব্যবস্থা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কীভাবে শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি চিহ্নিত করা যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিরাময়মূলক ব্যবস্থা বলতে কী বুঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিরাময়মূলক ব্যবস্থা গ্রহণের মাধ্যমে কীভাবে শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি দূর করা যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): সকল শিক্ষার্থীর গাণিতিক শিখন অর্জন নিশ্চিত করার লক্ষে মূল্যায়নের মাধ্যমে শিখন ঘাটতি চিহ্নিত করে তার জন্য নিরাময়মূলক ব্যবস্থা গ্রহণ অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। তাই এই পাঠের উপরোক্ত শিখনফল অর্জন করার জন্য পাঠের শুরুতেই নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে;

- শিক্ষার্থীর শিখন ঘাটতি কী?
- শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি করার ক্ষেত্রে আপনার কী অভিজ্ঞতা রয়েছে?
- শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি শনাক্ত করার জন্য কী কৌশল অবলম্বন করা প্রয়োজন?ইত্যাদি

শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তিতে ধারাবাহিতভাবে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা যেতে পারে।

শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি চিহ্নিত করণ

মূল্যায়ন হচ্ছে দৈনন্দিন পাঠের একটি অবিচ্ছেদ্য অংশ।প্রতিদিনের শিখন-শেখানো কার্যক্রম চলাকালে ও শেষে পাঠের বিষয়বস্তুর উপর শিক্ষার্থীর শিখন অগ্রগতি পরিমাপ করা পাঠেরই একটি অঙ্গ। এ কাজটি শুধুমাত্র করা সম্ভব ধারাবাহিক মূল্যায়ণের মাধ্যমে। ধারাবাহিক মূল্যায়ন হলো, শিক্ষার্থীর জ্ঞান, দক্ষতা ও দৃষ্টিভঙ্গির পরিবর্তনের উপর প্রতিনিয়ত মূল্যায়ন। অর্থাৎ প্রতি পাঠে শিক্ষার্থীর অগ্রগতির পরিমাপকে বলা হয় ধারাবাহিক মূল্যায়ন। ধারাবাহিক মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর শিখন ঘাটতি চিহ্নিত করে নিরাময়শূলক ব্যবস্থা গ্রহণের মাধ্যমে পুরোপুরি শিখন নিশ্চিত করা সম্ভব। এ পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন করার জন্য পূর্বে কোনোরূপ ঘোষণা দেওয়া হয় না ফলে শিক্ষার্থীদের মনে পরীক্ষা ভীতির সঞ্চার হয় না।

এ ক্ষেত্রে কোনো একটি নির্দিষ্ট যোগ্যতার শিখন-শেখানো কার্যক্রম চলার সময় এবং শেষে ঐ যোগ্যতার উপর মূল্যায়ন করে পিছিয়ে পড়া শিক্ষার্থীদের চিহ্নিত করা হয় এবং তাদের পিছিয়ে পড়ার কারণ খুঁজে বের করা হয়। অত:পর পিছিয়ে পড়ার কারণ অনুযায়ী যোগ্যতাটি পুনরায় বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করে শেখানোর ব্যবস্থা করা হয়। এক নিরাময়মূলক ব্যবস্থা বলে। শিখন-শেখানো প্রক্রিয়ায় এটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। সকল শিক্ষার্থীর দুর্বলতা বা শিখন ঘাটতি সবসময় একরকম হয় না এবং একই কৌশল অবলম্বন করে তা দুর করাও সম্ভব হয় না।

শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতির কারণ

- শিখন ঘাটতি হয় তার ব্যক্তিগত অমনোযোগিতার কারণে
- পাঠের প্রতি আগ্রহ ও আস্থার অভাব থাকলে
- পূর্ব প্রস্তুতির ঘাটতি থাকার কারণে
- শিক্ষার্থী ক্ষীণ মেধাসম্পন্ন হওয়ার কারণে
- বিদ্যালয়ে নিয়মিত উপস্থিত না থাকার কারণে
- শিক্ষকের গণিত পাঠদান আকর্ষনীয় না হওয়ার কারণে

- ❖ গণিতের সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তু পর্যাপ্ত অনুশীলন না করার ফলে
- ❖ সকল শিক্ষার্থীর প্রতি শিক্ষকের মনোযোগের ঘাটতি থাকলে
- ❖ শিক্ষার্থী সম্পর্কে শিক্ষকের সুস্পষ্ট ধারণা না থাকলে

অপারগ শিক্ষার্থী শনাক্তকরণ: এ ক্ষেত্রে কোনো একটি নির্দিষ্ট যোগ্যতার শিখন-শেখানো কার্যক্রম চলার সময় এবং শেষে ঐ যোগ্যতার উপর মূল্যায়ন করে পিছিয়ে পড়া শিক্ষার্থীদের চিহ্নিত করতে হয়। এক্ষেত্রে

- ○ প্রথমেই শিক্ষার্থীদের ঘাটতির ক্ষেত্রগুলো চিহ্নিত করতে হবে। যেমন, শিক্ষার্থীর ঘাটতি কোন কোন ক্ষেত্রে; সংখ্যা চেনা, গণনা করা, নামতা না জানা ইত্যাদি।
- ○ সময় ও সুযোগ বুঝে শিক্ষার্থীর সাক্ষাৎকার গ্রহণ করতে হবে। সাক্ষাৎকারের সময় নিজে বেশি কথা না বলে শিক্ষার্থীকে তার নিজের অসুবিধা/ সমস্যার কথা বলতে দিবেন।
- ○ শিক্ষার্থীদের ঘাটতির জন্য সমালোচনা না করে তার ভাল দিকগুলোর প্রশংসা করবেন যাতে সে আত্মবিশ্বাসী হয়।
- ○ আলোচনার সময় বন্ধুত্বসূলভ পরিবেশ সৃষ্টি করা যাতে সে অকপটে তার সমস্যা/অসুবিধার কথা ব্যক্ত করে।
- ○ শিক্ষার্থী যা বলবে তা বন্ধুত্বসূলভ মনোভাব নিয়ে গ্রহণ করতে হবে।

নিরাময়মূলক ব্যবস্থা

মূল্যায়নের মাধ্যমে কোনো নির্দিষ্ট বিষয়বস্তুতে শিক্ষার্থীর শিখন ঘাটতি শনাক্ত করা এবং পিছিয়ে পড়ার কারণ খুঁজে বের পর সে অনুযায়ী যোগ্যতাটি পুনরায় বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করে শেখানোর ব্যবস্থা করা হয়। একে নিরাময়মূলক ব্যবস্থা বলে। শিখন-শেখানো প্রক্রিয়ায় এটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। সকল শিক্ষার্থীর দুর্বলতা বা শিখন ঘাটতি সবসময় একরকম হয় না এবং একই কৌশল অবলম্বন করে তা দুর করাও সম্ভব হয় না।

উরোল্লেখিত কারণগুলো শনাক্ত করার পর শিক্ষকের খুব সতর্কতার সাথে শিক্ষার্থীদের ঘাটতির ক্ষেত্রগুলো শনাক্ত করে শিক্ষার্থীর শিখন ঘাটতি দুর করার জন্য কারণ অনুযায়ী উপযুক্ত পদ্ধতি নির্বাচন করে শেখানোর ব্যবস্থা করা এবং পুনরায় মূল্যায়ন করে অগ্রগতি নিশ্চিত করা প্রয়োজন।

নিরাময়মূলক ব্যবস্থার গুরুত্বপূর্ণ দিক হলো কারণ অনুযায়ী সহযোগিতা প্রদান করা এবং অনুশীলন করানো। এক্ষেত্রে ব্যাক্তিগত সাহায্য প্রদান অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। শিক্ষার্থীর শিখন ক্ষমতা বিবেচনা করে বিভিন্ন কৌশল ও প্রয়োজনীয় উপকরণ ব্যবহার করে সহযোগিতা প্রদানসহ প্রয়োজনীয় অনুশীলনের ব্যবস্থা করতে হবে।অনেক সময় শিক্ষার্থী, শিক্ষককে ভয় পায় অথবা শিক্ষকের কথা বুঝতে পারে না। এ ক্ষেত্রে শিক্ষক পারগ শিক্ষার্থীর সাহায্যে অপারগ শিক্ষার্থীকে শিখানোর ব্যবস্থা করতে পারেন। তবে শিক্ষককে অবশ্যই লক্ষ্য রাখতে হবে, যেন পারগ শিক্ষার্থী অপারগ শিক্ষার্থীর উপর প্রভাব বিস্তার না করে।

ধারাবাহিক মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর পাঠের অগ্রগতি তাৎক্ষনিকভাবে জানা যায় বলে প্রত্যেক শিক্ষার্থী প্রতিটি যোগ্যতা অর্জন করার সুযোগ লাভ করে। ফলে যোগ্যতাভিত্তিক শিখন-শেখানো কার্যক্রম শিক্ষার্থীর জন্য হতে পারে চিত্তাকর্ষক ও আনন্দদায়ক।

মূল্যায়ন:

- শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি কীভাবে শনাক্ত করা যেতে পারে তার ৪টি উপায় উল্লেখ করুন।
- যে সমস্থ শিক্ষার্থীদের শিখন ঘাটতি রয়েছে তাদের শিখনের জন্য কী ব্যবস্থা গ্রহণ করবেন?

অধ্যায় ৮

পাঠ পরিকল্পনা

যে-কোন কাজে সফলতা অর্জন করতে হলে সর্বাগ্রে কার্য সম্পাদনের জন্য যথাযথ পূর্বপরিকল্পনা প্রণয়ন আবশ্যক। কারণ পূর্বপরিকল্পনা ব্যতীত কোনো কার্য পরিচালনা সম্ভবপর নয়। প্রণীত পরিকল্পনার ওপর নির্ভর করে কাজ পরিচালনা করলে কাজে গতি সঞ্চার হয়। এই অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীগণ পাঠ পরিকল্পনার উপাদান সম্পর্কে ধারণা লাভ করে পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন ও অনুশীলন করতে পারবেন।

পাঠ ১ : পাঠ পরিকল্পনা: পাঠ পরিকল্পনা কী ও এর গুরুত্ব, বিবেচ্য বিষয় ও ধাপসমূহ
এ পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা

- পাঠ পরিকল্পনা কি তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- গণিত পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব ও বিবেচ্য বিষয় সনাক্ত করতে পারবেন
- গণিত পাঠ পরিকল্পনার ধাপসমূহ বর্ণনা করতে পারবেন

পাঠ পরিকল্পনা

পাঠদানের পূর্বে শিক্ষককে অবশ্যই পূর্ব প্রস্তুতি গ্রহণ করতে হয় যেন তিনি স্বল্প সময়ে কার্যকরভাবে তাঁর জ্ঞান, আবেগ ও দক্ষতা শিক্ষার্থীদের মধ্যে স্থানান্তর করতে পারেন। যে পাঠদান একটি সুনির্দিষ্ট পূর্ব পরিকল্পনা অনুযায়ী পরিচালিত হয় তাহাই পাঠ পরিকল্পনা। শ্রেণীকক্ষে এ ধরনের পাঠদানের ফলে শিক্ষক যেমন সফল হন তেমনি শিক্ষার্থীরাও স্বত:স্ফূর্তভাবে পাঠে সক্রিয় অংশগ্রহণ করে এবং তাদের যথাযথ শিখন সম্পন্ন হয়।

পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব

পাঠ পরিকল্পনা হলো পাঠদানের বিষয়বস্তুর ওপর প্রণীত পূর্ব পরিকল্পনা। শিক্ষার্থীদের পূর্ব অভিজ্ঞতা ও চাহিদা সনাক্তকরণ, সংশ্লিষ্ট পাঠের উপযোগী পদ্ধতি ও কৌশলসমূহ নির্ধারণ, পাঠের উদ্দেশ্য ও শিক্ষাক্রমের সাথে এর যোগসূত্র নির্ণয়করণ, পাঠদনের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট প্রয়োজনীয় উপকরণ সংগ্রহ ও তার সর্বোচ্চ ব্যবহার নিশ্চিতকরণ, পাঠের ধারাবাহিকতা রক্ষাকরণ এবং শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের কাজের সম্পর্ক স্থাপন করার জন্য পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন করা আবশ্যক। পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়নের মাধ্যমে একজন শিক্ষক নির্ধারিত বিষয়ের নির্ধারিত বিষয়বস্তু যুক্তিসংগতভাবে উপস্থাপন করতে পারেন। কাজেই পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। নিম্নে পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব উল্লেখ করা হলো:-

১. পরিকল্পিত পাঠ পরিকল্পনা মাধ্যমে শ্রেণী পাঠকে সফল করে তোলা যায়।
২. শিক্ষার্থীদের শিখনকে যথার্থ ও কার্যকর সহায়তা করা যায়।
৩. শিখন -শেখানো কার্যক্রমে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা যায়।
৪. পাঠদানের উপযুক্ত পদ্ধতি ও কৌশল অনুসরণ সম্ভব হয়।
৫. শিক্ষক ও শিক্ষার্থী উভয়ে কর্মতৎপর থাকে।
৬. পাঠের ধারাবাহিকতা বজায় রাখা সম্ভব হয়।
৭. পাঠদানের জন্য বরাদ্দকৃত সময়কে ধারাবাহিকভাবে ব্যবহার করা সম্ভব।
৮. বিষয়বস্তুর সাথে সামঞ্জস্য রেখে পাঠসংশ্লিষ্ট উপকরণ ব্যবহার করা সম্ভব হয়।
৯. পাঠদানকালে প্রশ্নকরণে কৌশল প্রয়োগ করা যায়।
১০. পাঠদান শেষে শিক্ষার্থীদেরকে মূল্যায়ন করা যায়।

গণিত পাঠ পরিকল্পনার বিবেচ্য বিষয়সমূহ

শ্রেণিকক্ষে পাঠদানকে সুনির্দিষ্ট ও পরিকল্পনা মাফিক পরিচালনা করতে হলে কতকগুলো বিশেষ দিক বিশেষভাবে বিবেচনা করতে হবে। এসব দিক বিবেচনা করে পাঠদানের জন্য পরিকল্পনা প্রণয়ন করলে শ্রেণি পাঠদানে শিক্ষক সফল হবেন বলে আশা করা যায়। পাঠদান আরম্ভের পূর্বেই শিক্ষককে নিম্নবর্ণিত দিকগুলো বিবেচনা করে একটি সুনির্দিষ্ট ও বিস্তারিত পরিকল্পনা প্রণয়ন করতে হবে। যেমন-

১. পাঠদানের বিষয়বস্তু নির্বাচন।
২. পাঠের আচরণিক উদ্দেশ্য নির্ধারণ।
৩. পাঠের বিষয়বস্তুকে বিভিন্ন পর্বে বিন্যাস।
৪. বিষয়বস্তুর সাথে সঙ্গতি রেখে পাঠদানের জন্য বরাদ্দকৃত সময়কে বিভাজন ।
৫. বিষয়বস্তুর সাথে সামঞ্জস্য রেখে উপকরণ নির্বাচন।
৬. যথাযথভাবে শ্রেণী সংগঠন বা শ্রেণী বিন্যাসকরণ।
৭. পাঠদানে যেসব পদ্ধতি ও কৌশল অনুসরণ করতে হবে তা সনাক্তকরণ।
৮. পাঠে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করার জন্য প্রয়োজনীয় কার্যবলি নির্বাচন।
৯. পাঠের ধারাবাহিকতা বজায় রেখে পাঠদান নিশ্চিতকরণ।
১০. শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন কৌশল নির্ধারণ ইত্যাদি।

গণিত পাঠ পরিকল্পনার ধাপসমূহ

১. পরিচিতি
২. শিখনফল
৩. বিষয়বস্তুর ধারণা
৪. উপকরণ
৫. প্রস্তুতি
৬. উপস্থাপন
৭. মূল্যায়ন

এখানে পাঠ পরিকল্পনার ধাপসমহের সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দেওয়া হল

১. পরিচিতি

এই অংশে শ্রেণির স্তর, সময়, বিষয়, পাঠের শিরোনাম ইত্যাদির তথ্য প্রদান করা হয়, যেগুলোকে ভিত্তি করে শিক্ষক সমগ্র পাঠের পরিকল্পনা করতে পারেন।

২. শিখনফলঃ

পাঠদান প্রক্রিয়ায় মূল চাবিকাঠি হল **শিখনফল** বা আচরণিক উদ্দেশ্য। পাঠের শেষে শিক্ষার্থীর আচরণে অর্থাৎ তার চিন্তায়, অনুভূতিতে, দক্ষতায় কি ধরণের পরিবর্তন শিক্ষক আশা করেছেন তা উদ্দেশ্যে লিপিবদ্ধ করতে হবে, উদ্দেশ্য সুনির্দিষ্টভাবে জানা থাকলেও শিক্ষক কোন পথে যাবেন, কি করে যাবেন এবং কিভাবে গেলে ছাত্র-শিক্ষক সহজে ও অন্তরঙ্গ আনন্দময়তার মধ্যে দিয়ে অভীষ্ট উদ্দেশ্য অর্জন করতে পারবেন, তা স্থিত করা সম্ভব হবে।

৩. বিষয়বস্তুর ধারণাঃ

সংশিষ্ট অধ্যায়ের (উদাহরণস্বরূপ সংখ্যার ধারণা, ভগ্নাংশের ধারণা, প্রাথমিক চার নিয়ম, যোগ, গুণ, সমস্যা সমাধান, চিত্র অঙ্কন, ইত্যাদি) অর্জন উপযোগী যোগ্যতা, শিখনফল, বিষয়বস্তু পরিসর এবং ক্লাস পিরিয়ডের

মেয়াদের কথা বিবেচনায় রেখে একটি অধ্যায়কে কয়েকটি পাঠে বিভক্ত করতে হবে। তবে এক্ষেত্রে বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনা ব্যাহত না করে শিক্ষক প্রয়োজনবোধে সমন্বয় সাধন করতে পারবেন।

৪. উপকরণঃ

শিক্ষককে তার পাঠের বিষয়বস্তু অনুযায়ী উপকরণ নির্বাচন ও ব্যবহার করতে হবে। পাঠের সূচনা সুন্দর আকষণীয় এবং পাঠের সঙ্গে সম্পতিপূর্ণ উপকরণ ব্যবহার করলে তা শিক্ষার্থীর মনোযোগ ও আগ্রহকে ধরে রাখতে সমর্থ হয়। পরিবেশ থেকে প্রাপ্ত সহজলভ্য ও স্বল্প বা বিনামূল্যের উপকরণ ব্যবহার করার প্রতি শিক্ষকদের উৎসাহিত করতে হবে। কাগজ, কলম, কাঁচি এবং স্কেল দিয়ে তৈরি করা যায় এমন সব শিক্ষা উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে। কিছু বাস্তব উপকরণ যেমন, কাঠি, বল এবং প্লাস্টিকের পানির বোতল ইত্যাদি শিক্ষা উপকরণ হিসেবে ব্যবহার করার দরকার হতে পারে। উপকরণসমূহ কম দামের এবং একবার তৈরি করা হলে বারবার এবং বহু বছর ধরে ব্যবহার উপযোগী হতে হবে। এক্ষেত্রে যা প্রয়োজন সেটা অর্থকড়ি নয়, প্রয়োজন শিক্ষকদের আন্তরিকতা।

৫. প্রস্তুতিঃ

প্রস্তুতি অংশে শিক্ষক শিক্ষার্থীর সঙ্গে প্রথম মানসিক যোগাযোগ ও সম্পর্ক স্থাপন করবেন। এই সম্পর্ক বন্ধুসুলভ এবং সৌহার্দপূর্ণ হওয়া প্রয়োজন। এজন্য প্রথমেই শ্রেণির পরিবেশকে সহজ ও প্রীতিপূর্ণ করতে হবে। অত:পর শিক্ষক শ্রেণিবিন্যাস এবং শ্রেণির পরিবেশ পাঠের উপযোগী করবেন। নতুন পাঠের জন্য প্রয়োজনীয় পূর্বজ্ঞান এবং অভিজ্ঞতা শিক্ষার্থীদের রয়েছে কি না, প্রশ্নের মাধ্যমে বা আলোচনার মাধ্যমে জেনে নিতে হবে। প্রস্তুতি থেকে অনেক শিক্ষার্থী নতুন পাঠের বিষয়বস্তু আন্দাজ করতে পারবে। যদি না পারে তবে শিক্ষককে নতুন পাঠের ঘোষণা দিয়ে নতুন পাঠের উদ্দেশ্য সুস্পষ্ট করে শিক্ষার্থীদের বলে দিতে হবে। পাঠের উদ্দেশ্য শিক্ষার্থীদের নিকট সুস্পষ্ট হলে শিক্ষক ও শিক্ষার্থী সমবেতভাবে নতুন জ্ঞান অর্জনে অগ্রসর হতে পারবেন।

৬. শিখন -শেখানো কার্যাবলি

শিখন -শেখানো কার্যাবলি পাঠের সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ অংশ । এই অংশই হচ্ছে শিক্ষার্থীর জ্ঞানভান্ডারকে নতুন করে জ্ঞানের সম্ভার দিয়ে সমৃদ্ধশালী করার জন্য পরিকল্পিত। নতুন ধারণা দান করার জন্য বিভিন্ন উদাহরণ ব্যবহার করা যেতে পারে, সমস্যা সমাধানের জন্য সমস্যা অনুযায়ী নানাবিধ উদ্ভাবনীমূলক পদ্ধতি ব্যবহার হতে পারে, দক্ষতা হলে ব্যবহারিক কাজের অনুশীলন হতে পারে।মোটকথা এই অংশে শিক্ষক, শিক্ষার্থী তাদের নিজ নিজ জ্ঞান ও অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে আরও নতুন জ্ঞান ও অভিজ্ঞতা অর্জনে প্রয়াসী হবেন।

৭. মূল্যায়নঃ

এই অংশে শিক্ষক দেখবেন তিনি যে উদ্দেশ্য অর্জনের জন্য পাঠ শুরু করেছিলেন তা কতটা অর্জিত হয়েছে। এই কাজটি তিনি শ্রেণিতে প্রশ্ন করে, শিক্ষার্থীদের আলোচনায় অংশ গ্রহণের সুযোগ দিয়ে, বিভিন্ন সমস্যার মাধ্যমে করতে পারেন। শিক্ষার্থীরা শ্রেণির জ্ঞান কতটা নিতে পেরছে তা বাড়ির কাজের মাধ্যমে মূল্যায়ন করতে পারবেন। তবে প্রাথমিক স্তরে জ্ঞান অর্জন, জ্ঞান উপলব্ধি, জ্ঞানের প্রয়োগ উপর অধিক গুরুত্ব দিতে হবে। শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি, শিক্ষকের শিখন শেখানো কার্যাবলি পরিচালনা এবং শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের যথার্থতার দিক থেকে পাঠের মূল্যায়ন করা দরকার। শিক্ষার্থীদের মূল্যায়নের মাপকাঠি হিসেবে শুধমুাত্র দক্ষতা ও

জ্ঞান অর্জনকেই এখানে গুরুত্ব দেয়া উচিত নয়, বরং শিখন প্রক্রিয়া, যেমন শ্রেণি কার্যাবলিতে অংশগ্রহণ এবং শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক মতবিনিময়কে প্রাধান্য দেয়া প্রয়োজন। একই সাথে, শিক্ষকগণ শিক্ষার্থীদের শ্রেণি কার্যাবলিতে অংশগ্রহ ণে কতটুকু সহায়তা দেন, পারস্পরিক মতবিনিময়ে সহযোগিতা করেন কি না, শ্রেণিতে কোন কাজ প্রদানে তাদের নির্দেশনা যথেষ্ট ও সুস্পষ্ট কি না এবং যে সকল শিক্ষার্থী কাজে অংশগ্রহণের সময় সমস্যার সম্মখীন হয়েছে, তাদের কী উপায়ে সহযোগিতা প্রদান করেন এর ওপরও জোর দেওয়া উচিত। এছাড়াও পাঠে যে সমস্ত শিক্ষা উপকরণ ব্যবহার করা হবে সেগুলা শিক্ষার্থীদের শ্রেণি কার্যক্রমে সক্রিয় রাখতে যথেষ্টরূপে আকর্ষণীয় হবে কি না এবং বিষয়বস্তু সম্পর্কে শিক্ষার্থীদের ধারণা সুস্পষ্ট করতে পাঠে ব্যবহৃত শিক্ষা উপকরণ গুলো ফলপ্রসূ হবে কি না, এ সকল দিক বিবেচনায় রেখে শিক্ষকগণ তাঁদের নিজেদের পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন করবেন।

মূল্যায়ন:

১. পাঠ পরিপল্পনা কী ব্যাখ্যা কর।

২. গণিত পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব ও বিবেচ্য বিষয় আলোচনা করুন।

৩. গণিত পাঠ পরিকল্পনার ধাপসমূহ বর্ণনা করুন।

পাঠ-২: নমুনা পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন

এ পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা

- গণিতের নমুনা পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন করতে পারবেন
- গণিত পাঠ পরিকল্পনা মূল্যায়ন ও উন্নয়ন করতে পারবেন

পাঠ-১ আলোচিত ধারণার ভিত্তিতে পাঠদানকারী শিক্ষক পাঠ পরিকল্পনাসমূহ এমনভাবে প্রণয়ন করবেন, যেন তা ব্যবহার করে তিনি কাযর্করভাবে পাঠদান করতে পারেন। পাঠ পরিকল্পনা 'শিক্ষার্থী কেন্দ্রিক ' শিখন শেখানোর প্রতিই দৃষ্টি নিবদ্ধ রেখে প্রণয়ন করতে হবে। এ জন্যই স্থানীয়ভাবে প্রাপ্ত সহজলভ্য এবং স্বল্পমূল্যের শিক্ষা উপকরণের সাহায্যে পাঠসমূহ কর্মকেন্দ্রিক করার চেষ্টা করতে হবে। এখানে শিক্ষার্থীদের 'ভলু ও প্রচেষ্টা' এবং পরীক্ষণের মাধ্যমে বৈজ্ঞানিক নিয়মসমূহ খুঁজে বের করতে উৎসাহিত করা হবে। পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন বিষয়ে পাঠদানকারী শিক্ষকের অনন্য দায়িত্ব।

পাঠ পরিকল্পনায় শিক্ষাথীদের মধ্যে পারস্পরিক মতবিনিময়ের উপর গুরুত্বারোপ করতে হবে এবং শিক্ষার্থীদেরকে শিক্ষা গ্রহণে উৎসাহিত করে পাঠ পরিকল্পনা এমনভাবে সাজাতে হবে, যা শিখনের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোভাব পরিবর্তনে নিশ্চিতভাবে সহায়ক হবে। শিক্ষকের নিকট হতে সকল কিছু শেখার মনোভাব পরিবতর্ন করে শিক্ষার্থী দের প্রত্যক্ষ অথবা পরোক্ষভাবে শিক্ষকদের সহায়তা নিয়ে নিজে স্বাধীনভাবে শেখা, যে কোন উত্তর নিঃসংশয়ে গ্রহ ণের মনোভাব পরিবতর্ন করে চিন্তা করে নিজে তার উত্তর দেওয়া এবং বেঞ্চে বসে নিদের্শ নার জন্য অপেক্ষা করার মনোভাব পরিবতর্ন করে শ্রেণির কার্যাবলিতে অংশগহ্রণ করা ইত্যাদি ধারার প্রতি সমধিক গুরত্ব আরোপ করতে হবে।

অপরদিকে, পাঠ পরিকল্পনায় পাঠ্যপুস্তক কঠোরভাবে অনুসরণ করা আবশ্যক নয়। বিষয়বস্তু বিন্যাস, পাঠের বরাদ্দকতৃ সময় এবং যে পদ্ধতিতে পাঠের মূল ধারণাসমূহ তুলে ধরা ইত্যাদি কিছু কিছু ক্ষেত্রে পরিবর্তন আনা দরকার, যাতে শিক্ষার্থী রা সহজে নিদির্ষ্ট যোগ্যতা অজর্ন করতে সক্ষম হয়। যেহেতু প্রাথমিক শিক্ষা যোগ্যতা ভিত্তিক শিক্ষাক্রমের ওপর ভিত্তি করা হয়েছে সুতরাং উত্তম **পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়নে নিম্নে উল্লেখিত** শিক্ষাক্রমের প্রান্তিক যোগ্যতা, শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা , শিক্ষার্থীদের স্বক্ষমতা ও অধুনিক শিখন-শেখানো কৌশল অনুসরণ করতে হবে।

প্রান্তিক যোগ্যতা

প্রাথমিক স্তরের জন্য প্রণীত 'শিখনক্রম' থেকে প্রান্তিক যোগ্যতা নেয়া হয়। এগুলো ৫ বছর মেয়াদি প্রাথমিক শিক্ষার জন্য নির্ধারণ করা হয়েছে। শিখনের প্রথম ধাপ থেকেই প্রত্যেক শিক্ষকের উচিত হবে প্রয়োজনীয় ও সঠিক নির্দেশনা দেয়া, যাতে প্রাথমিক শিক্ষা শেষে শিক্ষার্থী রা নির্ধারিত প্রান্তিক যোগ্যতাগুলো অজর্ন করতে সক্ষম হয়। শিক্ষার্থীর জন্য এটি একটি লাইট হাউজের মত, যা তাকে শিখন অগ্রগতির ক্ষেত্রে সামনে চলার পথ দেখাবে।

শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা

শিখনক্রম থেকে নেয়া শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতাগুলো সংশ্লিষ্ট শ্রেণির জন্য আবশ্যিকভাবে অর্জনযোগ্য। এজন্য শিক্ষার্থীদের এ সকল যোগ্যতা অজর্ন করানোর জন্য শিক্ষকদের যথাসাধ্য চেষ্টা করতে হবে, যাতে সকল শিক্ষার্থী সমযোগ্যতা নিয়ে পরবর্তী শ্রেণিতে উত্তীর্ণ হতে পারে। পাঠ পরিকল্পনা এমনভাবে পণ্রয়ন করতে হবে, যাতে শিক্ষার্থীরা শুধমুাত্র পাঠ্যপুস্তকের ওপর নিভর্র শীল না হয়ে নির্ধারিত যোগ্যতাগুলো অজর্নে সচেষ্ট হয়।

শিক্ষার্থীদের স্বক্ষমতা

শিক্ষককে শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ের জ্ঞানের পরিধি, আগ্রহ, দৃষ্টিভঙ্গি, প্রয়োগ দক্ষতার দিকে মনোযোগী হতে হবে। কেননা শ্রেণি কার্যক্রম ও শিখন কৌশল নির্ধারণ, উপকরণ নির্বাচন ইত্যাদি বিষয়ে উপরোউক্ত তথ্যের আলোকেই সিদ্ধান্ত নিতে হবে, যা পাঠে শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণের ক্ষেত্রে খবুই গুরুত্বপূর্ণ। এ দৃষ্টিকোণ থেকে শিক্ষককে তাঁর নিজের শিক্ষার্থীদের উপযোগিতা বা পারদর্শিতা বিবেচনায় রেখে পাঠ পরিকল্পনাকে নিজের মত তৈরি করতে হবে।

আধুনিক শিখন-শেখানো কৌশল

শিক্ষাবিদ হার্বার্টের উদ্ভাবিত পঞ্চসোপান পাঠ পরিকল্পনার আলোকে পরিমার্জিত বাংলাদেশে 'প্রস্তুতি, উপস্থাপন ও মূল্যায়ন' বিশিষ্ট ত্রিসোপান পাঠ পরিকল্পনা অনুসরণ করা হয়। বহুমুখী শিখন শেখানো পদ্ধতি ও অন্যান্য পদ্ধতি সমন্বয় সাধন করে পাঠকে আকর্ষণীয় ও ফলপ্রসূ করার জন্য শিক্ষক উত্তম পাঠ পরিকল্পনা করতে পারেন। সার্থক পাঠদানের জন্য কয়েকটি নমুনা পাঠ পরিকল্পনা সংযোজন করা হলো :

পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়নের নমুনা-১

শেণী: ১ম বিষয়: গণিত সময়: ৩০ মিনিট

অধ্যায়ের নাম: সংখ্যার ধারণা পাঠ শিরোনাম: সংখ্যা প্রতীক চেনা (১ থেকে ৩)

পাঠের কাঙ্ক্ষিত শিখনফল: এ পাঠ থেকে শিক্ষার্থীরা-

- বস্তু গণনা করে সংখ্যা বলতে পারবে।
- সংখ্যা প্রতীক চিহ্নিত করতে পারবে।
- সংখ্যা গণনা করতে পারবে।

উপকরণ : ৩টি কাঠি, ৩টি পাতা, ৩টি কলম, সংখ্যা কার্ড, পাঠ্যবই, ছবি, চার্ট।

১. প্রস্তুতিমলূক কাজ : সময় : ০৫ মিনিট

পর্বূজ্ঞান যাচাইয়ের জন্য নিম্নরূপ প্রশ্ন করবেন–

- ৩টি আঙুল উঁচু করে দেখাও। খ) ৫টি আঙুল উঁচু করে দেখাও।
- ২টি আঙুল উঁচু করে দেখাও।
- (কাঠি দেখিয়ে) কয়টি কাঠি?

পাঠ ঘোষণা করবেন: "১ থেকে ৩ সংখ্যা প্রতীক চেনা" বোর্ডে লিখবেন এবং মুখে বলবেন।

উপস্থাপন সময় : ২০ মিনিট

বাস্তব পর্যায় :

- ৩ জন শিশুকে সামনে এনে দাঁড় করিয়ে পর্যায়েক্রমে একজনের হাতে ১টি কাঠি, একজনের হাতে ১টি কলম এবং আরেকজনের হাতে ১টি খাতা দিয়ে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করুন কয়টি কাঠি, কয়টি কলম, কয়টি খাতা?

- শিক্ষার্থীদের উত্তর দেয়ার পর আবার বলতে বলবেন একটি কাঠি, একটি কলম, একটি পাতা 'এক'। বোর্ডে '১' লিখে আঙুল নির্দেশ করে বলতে দেবেন একটি কাঠি, একটি কলম, একটি পাতা, ১।
- ২ ও ৩ গণনার জন্য একই ধরনের কাজ করবেন।

অর্ধ-বাস্তব পর্যায় (ছবির ব্যবহার)

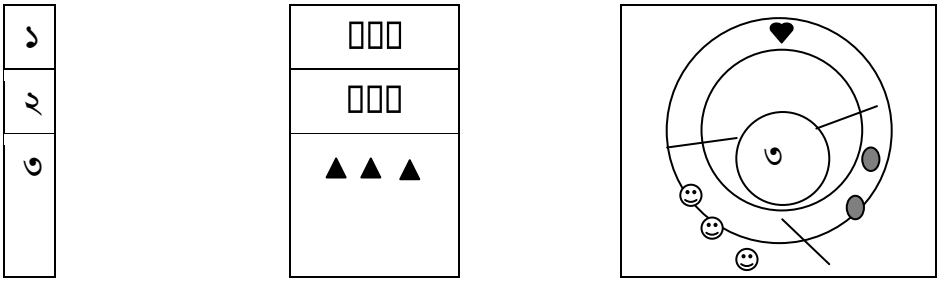
- সকলকে পাঠ্যপুস্তকের ৭ পৃষ্ঠা অনুযায়ী ছবি দেখে একাকী চিন্তা করতে বলবেন এবং জোড়ায় আলাপ করে ছবিতে কী, কয়টি আছে তা বলতে দেবেন।
- শিক্ষকের সাথে সমস্বরে বলতে দেবেন একটি পতাকা, একটি ছেলে, '১'।
- অনরূপ ২ ও ৩ এর জন্য নির্ধারিত ছবি দেখতে বলবেন।

বস্তু নিরপেক্ষ পর্যায় (সংখ্যা প্রতীকের ব্যবহার)

- বস্তু ও ছবির সঙ্গে মিল করে সংখ্যা প্রতীকগুলো চিনতে দেবেন।
- বিভিন্ন সংখ্যা প্রতীক বই থেকে বের করে আঙুল ধরে উঁচু করে দেখাতে বলবেন। সংখ্যা কার্ড দেখে সমসংখ্যক আঙুল উঁচু করে দেখাতে বলবেন।

মূল্যায়ন

৩.১ মূল্যায়ন কৌশল প্রয়োগ : দাগ টেনে/আঙুল নির্দেশ করে ছবির সাথে সঠিক সংখ্যা মিল করতে দেবেন।



উৎস: সি-ইন-এড গণিত পাঠ্যপুস্তক- ২০০২, প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর।

নমুনা পাঠ পরিকল্পনা- ২

শ্রেণি: ৩য় বিষয়: গণিত সময়: ৩০ মিনিট
অধ্যায়ের নাম: সংখ্যার ধারণা পাঠ শিরোনাম: গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যার সমাধান

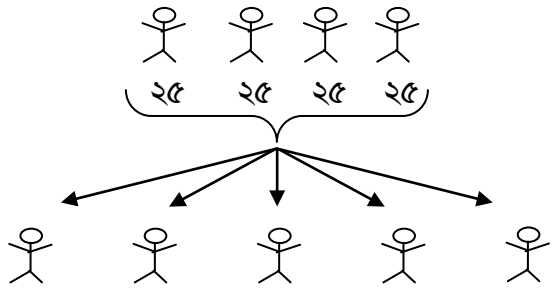
শিখনফল : গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সহজ সমস্যা বুঝতে ও সমাধান করতে পারবে।

শিক্ষা উপকরণ
বড় কাগজে লেখা গাণিতিক সমস্যা সংক্রান্ত চার্ট।

শিখন শেখানো কার্যাবলি

১. শ্রেণিকক্ষে (সালাম এবং কুশল বিনিময়ের পর) শিখন উপযোগী পরিবেশ তৈরি করুন ।

- সমস্যা: ৪ জন ছাত্রের প্রত্যেকের ২৫টি করে লজেন্স আছে। সকলের লজেন্স একত্র করা হলো। তারপর লজেন্সগুলো ৫ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। এখন প্রত্যেকে কয়টি করে লজেন্স পেল? শিক্ষার্থীদেরকে সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়তে বলুন এবং সমস্যাটি সমাধানের জন্য কী করতে হবে তা চিন্তা করে উত্তর দিতে বলুন।



২. শিক্ষার্থীরা কিভাবে সমস্যা সমাধান করবে তা জানতে চান। তাদেরকে স্বাধীনভাবে তাদের ধারণা এবং কৌশল বলতে দিন। যদি সমস্যাটি বঝুতে শিক্ষার্থীদের অসুবিধা হয়, তবে উপরের ছবির মত ছবি এঁকে চিন্তা করে সমস্যা বঝুতে সহায়তা করুন।

৩. শিক্ষার্থীদেরকে তাদের নিজেদের মত করে সমাধান করে খাতায় লিখতে বলুন, তাদের মধ্য থেকে একজনকে বোর্ডে সমাধান লেখার জন্য ডাকুন। যদি অন্য শিক্ষার্থীরা ভিন্ন ভিন্নভাবে সমস্যাটির সমাধান বের করে থাকে, তবে তাদের বোর্ডে এসে নিজ নিজ ধারণা ব্ল্যাকবোর্ডে লিখতে দিন এবং আলোচনা করুন ।

৪. মনির আব্বা ৯৯টি লিচু সমান তিন ভাগ করলেন। দুই ভাগ তিনি মনিকে দিলেন। মনি কয়টি লিচু পেল? শিক্ষার্থীদেরকে সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়তে বলনু এবং সমস্যাটি সমাধানের জন্য কী করতে হবে তা চিন্তা করতে বলুন।

৫. শিক্ষার্থীরা কিভাবে সমস্যা সমাধান করবে তা জানতে চান। তাদেরকে স্বাধীনভাবে তাদের ধারণা এবং কৌশল বলতে দিন। যদি সমস্যাটি বুঝতে শিক্ষার্থীদের অসুবিধা হয়, তবে ছবি এঁকে তাদেরকে চিন্তা করে সমস্যা বঝুতে সহায়তা করুন।

৬. শিক্ষার্থীদেরকে তাদের নিজেদের মত করে খাতায় সমাধান করতে বলুন। তাদের মধ্য থেকে একজনকে বোর্ডে সমাধান লিখতে বলুন। যদি অন্য শিক্ষার্থীরা ভিন্নভাবে সমস্যাটির সমাধান বের করে থাকে, তবে তাদের ধারণাও ব্ল্যাকবোর্ডে লিখতে দিন এবং আলোচনা করুন ।

৭. শিক্ষার্থীদের ভাগ ও গুণ ব্যবহার করে আরও কিছু গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে দিন।

যেমন– একটি গ্রামের বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের নোটখাতা কেনার জন্য ২৪ জন গ্রামবাসী জনপ্রতি ৮০ টাকা করে বিদ্যালয়ে দান করল। যদি তারা প্রত্যেক ছাত্র-ছাত্রীকে ১৫ টাকা মূল্যের নোটখাতা দিতে চায় তাহলে কতজন শিক্ষার্থী নোটখাতা পাবে?

পূর্ববর্তী কার্যাবলির মত করে শিক্ষার্থীদের সমাধানের বিভিন্ন কৌশল সম্বন্ধে চিন্তা করে সমস্যাটির সমাধান করতে দিন।

৮. পাঠটি সমাপ্ত করে সকলকে ধন্যবাদ জানান।

মল্যায়ন

- শিক্ষার্থীরা কি প্রতিটি সমস্যার সমাধান বের করতে সক্ষম হয়েছিল?
- শিক্ষার্থীরা কি পদ্র ত্ত সমস্যার সমাধান করতে সঠিক পন্থা অবলম্বন করতে সমর্থ হয়েছিল? যদি না হয়ে থাকে তবে তারা কী ধরনের ভলু করেছিল?
- শিক্ষার্থীরা কি একে অপরের সাথে তাদের ধারণা বিনিময় করেছিল?

শিক্ষকের শিখন শেখানো কার্যাবলি পরিচালনার মূল্যায়ন

- আপনি কিভাবে শিক্ষার্থীদের নিজেদের ধারণা প্রকাশ করতে সহায়তা করেছিলেন?
- প্রদত্ত সমস্যার সমাধান বের করতে সহায়তা করার জন্য আপনার নির্দেশনা কি স্পষ্ট এবং কার্যকর ছিল?
- যে সকল শিক্ষার্থী গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে অসুবিধার সম্মখীন হয়েছিল আপনি তাদের কী ধরনের সহায়তা দিয়েছিলেন?
- আপনি কি শিক্ষার্থীদের ভালভাবে বোঝানোর জন্য শিখন শেখানো কার্যাবলির প্রয়োজনীয় পরিমার্জন করে নিয়েছিলেন?

শিক্ষা উপকরণের মল্যায়ন

- উপকরণগুলো যথার্থ সহায়ক ছিল কী?
- আরও ভাল উপকরণ কী হতে পারে?

উৎস: টিচিং প্যাকেজ, গণিত দ্বিতীয় শ্রেণি, প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর

নমুনা পাঠ পরিকল্পনা- ৩

ভগ্নাংশের গুণ **৫ম শ্রেণি**

শিখনফল

- ২০.২.১ প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে পারবে।
- ২০.৩.১ প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করতে পারবে।

উপকরণ: চার্ট, মাল্টিমিডিয়া কনটেন্ট, জ্যামিতিক চিত্র অংকনের জন্য প্রয়োজনীয় উপকরণ।

কার্যাবলি

১। পূর্ব ধারণা পর্যালোচনা করে নিম্নের সমস্যাটি বোর্ডে উপস্থাপন করুন। সমস্যাটির ফাঁকা স্থানে কোন সংখ্যাটি বসবে চিন্তা করতে বলুন।

১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। ☐ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

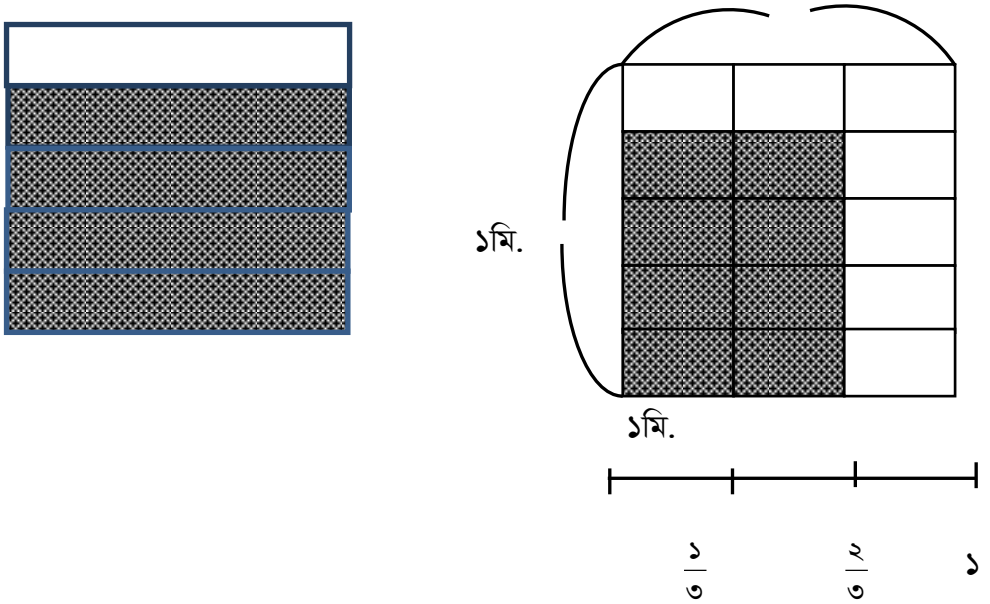
শিক্ষার্থীদের ফাঁকা ঘরে সংখ্যা বসিয়ে সমাধান কী হবে চিন্তা করে বলতে বলুন। প্রয়োজনে সহায়তা করুন। শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে সমস্যাটির সমাধান বোর্ডে করে দেখান। অতপর পর্যায়ক্রমে পূর্ণসংখ্য এবং ভগ্নাংশ বসিয়ে সমাধান করতে সহায়তা করুন।

প্রশ্ন করুন যদি ফাঁকা ঘরে $\frac{২}{৩}$ বসানো হয় তবে গাণিতিক বাক্য কী হবে?

শিক্ষার্থীদের উত্তর বোর্ডে লিখুন। $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ এবং সমাধানে সহায়তা করুন।

২। $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ গুনটি চিত্র এঁকে কীভাবে সমাধান করা যায় চিন্তা করতে দিন।

বোর্ডে নিম্নরূপ চিত্র আঁকুন। ব্যাখ্য দানে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন।



কাজ-৩ শিক্ষার্থীদের দলে ভাগ করে নিম্নের সমস্যা ২টি বিভিন্ন উপায়ে সমাধান করতে সহায়তা করুন। দলের কাজ সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে দিন।সকলের ধারণা সুস্পষ্ট করতে প্রয়োজনীয় সহায়তা করুন।

১) $\frac{১}{৩} \times ৪$

২) $\frac{১}{৩} \times \frac{৩}{৪}$

কাজ-৪: দলে আলোচনা করে নিচের সমস্যা ২টি দিয়ে গাণিতিক গল্পের সমস্যা তৈরি করুন। দলের কাজ সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে দিন। সকলের ধারণা সুস্পষ্ট করতে প্রয়োজনীয় সহায়তা করুন।

১. $\frac{১}{৩} \times ৫ =$ কত? $\frac{৩}{৪} \times \frac{৫}{৬} =$

কাজ-৫: পর্যালোচনা করুন

আজকের পাঠ থেকে শিক্ষার্থীরা কী কী শিখেছে তা ব্যক্ত করতে সহায়তা করুন। কেউ অপরাগ থাকলে সহায়তা করে শিখনফল অর্জন নিশ্চিত করুন।

মূল্যায়নঃ

১। তৈরিকৃত পাঠ পরিকল্পনা অনুসরণ করে পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন উপস্থাপন করতে পারবেন

২। উপস্থাপিত পাঠ নিজে এবং সহকর্মীদের দ্বারা মূল্যায়ন করুন।

৩। মূল্যায়নের মাধ্যমে পাপ্ত ফলাবর্তনের আলোকে পাঠ পরিকল্পনা উন্নয়ন করুন।

অধ্যায় ৯
শিক্ষণ অনুশীলন -সংখ্যা ও গণনা

এ অধ্যায়ে প্রথম শ্রেণি থেকে পঞ্চম শ্রেণি পর্যন্ত সংখ্যা ও গণনা শিক্ষাদান সংক্রান্ত শ্রেণি উপযোগী নির্ধারিত নমূনা বিষয়বস্তু উপস্থাপনের বিভিন্ন পদ্ধতি ও কৌশল সম্পর্কে বর্ণনা এবং বিষয়বস্তু অনুযায়ী উপকরণ নির্বাচন এবং ব্যবহার কৌশল বর্ণনা করা হয়েছে। বিভিন্ন বিষয়বস্তুর ধারণায় ছাত্র-ছাত্রীদের ভুলের কারণ এবং প্রয়োজনীয় সহায়তা নিশ্চিত করার ব্যবস্থা সম্পর্কেও এ অধ্যায়ে আলোকপাত করা হয়েছে। এছাড়াও ল.সা.গু. ও গ.সা.গু, দশমিক ভগ্নাংশ শিক্ষণের বিভিন্ন পদ্ধতি ও কৌশল আলোচনা করা হয়েছে যা থেকে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের বোধগম্যতার মাত্রা বিবেচনা করে উপযুক্ত পদ্ধতি বাছাই করতে পারবেন।

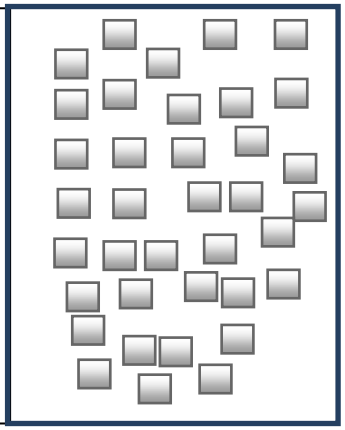
প্রতিটি পাঠে বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করে উপস্থাপনের চেষ্টা করা হয়েছে যাতে পাঠের গুরুত্বপূর্ণ বিষয় এবং কৌশল জেনে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা শ্রেণিকক্ষে ব্যবহার করতে পারেন। পাঠের কৌশল ও ব্যবহৃত উপকরণ সম্পর্কে আলোচনা করা এবং কীভাবে প্রতিটি পাঠ উন্নয়ন করা যায় সে সম্পর্কে এ অধ্যায়ে গুরুত্ব সহকারে আলোচনা করা হয়েছে। সর্বোপরি আশা করা যায় এ অধ্যায় অনুশীলনের মাধ্যমে শিক্ষার্থীগণ সংখ্যা ও সংখ্যা গণনা শিক্ষাদান সংক্রান্ত বিষয়বস্তু উপস্থাপনের পদ্ধতি ও কৌশল এবং উপকরণ ব্যবহার সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন পরবর্তিতে বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে মানসম্মত শিখন-শেখানো নিশ্চিত করতে সক্ষম হবেন।

পাঠ-১: স্থানীয় মান

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- স্থানীয় মান শিক্ষাদান পদ্ধতি ও কৌশল ব্যাখ্য করতে পারবেন।
- স্থানীয় মান পাঠে বিভিন্ন উপকরণের তুলনা, পার্থক্য ও কার্যকারিতা বিবেচনা করে সঠিক পাঠদান পদ্ধতি উপকরণ নির্বাচন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে;
শুরুতেই স্থানীয়মানের কথা না বলে পাশের চিত্রের মত বক্সের কাগজের টুকরার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে এখানে কয়টি কাগজের টুকরা আছে? টুকরাগুলো কীভাবে সহজে গণনা করা যায়? ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর চিন্তা করা সুযোগদানের মাধ্যমে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।

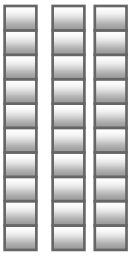


উপস্থাপন কৌশলঃ

১. স্থানীয়মান শিক্ষাদানের ক্ষেত্রে শুরুতেই ১০ বা ১০ এর চাইতে বড় সংখ্যা প্রদর্শন করে শিক্ষাদানের চেষ্টা না করে পর্যায়ক্রমে দল গঠন করে শিখনের সুযোগ তৈরি করা যেতে পারে।

যেমন;

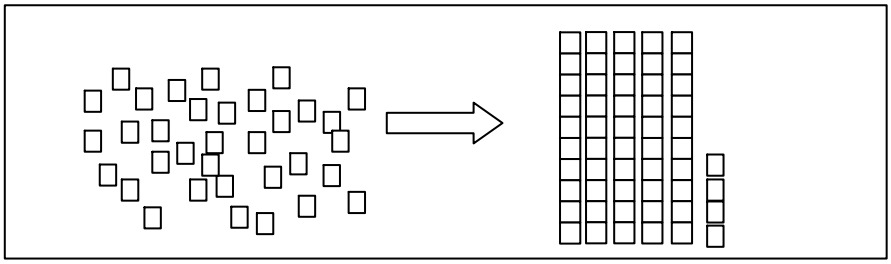
পূর্বে প্রদর্শিত বক্সের ভিতরের কাগজের টুকরাগুলোকে ১০ এর দল গঠন করে গণনা করতে দিন এবং হিসাব করতে বলি, এখানে কয়টি ১০ এবং কয়টি ১ আছে।

দশ	এক
	
৩ দশক	৮ একক
৩৮	

২. শিক্ষার্থীদের কয়েকটি দলে ভাগ করে প্রত্যেক দলকে একটি করে খাম দিন। খামের ভেতরে (১সেমি ×১সেমি) মাপের বর্গাকৃতির ৩০ থেকে ৬০টি কাগজের কার্ড থাকবে।

৩. শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করুন-"এখানে কয়টি কার্ড আছে?" গণনার সবচেয়ে সহজ উপায় কী? এবং তাদেরকে গণনা করতে বলুন।

৪. প্রত্যেক দলকে গণনা করার উপায় প্রকাশ করতে সহায়তা করুন।



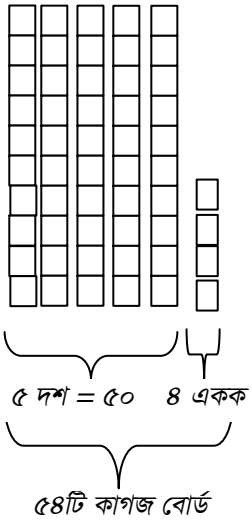
৫. যদি কোন দলকে ১০টি করে সেট করে গুনতে দেখা যায় তাহলে অন্য দলের সাথে এ ধারণা বিনিময় করতে দিন। প্রয়োজনে ১০টি করে সেট তৈরি করতে (উপরের মত) সহায়তা করুন।

৬. ১০এর চেয়ে বড় সংখ্যা গণনা করার সময় ১০টি করে সেট তৈরি করলে গণনা করা সহজ তা বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন।

৭. নিচের ছকটি চকবোর্ডে এঁকে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় লিখে নিতে বলুন।

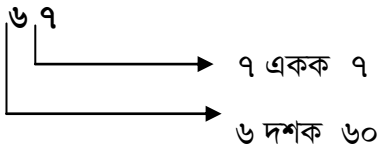
দশক	একক

৮. শিক্ষার্থীদের কাছে যে কয়টি কাগজের কার্ড আছে তা সংখ্যায় কিভাবে প্রকাশ করবে তা চিন্তা করে চিত্রের ন্যায় হিসাব করে খালি ঘরে লিখতে বলুন।



দশক	একক
৫	৪

৯. ৬৭ সংখ্যাটি বোর্ডে লিখে স্থানীয়মান ব্যাখ্যা করুন;



অনুশীলন : ৯৩ ও ৫৯ সংখ্যা দুইটিতে ব্যবহৃত অঙ্কের স্থানীয়মান বের করতে দিন।

আপনি কীভাবে শিখাবেন?
চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে?
আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

পাঠ আলোচনা

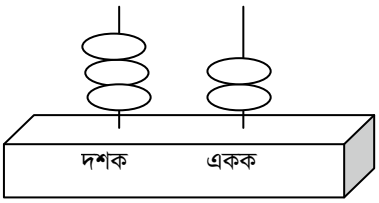
১) পাঠে কী ধরনের উপকরণ ব্যবহার করে স্থানীয় মান শেখানো হয়েছে?

২) আর কীভাবে স্থানীয় মান শেখানো যায়? কী ধরনের উপকরণ ব্যবহার করা যায়?

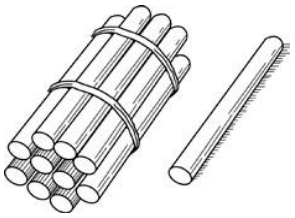
স্থানীয় মান অন্য উপকরণ দ্বারাও শেখানো যায়, যেমন অ্যাবাকাস, কাঠি ইত্যাদি।

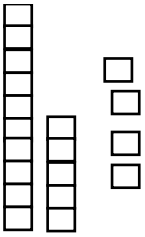
বর্গাকৃতি কাগজ

অ্যাবাকাস



কাঠি





এখানে (ক) অ্যাবাকাস, (খ) কাঠি এবং (গ) বর্গাকৃতি কাগজে ৩টি উপকরণের মধ্যে কোনটি স্থানীয়মান শেখানোর জন্য বেশি কার্যকরি সে সম্পর্কে চিন্তা করুন এবং সহকর্মীদের সাথে আলোচনা করুন ।

১. ক), খ) এবং গ) এর উপকরণগুলোর মধ্যে পাথর্ক্য আছে কি? উপকরণগুলোর সুবিধা এবং অসুবিধা চিন্তা করে নিচের ছকে সংক্ষেপে লিখুন।

উপকরণ	সুবিধা	অসুবিধা
ক) অ্যাবাকাস		
খ) কাঠি		
গ) বর্গাকৃতি কাগজ		

২. উপরের ছক পূরণের পর এর বর্ণনা থেকে কোন উপকরণটি স্থানীয় মান শেখানোর জন্য বেশি উপযোগী তা বিশ্লেষণ করুন।

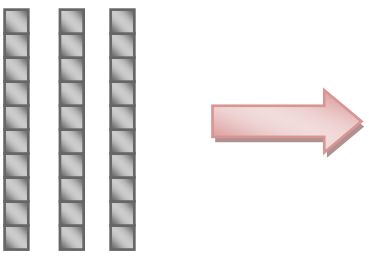
গণিতের বিষয়বস্তু বিভিন্ন উপকরণ দ্বারা বিভিন্নভাবে শেখানো যায়, কিন্তু প্রত্যেক উপকরণের কিছু সুবিধা এবং অসুবিধা রয়েছে। এ কারণে কোন উপকরণ ব্যবহার করলে সহজেই শিক্ষার্থীদের সম্পৃক্ত করা যাবে ও শিক্ষার্থীদের শিখনফল অর্জনের জন্য সহায়ক হবে এবং সংগ্রহ/তৈরি করাও সহজ হবে তা বিবেচনা করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

বিকল্প

পরবর্তী পাঠে নিচের মত করে শেখানো যায়।

১) কোন সংখ্যার এককের ঘরে ০ থাকলে সেই সংখ্যার স্থানীয় মান চিন্তা করুন ।

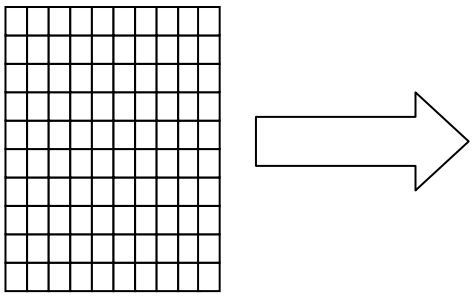
যেমন,



দশক	একক

দশকের ঘর এবং এককের ঘর কত সংখ্যা দ্বারা পূরণ করা হয়েছে? চিন্তা করুন।

২) যদি ১০০টি বর্গাকৃতি কাগজ থাকে তাহলে স্থানীয় মান কী হবে চিন্তা করুন।



শতক	দশক	একক
?	?	?

সংখ্যা ১০০ প্রকাশ করার জন্য শতকের ঘর প্রয়োজন। এজন্য নিচে দেখানোর মত করে ১, ০ এবং আরেকটি ০ আলাদা করে নিচের কলামে বা ঘরে লিখুন। নিশ্চিত করুন যে একটি স্থানীয় মানের ঘরে একটি অঙ্ক (১ থেকে ৯ পর্যন্ত) লেখা যাবে।

শতক	দশক	একক
১	০	০

মূল্যায়ন

১. স্থানীয়মানের ধারণা শিখনের জন্য উপকরণের ব্যবহার কতটা কার্যকরি ব্যাখ্যা করুন।

২. স্থানীয়মান শিক্ষণে কী কী কৌশল অবলম্বন করলে শিখস ফলপ্রসূ হবে।

পাঠ ২: হাতে রেখে যোগ ও বিয়োগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- হাতেরেখে যোগ ও বিয়োগের ধারণা শিখন- শেখানোর ক্ষেত্রে কী ধরণের উপকরণ ব্যবহার করা যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- উপকরণ ব্যবহার করে হাতেরেখে যোগ ও বিয়োগের ধারণা শিখন-শেখানোর কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি:উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই নিম্নরূপ হাতে না রেখে যোগ এবং শিক্ষার্থীদের বাস্তব কোনো সমস্যা বা উপকরণ হিসাব করতে দেওয়া যেতে পারে।

২৫ ৪৪

+৪ +১৩

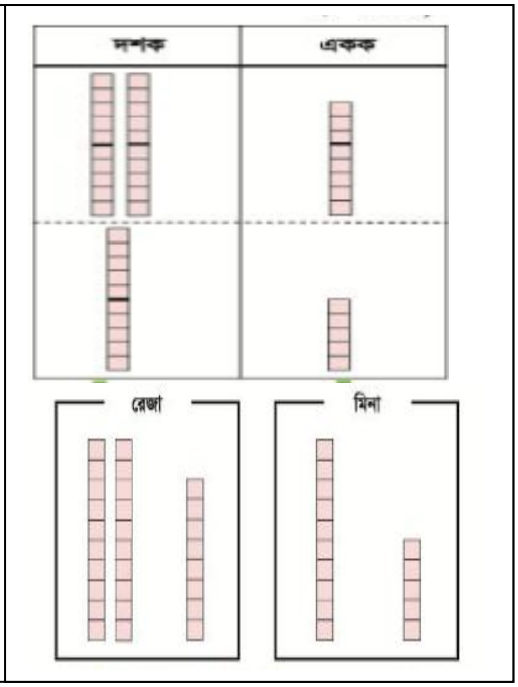
এছাড়াও উদাহরণসরূপ পাশের অনুরূপ চিত্রের ন্যায় বস্তু/চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে এবং চিন্তা করে উত্তরদানের রার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে;

-এখানে কয়টি করে কাগজের টুকরা আছে?

- টুকরাগুলো একত্র করলে কয়টি হয়?

- হিসাবটি গাণিতিক ভাষায় প্রকাশ করলে কী হবে?

শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর দিতে সহায়তা করে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবতি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।



১.নিচের সমস্যাটি চকবোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করুন

লিয়ার ২৪টি কার্ড আছে। রিয়ার ৩৮টি কার্ড আছে। তাদের দুজনের মোট কতটি কার্ড আছে?

এ সমস্যাটি আমরা কীভাবে সমাধান করা যায় ?

১. শিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে উত্তরদানে সহায়তা করা। তাদের উত্তর শুনে চকবোর্ডে উপর-নিচে লিখা এবং তাদের নিজ নিজ খাতায় লিখে যোগ করতে বলা।

২৪

+ ৩৮

(কীভাবে শিক্ষার্থীরা সমাধান করছে তা ঘুরে ঘুরে দেখা।)

২. আপনার পর্যবেক্ষণ অনুযায়ী নির্দিষ্ট কিছু শিক্ষার্থীদের "যোগফল কত হয়েছে?" জিজ্ঞেস করা।

(শিক্ষার্থীরা হয়তো বলবে ৫২, ৫৪, ৬২, পারি না ইত্যাদি)

৩. "পূর্বের ধারণার সাথে এটির কী পার্থক্য আছে?"

(শিক্ষার্থীরা বলবে, এককের স্থানীয় মানের সংখ্যাটা ১০ এর বেশি হয়।)

৪. স্থানীয় মানের শিট চকবোর্ডে লাগিয়ে, বর্গাকৃতি কার্ড (১০ বোঝোনোর জন্য লম্বা কার্ড ও ১ বোঝানোর জন্য ছোট কার্ড) নিয়ে ২৪+৩৮ কে উপর-নিচ করে নিম্নরূপভাবে প্রকাশ করা।

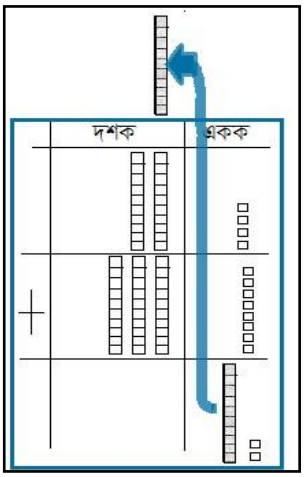
শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করা আমরা কোথা থেকে গণনা শুরু করব?

(শিক্ষার্থীরা বলবে, এককের ঘর থেকে। ৪+৮ থেকে ইত্যাদি।)

৫. শিক্ষার্থীদের কার্ড দেখে ধাপে ধাপে হিসাব করতে সহায়তা করা।

- এককের ঘরে কার্ড আছে ৪+৮=১২টি
- ১২ এর মধ্যে একটি ১০ আছে।
- চিত্রের মত করে ১০ এর লম্বা কার্ড দশকের ঘরে সরিয়ে দেওয়া।
- দশকের ঘরে কয়টি লম্বা কার্ড আছে গণনা করা।

(লম্বা কার্ডটি, যা সরানো হয়েছে তাও একসাথে গণনা করা।)



৬. শিক্ষার্থীদের উত্তরদানে উৎসাহিত করে হাতে রেখে যোগ করার পদ্ধতিটির অর্জন নিশ্চিত করা।

– সংখ্যা লম্বালম্বিভাবে (উপর-নিচ) লিখা।

–এককের স্থানীয় মান থেকে গণনা করা।

–এককের সংখ্যা ১০ এর বেশি হলে সেই ১০ দশকের ঘরে সরানো হয় (হাতে রেখে)

–১ দশক যা সরানো হয়েছে তাও একসাথে যোগ করুন।

–দশক যা সরানো হয়েছে তা লিখতে ভুল না হওয়ার জন্য দশকের স্থানীয় মানের উপরে লিখা।

অনুশীলন: নিচের সমস্যাটি চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে সমাধান করা।

একটি বিদ্যালয়ে দ্বিতীয় শ্রেণিতে ২৯ জন ছাত্রী এবং ২৪ জন ছাত্র আছে।ঐ বিদ্যালয়ে দ্বিতীয় শ্রেণিতে মোট কতজন শিক্ষার্থী আছে?

মূল্যায়ন;

১. হাতে রেখে যোগ কিভাবে শেখানো হয়েছে?

২. হাতে রেখে যোগ শিখানোর জন্য পাঠে অনুসৃত কৌশল কীরূপ? শিক্ষার্থীদের শিখনফল অর্জন নিশ্চিত করার জন্য আর কী কৌশল আবলম্বন করা যেতে পারে?

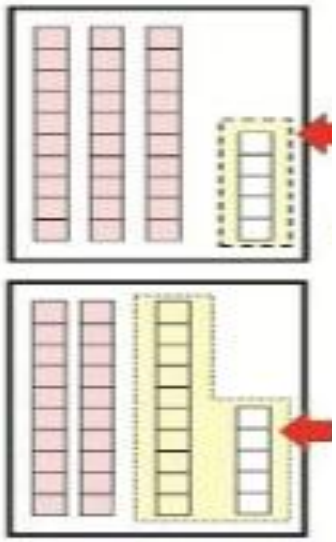
বিকল্প
আপনি কীভাবে শিখাবেন? চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে? আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

হাতে রেখে বিয়োগ

প্রারম্ভিক কার্যাবলি :উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই নিম্নরূপ হাতে না রেখে বিয়োগ এবং শিক্ষার্থীদের
বাস্তব কোনো সমস্যা বা উপকরণ হিসাব করতে দেওয়া যেতে পারে।

২৭	৪৫
-৩	-১১

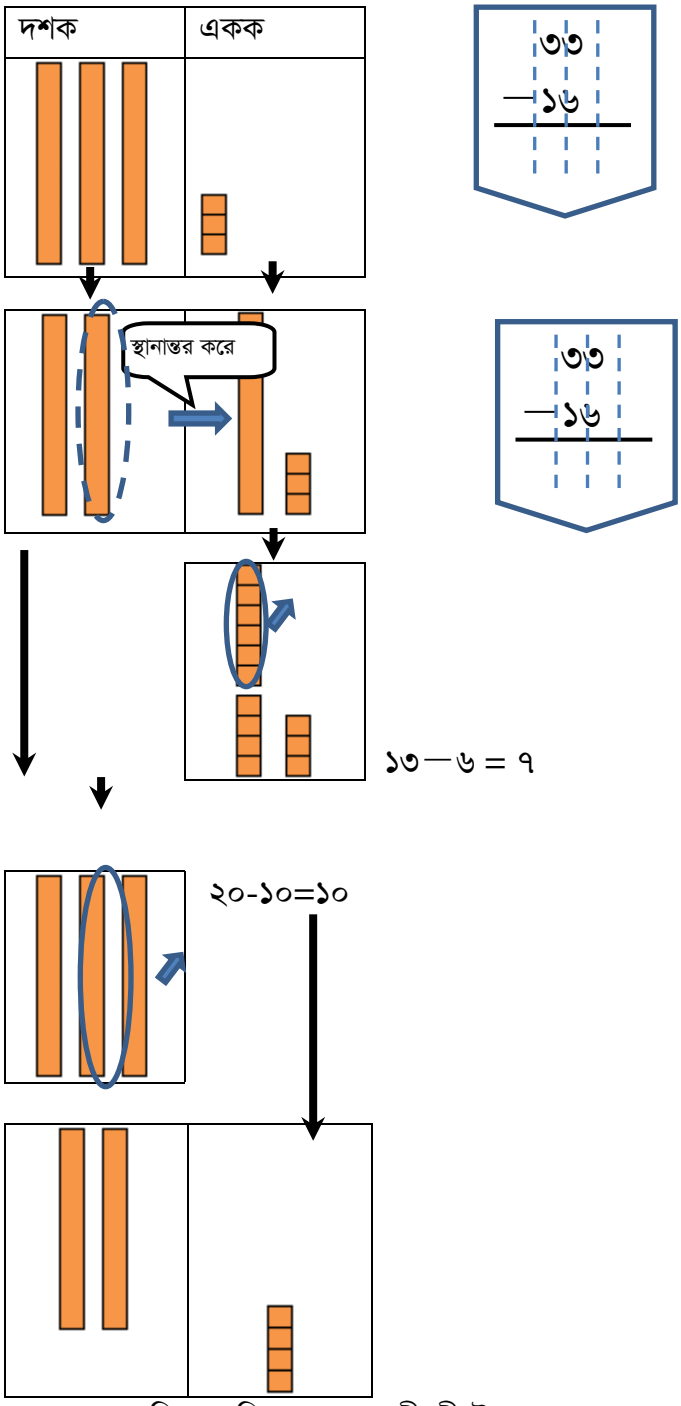
এছাড়াওউদাহরণসরূপ নিম্নের বিয়োগটি লিখে পাশের অনুরূপ চিত্রের
ন্যায় বস্তু/চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে এবং চিন্তা করে উত্তরদানের সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে;
-এখানে কয়টি করে কাগজের টুকরা আছে?
- টুকরাগুলো থেকে ৮টি টুকরা কীভাবে সরানো যায়?
- হিসাবটি গাণিতিক ভাষায় প্রকাশ করলে কী হবে?
শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর দিতে সহায়তা কওে এর সাথে সম্পকযুক্ত পরবতি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।



১. নিচের সমস্যাটি চকবোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করা

একটি দোকানে ৩৩টি কাঠের ব্লক ছিল। দোকানদার ১৬টি ব্লক বিক্রি করার পর কয়টি থাকল?

নিচের চিত্র ব্যবহার করে বিয়োগটি সমাধান করতে সহায়তা করা।



চিন্তা করা হাতে রেখে বিয়োগ শিখনের জন্য কী কী উপকরণ ব্যবহার করা যায় এবং কী কী কৌশল অবলম্বন করা যায়?

হাতে রেখে যোগ শিখনের মত স্থানীয়মানের শিট ও কার্ড ব্যবহার করে বিয়োগ করার উদাহরণ দেখানো হয়েছে। এছাড়াও শিক্ষক স্থানীয়ভাবে সহজলভ্য উপকরণ সংগ্রহ করে শিক্ষার্থীদের হাতে রেখে বিয়োগের ধারণা লাভে সহায়তা করতে পারেন। এক্ষেত্রে শিক্ষককে বিবেচনায় রাখতে হবে তা যেন সহজে তৈরি/সংগ্রহ করা যায় এবং শেণিকক্ষে কার্যকর ব্যবহার নিশ্চিত করা যায়।

মূল্যায়ন

নিম্নের বিয়োগগুলো বোর্ডে লিখে দিন এবং শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় করতে বলা। ঘুরে ঘুরে দেখা এবং প্রয়োজনে সহায়তা দেওয়া।

১. ৩৭	২. ৪২	৩. ৫৪
(-)১৮	(-)১৭	(-) ২৫
_____	_____	_____

ধরা যাক পাঠে কিছু শিক্ষার্থী বিয়োগগুলো নিম্নরূপভাবে করেছে। তাদের করা বিয়োগগুলো সম্পর্কে ভাবুন।

১) ৩৫	২) ৩৫	৩) ৩৫	৪) ৩৫
- ১৬	- ১৬	- ১৬	- ১৬
২৯	২১	৫১	১১

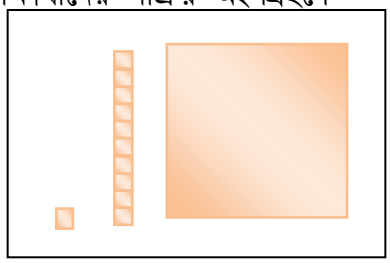
শিক্ষার্থীরা কেন এরকম ভুল করছে তার কারণ চিহ্নিত করতে হবে।

প্রশ্ন

- শিক্ষার্থী কী ভুল করেছিল? কোথায় এবং কী ধরনের ভুল করেছিল?
- এরকম ভুল কেন করেছে বলে আপনি মনে করেন?
- যেসব শিক্ষার্থী এ ধরনের ভুল করেছিল তাদের আপনি কীভাবে সহায়তা করেছিলেন?

যখন শিক্ষার্থীরা হাতে রেখে যোগ/বিয়োগ শেখে তখন তাদের অনেকেই মনে করে যে এককের সংখ্যা ২ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা হয়ে যায়, ফলে এটি প্রকাশ করা কঠিন এবং এককের উপরের সংখ্যা থেকে নিচের সংখ্যা বিয়োগ করা যায় না ইত্যাদি।

এক্ষেত্রে নতুন কৌশল ব্যবহার করা যায়। হাতে রেখে যোগ/বিয়োগ উপর-নিচ করে করলে শিক্ষার্থীদের সুবিধা হয়। যেহেতু শিক্ষার্থীদের এক্ষেত্রে স্থানীয় মানের উপর বেশি চিন্তা করতে হবে তাই হাতে রাখার নিয়ম শিখানোর জন্য স্থানীয় মানের সিট বা কাগজের কার্ড ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে সরাসরি বোঝানো যেতে পারে।এভাবে বুঝালে বিষয়টি তাদের জন্য সহজ হবে। এছাড়াও স্থানীয় মানের শিট এবং কার্ডের ব্যবহারের আরও সুবিধা আছে।



এ পাঠে ১ বোঝানোর জন্য ছোট কার্ড এবং ১০ বোঝানোর জন্য লম্বা কার্ড ব্যবহার করা হয়েছে। এগুলো বিভিন্নভাবে একত্র করে ১ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা থেকে ২ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা পর্যন্ত প্রকাশ করা যায়। ১০টি ১০ বোঝানোর জন্য লম্বা কার্ড একসাথে করলে একটি বর্গ তৈরি হয়। এটি এক ক দশক শতক সাথে করলে ১ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা থেকে ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা পর্যন্ত প্রকাশ করা যায়।এ কার্ডগুলো কার্যকরভাবে ব্যবহার করলে শিক্ষার্থীরা স্থানীয় মানের বোধগম্যতা লাভ করবে।

১০০ বোঝানোর জন্য ব্যবহার করা যায় এবং এভাবে ৩ রকম কার্ড এক

বিকল্প

আপনি কীভাবে শিখাবেন?

চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে?

আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

মূল্যায়ন:

১. হাতে রেখে যোগ ও বিয়োগের ধারণা শিখন-শেখানোর ক্ষেত্রে কী ধরনের উপকরণ ব্যবহার করবেন ব্যাখ্যা করুন।

২. যোগ হাতে রেখে যোগ- বিয়োগ শিখন-শেখানো কৌশল ব্যাখ্যা করুন।

পাঠ-৩ **গুণ ও ভাগ**

এই পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা

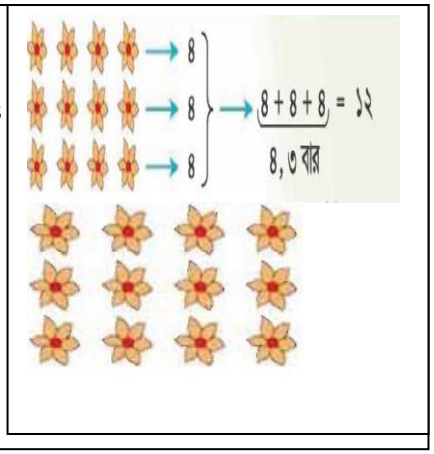
- গুণের ধারণা শিখন-শেখানোর কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ভাগের একই অভিব্যক্তির ভিন্নরকম অর্থ ব্যাখ্যসহ এর শিখন-শেখানোর কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রাথমিক পর্যায়ের দ্বিতীয় শ্রেণি থেকে গুণ ও ভাগেরধারণার বিষয়বস্তু অন্তর্ভূক্ত করা হয়েছে। এ পাঠে গুণ ও ভাগের ধারণা শিক্ষাদান কৌশল আলোচনা করা হবে।

গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনের জন্য প্রাথমিক চার নিয়ম (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) এ দক্ষতা অর্জন অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। ইতোমধ্যে আমরা যোগ ও বিয়োগ শিক্ষণ-শিখনের জন্য কার্যকরি উপকরণ ও কৌশল সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করেছি। এ পর্যায়ে আমরা প্রথমে গুণের এবং পরে ভাগের দক্ষতা অর্জনে কী শিক্ষণ-শিখন কৌশল প্রয়োগ করা যায় ও কী কী উপকরণ ব্যবহার করা যায় তা জানব।

শুরুতেই চিন্তা করি, গুণের দক্ষতা অর্জনে কী শিক্ষণ-শিখন কৌশল প্রয়োগ করা যায় ও কী কী উপকরণ ব্যবহার করা যায়?

প্রারম্ভিক কার্যাবলি :উপরোক্ত গুণের শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার
ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে;
শুরুতেই গুণের কথা না বলে পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে;
-এখানে প্রতি সারিতে কয়টি ফুল আছে?
- মোট কয়টি ফুল আছে?
- ফুলগুলোকে কীভাবে সহজে গণনা করা যায়?
শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম **গ্রহণ করা যেতে পারে।**

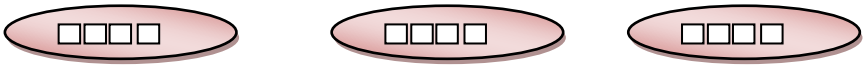


১. নিম্নের সমস্যাটি চকবোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের পড়তে বলা।

১টি নৌকায় ৪ জন উঠতে পারে। একই মাপের ৩টি নৌকায় কতজন উঠতে পারবে?

- এ সমস্যা সমাধান করার জন্য শিক্ষার্থীদের কার্ড নাড়াচাড়া করে দেখতে বলা।
  (কিছুক্ষণ সময় দেওয়া এবং শিক্ষার্থীরা কিভাবে কার্ড ব্যবহার করছে তা ঘুরে ঘুরে দেখা।)
- শিক্ষার্থীদের কার্ড এর ব্যবহার কী রকম হয়েছে তা প্রকাশ করতে বলা। "কার্ডগুলো কী রকম হয়েছে?"

(উদাহরণ: প্রথমে ৩টি নৌকা হিসেবে ৩টি বৃত্ত আঁকুন এবং ৪টি করে কার্ড প্রতিটি বৃত্তের মধ্যে রাখা।)



- শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্ন জিজ্ঞেস করে এবং তাদের সাড়া শুনে গুণের অর্থ সম্পর্কে শিখতে সহায়তা করা।

"১টি বৃত্তে কয়টি কার্ড আছে?" (উত্তর: ৪টি)
"৪টি কার্ড দ্বারা কী বোঝায়?" (উত্তর: ৪ জন মানুষ)
"কয়টি কৃত্তাকার প্লেট আছে?"(উত্তর: ৪টি)

"প্রত্যেক বৃত্তের মধ্যে কী আছে?" (উত্তর: প্রত্যেকটিতে ৪টি করে কার্ড আছে যা দ্বারা ৪ জন মানুষ বুঝাচ্ছে)

[বি.দ্র] ৩টি বৃত্তের প্রতিটিতে ৪টি করে কার্ড আছে তা ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা করতে পারেন।

গুণের অর্থ সম্বন্ধে নিচের মত করে চকবোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় লিখতে দেওয়া যেতে পারে।

৩টি বৃত্তাকার প্লেটের প্রতিটিতে ৪টি থাকার বিষয়টিকে ৪×৩ লেখা হয় এবং ৪ গুণ ৩ পড়া হয়।

- শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্ন করে গুণের উত্তর বের করার পদ্ধতি সম্বন্ধে চিন্তা করতে সহায়তা করতে পারেন।

  -তিনটি প্লেটে মোট কয়টি কার্ড আছে? (উত্তর: ১২টি)

  -কিভাবে গণনা করা হয়েছে?

(সম্ভাব্য উত্তর: শিক্ষার্থীরা বলবে, ১টি ১টি করে গণনা করেছি। ৪+৪+৪ হিসাবে গণনা করেছি। ইত্যাদি) শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা করতে পারেন যে, উত্তর ৪+৪+৪ হিসেবে গণনা করেও বের করা যায়। কিন্তু আমরা এভাবে হিসাব না করে ৪×৩ = ১২ (এখানে ৪ কে গুণ্য ৩ কে গুণক এবং ১২ গুণফল বলা হয়। "×" চিহ্ন টিকে গুণ চিহ্ন বলা হয়।)

- শিক্ষার্থীদের জানতে সহায়তা করুন, এই নতুন নিয়মকে গুণ বলা হয়।

২. নিচের চিত্রের অনুরূপ চিত্র প্রদর্শন করে শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে প্রশ্ন করা যেতে পারে;

- চিত্রে কয়টি বক্স আছে?
- প্রত্যেক বক্সে কয়টি করে মুখের ছবি আছে?
- মোট কয়টি মুখের ছবি আছে?
- কীভাবে গাণিতিক ভাষায় প্রকাশ করে হিসাব করব?

এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে হিসাব করে উত্তরদানে সহায়তা করতে হবে।

শিক্ষার্থীদের পাঠ্যবই খুলে কয়েকটি সমস্যার সমাধান করতে সহায়তা করতে পারেন।

৩. পাঠে অনুসৃত কৌশল ও ব্যবহৃত উপকরণের উপর প্রশ্ন করতে পারেন।

- গুণের ধারণা কিভাবে শেখানো হয়েছে?
- কার্ডের ব্যবহার ছাড়া আর কিভাবে শেখানো যায়?

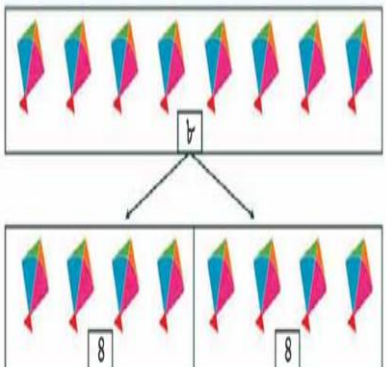
বিকল্প
আপনি কীভাবে শিখাবেন? চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে? আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

ভাগ

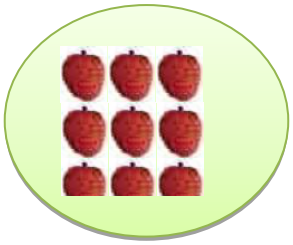
গুণের ধারণা অর্জন করার পর শিক্ষার্থীদের ভাগের ধারণা লাভ করতে হয়। সংখ্যা ব্যবহার করে (বিমূর্ত) শুধুমাত্র ভাগের ধারণা লাভ করার মাধ্যমে গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জন নিশ্চিত করা সম্ভব নয়। তাই দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন

সমস্যা উপস্থাপনের মাধ্যমে ভাগের বিভিন্ন অর্থ ব্যাখ্যা করার সামর্থ্য অর্জনসহ ভাগ করা এবং ভাগ সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান কৌশল সম্পর্কে জানা গুরুত্বপূর্ণ। এক্ষেত্রে ভাগের সমস্যার একই অভিব্যক্তির (গাণিতিক বাক্য) ভিন্নরকম অর্থ সম্পর্কে জানার কৌশল সম্পর্কে আলোকপাত করা হবে।

এবার চিন্তা করি, ভাগের দক্ষতা অর্জনে কী শিক্ষণ-শিখন কৌশল প্রয়োগ করা যায় ও কী কী উপকরণ ব্যবহার করা

প্রারম্ভিক কার্যাবলি উপরোক্ত ভাগের শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে; শুরুতেই ভাগের কথা না বলে পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে; -এখানে উপরের সারিতে কয়টি ঘুড়ি আছে? - নিচের সারিতে কী করা হয়েছে? - কীভাবে হিসাব করা যায়? শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।	

নিচের ২টি গাণিতিক সমস্যা চকবোর্ডে লিখুন।

১) ১২টি লিচু ৩ জনের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দিলে প্রতিজনে কয়টি করে পাবে?	
২) ১২টি লিচু ৩টি করে ভাগ করলে কতজনকে দেওয়া যাবে?	

এ ২টি সমস্যা কীভাবে সমাধান করতে হবে?

(উদাহরণ: ভাগ করতে হবে। দুটি ক্ষেত্রেই ১২÷৩ হবে কিন্তু গাণিতিক অভিব্যক্তি একই হলেও অর্থ পৃথক হবে।)

২. দলে কাজ করতে দিতে পারেন। যেমন;

শিক্ষার্থীদের ছোটদলে বসতে দিয়ে প্রত্যেক দলে প্রয়োজনীয় সংখ্যক কার্ড সরবরাহ করা। প্রতিটি গাণিতিক সমস্যার অর্থ অনুসারে কার্ডের ব্যবহার দেখাতে সহায়তা করা। (শিক্ষার্থীদের কিছুক্ষণ সময় দিন এবং তারা কিভাবে কার্ড ব্যবহার করছে তা ঘুরে ঘুরে দেখা।) শিক্ষার্থীদের প্রত্যেকে অর্থঅনুসারে কার্ড ব্যবহার করতে পারছে তা নিশ্চিত করা। আপনার পর্যবেক্ষণ থেকে ভিন্ন ভিন্নভাবে কার্ড ব্যবহারকারী শিক্ষার্থীদের শ্রেণির সামনে তাদের কাজ উপস্থাপন করতে সহায়তা করে সকলের ধারণা সুস্পষ্ট করতে সহায়তা করতে পারেন, প্রয়োজনে নিজে করে দেখাতে পারেন।

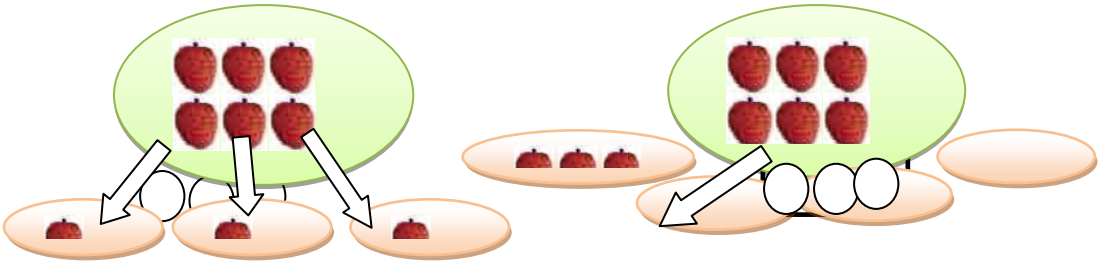
৩.শিক্ষার্থীদের ২টি সমস্যার মাধ্যমে একই বিষয় এবং পৃথক বিষয় কী তা চিন্তা করে প্রকাশ করতে সহায়তা করতে পারেন।

উদাহরণ:

একই বিষয়: দুটিতেই ১২টি লিচুকে ভাগ করা। দুটির অভিব্যক্তি বা প্রকাশও একই।

পৃথক বিষয়: দুটিরই পৃথক অর্থ রয়েছে।

সমস্যা নং ১-এ "১ জন কয়টি পাবে?" এবং ২নং সমস্যায়–"৩টি করে কতজনে পাবে?" তা বের করতে হবে। এক্ষেত্রে কার্ডের ব্যবহার কৌশল পৃথক হবে। সমস্যা নং ১ এ ৩ জনকে ১টি ১টি করে আম ভাগ করা এবং সমস্যা নং ২ এ ৩টি করে লিচু ভাগ করা। ইত্যাদি)



নিচের মত করে চকবোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের অভিব্যক্তি এবং উত্তর এক হলেও পৃথক অর্থ আছে, যার ফলে ভাগকরার পদ্ধতি পৃথক হয় তা ব্যাখ্যা করা যেতে পারে।

অভিব্যক্তি বা প্রকাশ এবং উত্তর এক হলেও অর্থ পৃথক হলে ভাগ করার পদ্ধতিও পৃথক হয়।

৪. "১৮÷ ৬" ভাগটি দ্বারা ভিন্ন ভিন্ন অর্থ চিন্তা করে সমস্যা তৈরি করতে সহায়তা করা। ঘুরে ঘুরে দেখে এবং প্রয়োজনীয় সহায়তা নিশ্চিত করে সকলের ধারণা অর্জন সুস্পষ্ট করা যেতে পারে।

সার সংক্ষেপকরণ: এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম-

গুণের ক্ষেত্রে প্রথমে গুণের অর্থ শিখে পরবর্তীতে গুণের নামতা শেখা প্রয়োজন। গুণ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানের জন্য গুণের নামতা শেখা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ এবং তা আয়ত্ত করতে পারলে শিক্ষার্থী দ্রুত গণনা করতে পারে। কিন্তু গুণের অর্থ না বুঝে শুধুমাত্র গুণের নামতা মুখস্থ করা উচিত নয়। এক্ষেত্রে গুণেরঅর্থের পাশাপাশি কখন তা ব্যবহার করতে হবে তাও বুঝতে হবে।এ জন্য বিভিন্ন উপকরণ ব্যবহারসহ বাস্তব জীবনে কোথায় কোথায় এর ব্যবহার আছে তা খুঁজে বের করতে হবে। শিক্ষার্থীরা যাতে নিজেরাই গুণের নামতা তৈরি করতে পারে এ জন্য বর্গাকৃতি কার্ড ব্যবহারের জন্য তাদেরকে প্রয়োজনীয় সহযোগিতা ও পরামর্শ প্রদান করতে হবে।

ভাগের ক্ষেত্রে সমগ্র পরিমাণ এবং হার বুঝে একক পরিমান বের করা (বণ্টনে ভাগ) ও সমগ্র পরিমাণ এবং একক পরিমাণ বুঝে হার বের করা (পরিমাপের ভাগ) দুটিই দৈনন্দিন জীবনের গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। ভাগ এবং ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানে দক্ষতা অর্জনের জন্য এ দু ধরণের ভাগই ভালভাবে শিক্ষার্থীদের শিখতে হবে এবং এদের মধ্যে মিল ও পার্থক্য বুঝতে হবে। এক্ষেত্রেও বর্গাকৃতি কার্ড ব্যবহার করার জন্য শিক্ষার্থীদের প্রয়োজনীয় পরামর্শ ও সহযোগিতা প্রদান করতে হবে যাতে তারা নিজেরাই কার্ড ব্যবহার করে ভাগের অর্থ সুস্পষ্টভাবে বুঝতে সক্ষম হয়।

বিকল্প

আপনি কীভাবে শিখাবেন?
চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে?
আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

মূল্যায়ন:

১. গুণের ধারণা শিখন-শেখানোর কৌশল ব্যাখ্যা করা।
২. ভাগের একই অভিব্যক্তির ভিন্নরকম অর্থ ব্যাখ্যা করা।
৩. ভাগের ধারনা শিখন-শেখানো কৌশল ব্যাখ্যা করা।

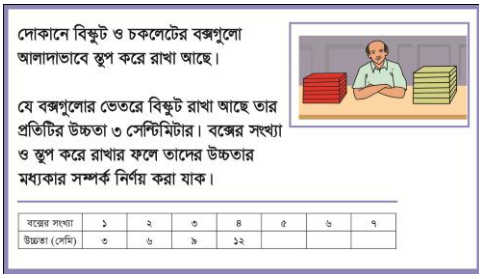
পাঠ-৪

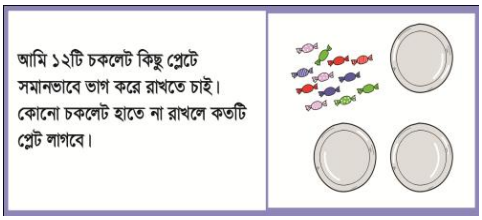
লসাগু ও গসাগু

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- লসাগু নির্ণয় শিখন-শেখানোর বিভিন্ন পদ্ধতি ও কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গসাগু নির্ণয় শিখন-শেখানোর বিভিন্ন পদ্ধতি ও কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি:উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষেপাঠের শুরুতেই শক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্নের অবতারনা করা যেতে পারে; শুরুতেই গুণের কথা না বলে পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে; -এখানে প্রথম সারির বিস্কুট ও চকলেটের বক্সের সম্পর্ক বের করার জন্য কী করতে হবে? - ২য় ছবিতে ১২টি চকলেট সমানভাবে কয়টি প্লেটে রাখা যাবে? শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।





লসাগু হলো লগিষ্ট সাধারণ গুণিতক এবং গসাগু হলো গরিষ্ট সাধারণ গুণনিয়ক। শিক্ষার্থীদের লসাগু নির্ণয় শেখানোর পূর্বে গুণিতকের ধারণা লাভ করা এবং গসাগু নির্ণয় শেখানোর পূর্বে গুণনিয়ক ধারণা লাভ করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গুণিতক কী এবং বিভিন্ন সংখ্যার গুণিতক কীভাবে বের করতে হয় সে সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা না থাকলে শিক্ষার্থীরা কোনো অবস্থাতেই লসাগু নির্ণয়ের ধারণা লাভ করতে সক্ষম হবে না।

ডিপিএড শিক্ষার্থীরা এ পাঠে লসাগু নির্ণয় শিখন-শেখানোর পদ্ধতি শিখবেন। পরবর্তীতে লসাগু নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং এ সকল পদ্ধতির প্রত্যেকটির সুবিধা ও কার্যকারিতা বিবেচনা করে প্রাথিমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য উপযুক্তটি বাছাই করতে পারবেন।

চতুর্থ শ্রেণির শিক্ষার্থীরা ইতোমধ্যে গুণিতক এবং লসাগু কী তার ধারণা লাভ করেছে বিবেচনা করে পরবর্তী শিখনের জন্য নিম্নরূপ শিখন-শেখানো কৌশল প্রয়োগ করতে পারেন।

১. নিচের প্রশ্ন দুইটি বোর্ডে লিখে দিয়ে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় উত্তর লিখতে দেওয়া এবং ঘুরে ঘুরে দেখা।
   ৫ এর গুণিতকগুলো কী কী?
   ৬ এর গুণিতকগুলো কী কী?

২. শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে বলা-
   ল.সা.গু. এর পূর্ণরূপ হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক। দুই বা ততোধিক সংখ্যার লসাগু হলো এমন একটি লঘিষ্ঠ সংখ্যা যা ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।
   শিক্ষার্থীদের ৬ এবং ৮ এর ল.সা.গু.নির্ণয় করতে বলা
   সমাধান-১:

৬ = ২ × ৩

৮ = ২ × ২× ৩

৬ ও ৮ এর লসাগু, ২×৩×২× ২=২৪

বিকল্প সমাধান-২:

২ | ৬, ৮

৩, ৪

৬ ও ৮ এর লসাগু, ২×৩×৪=২৪

উত্তর: ২৪

শিক্ষার্থীরা স্বাধীনভাবে সমস্যা সমাধান করবে। শিক্ষক ঘুরে ঘুরে দেখবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন।

শিক্ষার্থীদের সমাধান পদ্ধতি এবং উত্তর প্রকাশ করতে সহায়তা করুন।

৩.নিম্নের সমস্যাটি বোর্ডে লেখা এবং শিক্ষার্থীদের পড়ে সমাধান চিন্তা করতে বলা।

সমস্যা: এমন একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় করো যাকে ৬, ১০, ১৫ এবং ২১ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেতে ৪ অবশিষ্ট থাকে।

সমাধান: নির্ণেয় সংখ্যাটি হচ্ছে ৬, ১০, ১৫ এবং ২১ এর লসাগু থেকে ৪ বেশি।

৩ | ৬, ১০, ১৫, ২১

২ | ২, ১০, ৫, ৭

৫ | ১, ৫, ৫, ৭

১, ১, ১, ৭

সুতরাং সংখ্যাগুলোর লসাগু,৩ ×২×৫×৭ =২১০

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা,২১০+ ৪=২১৪

উত্তর: ২১৪।

শিক্ষার্থীরা স্বাধীনভাবে সমস্যা সমাধান করবে। শিক্ষক ঘুরে ঘুরে দেখবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন।

সমস্যা: ২টি ঘণ্টার একটি প্রতি ৬ মিনিট অন্তর অন্তর এবং অপরটি প্রতি ৮ মিনিট অন্তর অন্তর বাজে। ঘণ্টা দুটি একই সময়ে বাজালে আর কত মিনিট পরে পূণরায় একত্রে বাজবে?

নিচের চার্টটি দেখিয়ে পূরণ করতে সহায়তা করা।

	০	৬	১২									
	০	৮										

পূরণকৃত চার্ট

	০	৬	১২	১৮	২৪	৩০	৩৬	৪২	৪৮	৫৪	৬০	৬৬
	০	৮	১৬	২৪	৩২	৪০	৪৮	৫৬	৬৪	৭২	৮০	৮৮

প্রশ্ন করতে পারেন-

- এখন একসাথে বাজছে, পরবর্তীতে কত মিনিট পরে আবার একসাথে বাজবে? (উত্তর: ২৪ মিনিট, এখানে ২৪ সংখ্যায় চারদিক ঘিরে বৃত্ত আঁকতে বলা।

	০	৬	১২	১৮	২৪	৩০	৩৬	৪২	৪৮	৫৪	৬০	৬৬
	০	৮	১৬	২৪	৩২	৪০	৪৮	৫৬	৬৪	৭২	৮০	৮৮

- মিনিটের পরে আবার কত মিনিট পরে একত্রে বাজবে? (উত্তর: ৪৮ মিনিট পরে)

১. শিক্ষার্থীদের সাধারণ গুণিতক এবং ল.সা.গু. এর অর্থ নির্ধারণ করতে সহায়তা করা।

- সংখ্যাটিকে কী বলা যায়?

সম্ভাব্য উত্তর: ৬ ও ৮ এর ল.সা.গু.।

- ৪৮ সংখ্যাটিকে কী বলা যায়?

সম্ভাব্য উত্তর: ৬ এবং ৮ এর সাধারণ গুণিতক।

- ৪৮ সংখ্যাটি লসাগু নয় কেন?

সম্ভাব্য উত্তর: ৬ এবং ৮ এর সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে এটি সবচাইতে ছোট নয়।

বিকল্প

আপনি কীভাবে শিখাবেন?
চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে?
আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করুন।

শিক্ষার্থীদের শিখনের লক্ষে সহকর্মীদের সাথে নিম্নের প্রশ্নগুলো নিয়ে আলোচনা করতে পারেন-

লক্ষ করুন

চার্ট ব্যবহার পদ্ধতিতে গুণিতক, সাধারণ গুণিতক এবং ল.সা.গু.নির্ণয় সুস্পষ্টভাবে উপলব্ধি করা যায়। এছাড়াও চার্ট ব্যবহার করে গুণিতকের ধারণা দিলে শিক্ষার্থীরা সহজেই বুঝতে পারবে। তবে গুণিতক কী তা প্রথমে বুঝতে হবে।

এছাড়া লসাগু এর ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করুন-

* সাধারণ ভগ্নাংশের বড়-ছোট তুলনা

উদাহরণ: দু'টি ভগ্নাংশের মধ্যে ছোট-বড় তুলনার জন্য ভগ্নাংশগুলোকে সমহরবিশিষ্ট করতে হয়–

উদাহরণ : $\frac{৬}{৮}$ ও $\frac{৪}{৬}$ এর মধ্যে কোনটি বড়?

সমাধান: ভগ্নাংশ দুটির ৮ ও ৬

অতএব, ৮ ও ৬ এর ল.সা.গু. = ২৪

ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর (অর্থাৎ ২৪ হর বিশিষ্ট করা যাক)।

অতএব, $\frac{৬}{৮}=\frac{৬\times৩}{৮\times৩}=\frac{১৮}{২৪}$

$\frac{৪}{৬}=\frac{৪\times৪}{৬\times৪}=\frac{১৬}{২৪}$

এক্ষেত্রে, $\frac{৬}{৮}$ এবং $\frac{৪}{৬}$ এর পরিবর্তে লেখা যায় $\frac{১৮}{২৪}$ এবং $\frac{১৬}{২৪}$ । এদের মধ্যে প্রথমটির লব বড়।

$\therefore \frac{১৮}{২৪} > \frac{১৬}{২৪}$

অতএব, $\frac{৬}{৮} > \frac{৪}{৬}$

যোগ এবং বিয়োগ করার সময় সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হয়।সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর করার জন্য লসাগু'র ব্যবহার অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

গসাগু

গসাগু হলো গরিষ্ট সাধারণ গুণনিয়ক। শিক্ষার্থীদের গসাগু নির্ণয় শেখানোর পূর্বে গুণনিয়কের ধারণা লাভ করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গুণনিয়ক কী এবং বিভিন্ন সংখ্যার গুণনিয়ক কীভাবে বের করতে হয় সে সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা না থাকলে শিক্ষার্থীরা কোনো অবস্থাতেই গসাগু নির্ণয়ের ধারণা লাভ করতে সক্ষম হবে না।

শিক্ষার্থীরা এ পাঠে গসাগু নির্ণয় শিখন-শেখানোর পদ্ধতি শিখবেন। পরবর্তীতে গসাগু নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং এ সকল পদ্ধতির প্রত্যেকটির সুবিধা ও প্রায়োগিক দিক বিবেচনা করে প্রাথিমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য উপযুক্তটি বাছাই করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : গসাগু নির্ণয়ের পূর্ব শর্ত হলো গুণনিয়ক নির্ণয় করতে পারা। তাই গসাগু নির্ণয়ের শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা স্মরন করার ও চিন্তা করার সুযোগ সৃষ্টি করার জন্য শুরুতেই গুণের কথা না বলে পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে; - পাশের ছবিতে ১২টি চকলেট সমানভাবে কয়টি প্লেটে রাখা যাবে? শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।	

শিক্ষার্থীরা ইতোমধ্যে গুণনিয়ক এবং গসাগু কী তার ধারণা লাভ করেছে বিবেচনা করে পরবর্তী শিখনের জন্য নিম্নরূপ কৌশল প্রয়োগ করা যেতে পারে;

১. নিচের প্রশ্নটি বোর্ডে লিখে দিয়ে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ সমাধান করতে দেওয়া এবং ঘুরে ঘুরে দেখা।

- "১২ এবং ১৮ এর গ.সা.গু কত?"
  দুজন শিক্ষার্থীকে ডেকে একজনকে ১২ এবং আরেকজনকে ১৮ এর গুণনীয়ক বোর্ডে লিখতে বলা। প্রথম

  শিক্ষার্থী ১২: ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২

  দ্বিতীয় শিক্ষার্থী ১৮: ১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮
- শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে প্রশ্ন করা, সাধারণ বলতে কী বোঝায়?

(শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য উত্তর: সাধারণ অর্থাৎ কমন– অর্থা' দইু গ্রুপের মধ্যেই যেটি বা যেগুলো বিদ্যমান থাকে।)

- জিজ্ঞেস করা, ১২ এবং ১৮ এর গুণনীয়কগুলোর মধ্যে কমন বা সাধারণ কোনগুলো?

সম্ভাব্য উত্তর, ১, ২, ৩, ৬

- জিজ্ঞেস করা, **গরিষ্ঠ অর্থ কী? গসাগু অর্থ কী?**

উত্তর: গরিষ্ঠ অর্থ সবচেয়ে বড়। গসাগু অর্থাৎ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক অর্থাৎ যে গুণনীয়কটি সাধারণ কিন্তু সবচেয়ে বড়।

তাহলে,**এই দুই সংখ্যার গসাগু কত?**

উত্তর: ৬

২. শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে বলা-

গসাগু এর পূর্ণরূপ হলো গরিষ্ট সাধারণ গুণনিয়ক। দুই বা ততোধিক সংখ্যার গসাগু হলো এমন একটি গরিষ্ট সংখ্যা যা দ্বারা সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে নিঃশেষে ভাগ করা যায়।

৩.গসাগু নির্ণয়ের নতুন পদ্ধতি: বলা,–আজকে আমরা ভিন্নরকমপদ্ধতি অনুসরণ করে গসাগু নির্ণয় করা শিখব।

২২৫ এবং ৩১৫ এর গ.সা.গু. কত?

প্রথমে আমরা ২২৫ কে কীভাবে ভাঙ্গা যায় চিন্তা করি। ১ ব্যতীত আর কী কী সংখ্যা দ্বারা ২২৫ কে ভাগ করা যায়? শিক্ষার্থীদের চিন্তা করে উত্তরদানে সহায়তা করা। তাদের বর্ণনামতে গুণনীয়কগুলো বোর্ডে লেখা ।

সম্ভাব্য উত্তর হবে, ৫ বা ৩

তাহলে এখন ৫ দ্বারা ২২৫ কে ভাগ করা।

নিচের মত চকবোর্ডে করে দেখানো।

২২৫স্ট৫=৪৫

তাহলে,

২২৫ = ৫ × ?

জিজ্ঞেস করুন , এখানে ফাঁকা ঘরে কত বসবে? উত্তর: ৪৫ অর্থাৎ ২২৫ = ৫ দ্ধ ৪৫

- ৪৫ কে কত দ্বারা ভাগ করা যায়? (৫, ৩, ৯)
- ৪৫ কে ৫ দ্বারা ভাগ করলে উত্তর কত হয়? (৯)
- ৯-কে কত দ্বারা ভাগ করা যায়?(৩)
- আর কত দ্বারা ভাগ করা যায়?

৫ এবং ৩ ইত্যাদি সংখ্যাকে ১ এবং উক্ত সংখ্যাটি ছাড়া আর কোন কিছু দিয়ে ভাগ করা যায় না। সুতরাং এগুলো মৌলিক সংখ্যা।

এভাবে ২২৫ এর গুণনীয়কগুলো পাওয়া যাবে ৫, ৫, ৩, ৩

গুণনীয়কগুলো শিক্ষার্থীদের ক্রমান্বয়ে রূপান্তর করতে সহায়তা করা।

২২৫ = ৫ × ৪৫	একইভাবে ৩১৫= ৩×৩×৫ ×৭
= ৫ × ৫ × ৯	
= ৫ × ৫ × ৩ × ৩	
= ৩ × ৩ × ৫× ৫	

অত:পর ২২৫ এবং ৩১৫ এর গুণনীয়কগুলোর প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে উভয়কেই ৩ দিয়ে ২ বার এবং ৫ দিয়ে ১ বার ভাগ করা যায় তা বুঝতে সহায়তা করা।

২২৫ = ৩ × ৩ × ৫ × ৫

৩১৫ = ৩ × ৩ × ৫ × ৭

২২৫ এবং ৩১৫ এর গ.সা.গু.নির্ণয় করার সময় এগুলোর সাধারণ সংখ্যাকে গুণ করে নির্ণয় করতে হয়।

২২৫ = ৫ × ৪৫ = ৫ × ৫ × ৯ = ৫ × ৫ × ৩ × ৩ ২২৫ = ৩ X ৩ X ৫ X ৫	৩১৫ = ৫ ×৬৩ = ৫ ×৩ ×২১ = ৫ ×৩ × ৩ × ৭ = ৩ X ৩ X ৫ × ৭	নির্ণেয় গ.সা.গু. ৩×৩ ×৫ =৪৫ ২২৫ ও ৩১৫ এর গ.সা.গু.৪৫

৩. পর্যালোচনা

শিক্ষার্থীদের খাতায় অনুশীলন করতে সহায়তা করা।

চকবোর্ডে লিখা : ১০০ এবং ৩৫০ এর গ.সা.গু. নির্ণয়।

প্রশ্ন করা, ১০০ কে বিভিন্ন মৌলিক সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করলে কত হয়?

(উত্তর: ১০০ = ২×২×৫×৫)। বোর্ডে লিখা ।

প্রশ্ন করা, ৩৫০ কে মৌলিক সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করলে কী হয়?

(উত্তর: ৩৫০= ২×৫×৫×৭)। বোর্ডে লিখা।

শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করা, এতে সাধারণ সংখ্যা কোনগুলো? (উত্তর:

২ এবং ৫)। শিক্ষার্থীদের উত্তর বোর্ডে লিখা ।

প্রশ্ন করা, এই ২ এবং ৫ কে কী বলা যায়? উত্তর: সাধারণ গুণনীয়ক।

২ ঢ ৫ কে বক্স করে চিহ্নিত করা।

১০০ = ২ × ২× ৫×৫
৩৫০ = ২ × ৫× ৫ ×৭
১০০ ও ৩৫০ এর গসাগু, ২×৫×৫=৫০

মূল্যায়ন: শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় নিম্নের সংখ্যা দুইটির গসাগু নির্ণয় করতে দিয়ে ঘুরে ঘুরে দেখা এবং প্রয়োজনে সহায়তা করা।

- ১৫০ ও ৩৭৫ এর গসাগু নির্ণয় কর:

বিকল্প

আপনি কীভাবে শিখাবেন?

চিন্তা করুন এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে?

আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করুন এবং লিপিবদ্ধ করা।

সাধারণ ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার ক্ষেত্রে গসাগু ব্যবহার করা যায়

উদাহরণ:

$\frac{৭২}{৯০}$ কে লঘিষ্ঠ ভগ্নাংশের রূপে প্রকাশ করুন।

৭২ এবং ৯০ এর গসাগু নির্ণয় করি,

$৯০ = \boxed{৩\times৩\times২}\times৫$

$৭২ = \boxed{৩\times৩\times২}\times২\times২$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= ৩\times৩\times২=১৮$

$\frac{৭২}{১৮} = \frac{১৮\times২\times২}{১৮\times৫} = \frac{২\times২}{৫} = \frac{৪}{৫}$

মূল্যায়ন:

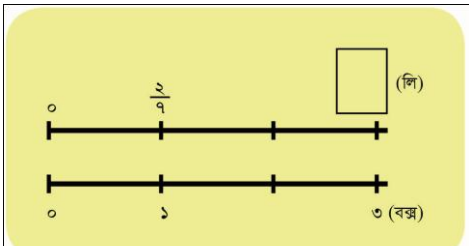
১. গসাগু নির্ণয়ের প্রত্যেকটি পদ্ধতির কী কী বৈশিষ্ট্য রয়েছে?
২. এ পদ্ধতিগুলো কী ধরনের সমস্যা সমাধানের জন্য উপযোগী?
৩. লসাগু নির্ণয়ের প্রত্যেকটি পদ্ধতির কী কী বৈশিষ্ট্য রয়েছে?
৪. এ পদ্ধতিগুলো কী ধরনের সমস্যার জন্য উপযোগী?

পাঠ ৫: ভগ্নাংশের গুণ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ শিক্ষাদানের কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ শিক্ষাদানের কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity): ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগের সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে আমাদের ধারণা বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই যান্ত্রিক। তাই ভগ্নাংশের গুণ সংক্রান্ত উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই দৈনন্দিন জীবনের সংশ্লিষ্ট সমস্যা সমাধানের কথা চিন্তা করার সুযোগ দিয়ে এবং নিচের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা গুণ করা যায় তা চিন্তা করে ব্যাখ্যা করার সুযোগ দানের মাধ্যমে বিষয়বস্তুর অবতারনা করা যেতে পারে।



প্রশ্ন: যদি ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৩}{৪}$ বর্গমিটার রং যায় তবে ৩ ডেসিলিটার রং রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

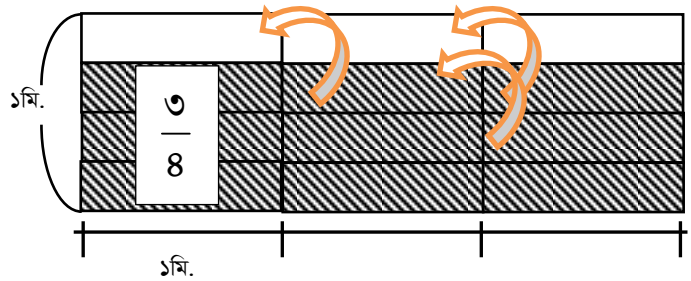
সমস্যাটির গাণিতিক বাক্য কী হবে?

গাণিতিক বাক্য হলো, $\frac{৩}{৪} \times ৩$

সমস্যাটি চিত্র/ ডায়াগ্রামের মাধ্যমে প্রকাশ করি

রং করা জায়গা কতটুকু হবে চিন্তা করুন।

১টি ঘর $\frac{১}{৪}$ বর্গমিটার। অতএব রং করা জায়গা হবে $\frac{১}{৪}(৩\times ৩)$ টি ঘর



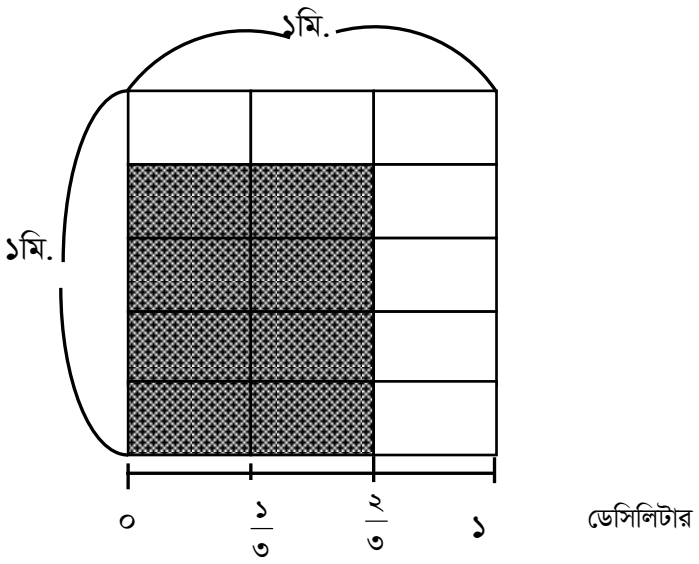
গাণিতিক বাক্য, $(\frac{৩}{৪} \times ৩)$ বর্গমিটার $= \frac{৯}{৪}$ বর্গমিটার

অনুশীলন: চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে গুণফল নির্ণয় করুন: $\frac{২}{৩} \times ৪$

এবার চিন্তা করুন কীভাবে ভগ্নাংশের সাথে ভগ্নাংশের গুণ করা যায়।

১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। $\frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমাধান ১: চিত্র এঁকে গুণফল নির্ণয় চিন্তা করুন



গাণিতিক বাক্য: $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$

সমাধান ২: ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

∴ $\frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা রং করা বোর্ডটির $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ বর্গমিটার $= \frac{৮}{১৫}$ বর্গমিটার

অনুশীলনঃ চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করুনঃ

$\frac{৪}{৫} \times \frac{৩}{৪}$

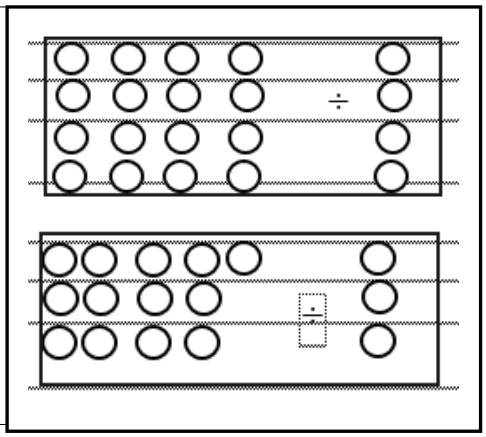
পাঠ ৬: ভগ্নাংশের ভাগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- পূর্ণসংখ্যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ শিক্ষাদানের কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করার কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করার কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

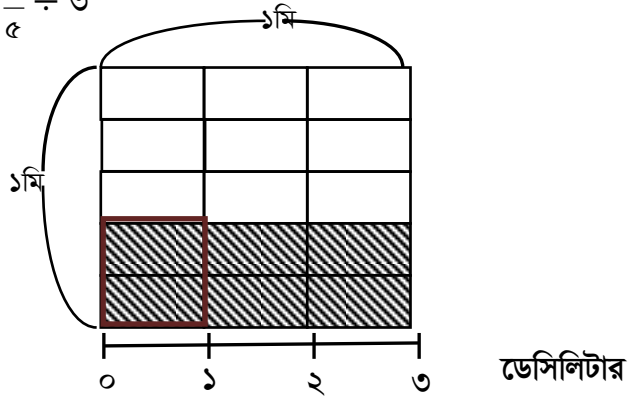
প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য নির্ধারিত ভগ্নাংশের ভাগ সংক্রান্ত অর্জনোপযোগী যোগ্যতাসমূহ:

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: ভগ্নাংশের ভাগ সংক্রান্ত উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই দৈনন্দিন জীবনের সংশ্লিষ্ট সমস্যা সমাধানের কথা চিন্তা করার সুযোগ দিয়ে এবং পাশের চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে কীভাবে ডায়াগ্রাম ব্যবহার পূর্ণ সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তা চিন্তা করে ব্যাখ্যা করার সুযোগ দানের মাধ্যমে বিষয়বস্তুর অবতারনা করা যেতে পারে।



যদি ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ১ ডেসিলিটার রং বোর্ডে কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

গাণিতিক বাক্য $\frac{২}{৫} \div ৩$



৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়।

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটারের ৩ ভাগের ১ ভাগ রং করা যাবে।

এক্ষেত্রে চিত্রের ১টি ঘর $\frac{১}{৫\times৩}$ বর্গমিটার। তাই রং করা জায়গা হবে $\frac{১}{৫\times৩}$, ২ বার

অর্থা' $\frac{২}{৫} \div ৩ = \frac{১\times২}{৫\times৩} = \frac{২}{১৫}$

অনুশীলন-১:

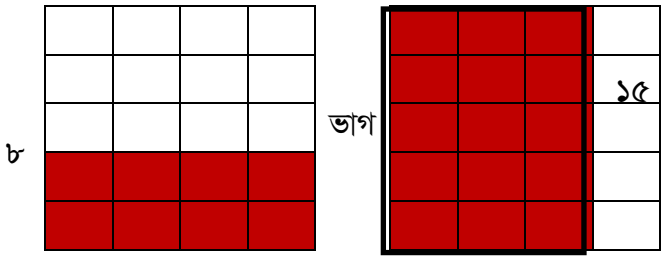
$\frac{১}{৩} \div ৪$ এই ভাগটি দ্বারা গাণিতিক গল্প তৈরি করুন ও চিত্র ব্যবহার করে সমাধানে কী কী কৌশল অবলম্বন করা চিন্তা করুন।

চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ শিখন-শেখানো কৌশল:

প্রশ্ন: $\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমস্যাটি জ্যামিতিক চিত্রের মাধ্যমে কীভাবে সমাধান করা যায় চিন্তা করুন এবং সমাধানের চিত্র অংকন করুন:

সমাধান কৌশল ১:



$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

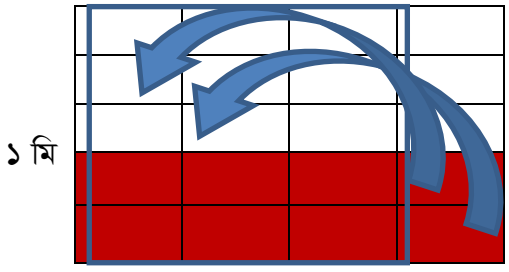
এছাড়াও সমস্যাটির চিত্র অংকনের ক্ষেত্রে ভিন্নরকম আর কী কৌশল অবলম্বন করা যায়? চিন্তা করুন।

সমাধান কৌশল ২:

$\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

∴ ১ ,, ,, ,, বোর্ডটির $\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪}$ বর্গমিটার রং করা যাবে

১ মি



১ডে. লি $\frac{১}{৪}$ ডে.লি $\frac{২}{৪}$ ডে.লি $\frac{৩}{৪}$ ডে.লি $\frac{৪}{৪}$ ডে. লি বা ১ ডে. লি

$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

নোটঃ শিক্ষার্থীদের সমাধান শিক্ষাদানের ক্ষেত্রে ভিন্ন ভিন্ন উপায় অবলম্বনে উৎসাহিত করবেন এবং প্রয়োজনীয় সহায়তা নিশ্চিত করবেন।

অনুশীলন

নিচের ভগ্নাংশের ভাগগুলোর দ্বারা গল্প তৈরি এবং চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে সমাধান করুন এবং পাশাপাশি শিখন-শেখানো জন্য জন্য কী কী কৌশল অবলম্বন করা যায় লিখুন।

ক) $\frac{৪}{৩} \div \frac{১}{৩} =$ কত?

খ) $\frac{৪}{৩} \div \frac{৫}{২} =$ কত?

গ) $\frac{১}{২} \div \frac{১}{২} =$ কত?

ভগ্নাংশের ভাগ এবং এতদ্ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা সমাধান শিক্ষাদানের পূর্বশর্ত হিসেবে শিক্ষকের ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ এবং ভগ্নাংশের গুণ সম্পর্কে ধারাবাহিক জ্ঞান থাকতে হবে। এবং শিক্ষাদানকালে তিনি ধারাবাহিকভাবে অগ্রসর হবেন। তাহলে শিক্ষাদান ফলপ্রসূ হবে এবং শিক্ষার্থীদের বুঝতে ও মনে রাখতে সুবিধা হবে। শিক্ষক বিভিন্ন বাস্তব উপকরণ, ছবি ও চার্ট ব্যবহারসহ দৈনন্দি জীবনের উদাহরণ ব্যবহার করে শিখন শেখানো কার্যক্রম পরিচালনা করলে শিক্ষার্থীদের বুঝতে সুবিধা হবে।

মূল্যায়নঃ

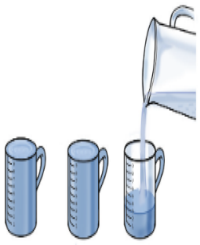
১. ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা করুন

২. ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ শিক্ষাদান ব্যাখ্যা করুন

পাঠ-৭: দশমিক ভগ্নাংশ শিক্ষণ-শিখন

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- দশমিক ভগ্নাংশ শিখন-শেখানোর বিভিন্ন পদ্ধতি ও কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- দশমিক ভগ্নাংশ শিখন-শেখানোর জন্য কার্যকরি উপকরণ নির্বাচন ও ব্যবহার করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা লাভের পূর্বশর্ত হলো সাধারণ ভগ্নাংশ সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা। তাই দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা শিক্ষণের উরোক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাঠের শুরুতেই শিক্ষার্থীদের দশমিক ভগ্নাংশের কথা না বলে পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করেনিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে; - পাশের ছবির ৩য় মগটির পানির পরিমাণ কত? শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর ভাবতে দিয়ে তাদের ভাবনাগুলো নিজ নিজ খাতায় লিপিবদ্ধ করতে বলে শিখনফল অর্জনের লক্ষে পরবর্তি কার্যক্রম গ্রহণ করা যেতে পারে।	একটি জগে কিছু পানি রয়েছে। এক লিটার ধারণক্ষমতা বিশিষ্ট তিনটি মগের প্রতিটিতে পানি ঢালা হলো। ছবি অনুযায়ী, ৩য় মগটি পানিতে পরিপূর্ণ হয়নি। ৩য় মগটিতে পানির পরিমাণ কত? 

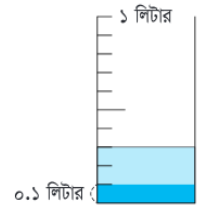
দশমিক ভগ্নাংশ

শিখন-শেখানোর জন্য কী কৌশল প্রয়োগ করা প্রয়োজন?

দশমিক ভগ্নাংশ শিখন-শেখানোর জন্য কার্যকরি উপকরণ কী?

১ লিটারের $\frac{১}{১০}$ অংশ আয়তনকে "**০.১ লিটার**" বলে এবং একে কথায় "**শূন্য দশমিক এক লিটার**" পড়া এবং লেখা হয়।

$$০.১ \text{ লিটার} = \frac{১}{১০} \text{ লিটার}$$



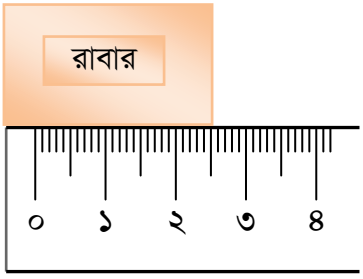
প্রাথমিক পর্যায়ের বিষয়বস্তুগুলোর মধ্যে ভগ্নাংশ এবং দশমিক ভগ্নাংশ শিখন শিক্ষার্থীদের জন্য অপেক্ষাকৃত কঠিন। তাই দশমিক ভগ্নাংশ শিখন-শেখানোর ক্ষেত্রে শিক্ষকদেরকে অবশ্যই সতর্কতার সাথে কৌশল নির্ধারণসহ উপকরণ নির্বাচন করতে হবে। শিক্ষার্থীরা ইতোমধ্যে ভগ্নাংশ সম্পর্কে ধারণা লাভ করেছে বিবেচনা করে দশমিক ভগ্নাংশ শিখনের জন্য নিম্নরূপ কৌশল প্রয়োগ করা যেতে পারে;

১. শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ স্কেল বের করতে বলুন এবং এ স্কেলের সাহায্যে তাদের চারপাশের ছোটখাট জিনিস যেমন, রাবার, পেনসিল, তাদের আঙ্গুল ইত্যাদি মেপে খাতায় লিখতে বলা।

২. শিক্ষার্থীরা বস্তুগুলোর দৈর্ঘ্য কীভাবে মাপছে এবং খাতায় লিখছে তা সতর্কতার সাথে পর্যবেক্ষণ করা। শিক্ষার্থীরা হয়ত বস্তুগুলো মাপতে পারবে কিন্তু লিখে প্রকাশ করতে সমস্যায় পড়বে। উদাহরণস্বরূপ, যদি তারা ডানপাশে দেখানো চিত্রের ন্যায় একটি রাবার মেপে থাকে তবে তারা হয়তো বলবে-

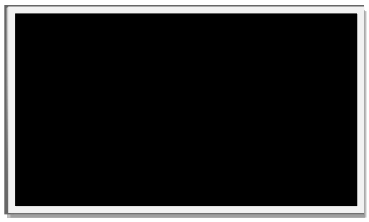
"এটি ২ সে.মি. থেকে লম্বা কিন্তু ৩ সে.মি. থেকে খাট।"

''এটি প্রায় আড়াই সেন্টিমিটার লম্বা।''
''আমরা এটার মাপ বলতে পারছি না।''
বা অন্য কিছু।



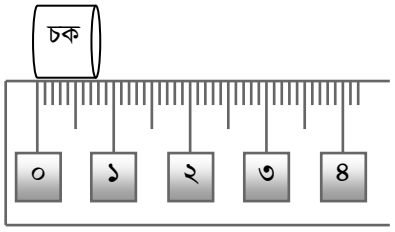
৩. শিক্ষার্থীদের স্কেলের ছোট দাগগুলোর প্রতি লক্ষ করতে বলুন এবং জিজ্ঞেস করা,
''১ সেন্টিমিটারকে কয়টি সমান ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে?''
১ সেন্টিমিটারকে ১০ টি সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে, এ উত্তর শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে নেওয়ার জন্য তাদের দাগগুলো গণনা করতে নির্দেশ দেওয়া।

৪. সবাইকে উপলব্ধি করতে সহায়তা করা যে, একটি বস্তু আরও সুনির্দিষ্টভাবে মাপা যায় যদি আমরা স্কেলের ছোট ছোট দাগ ব্যবহার করি। এবার তাদের আরেকটি বস্তু মাপতে দিন এবং ছোট দাগগুলো পড়তে দেওয়া। উদাহরণস্বরূপ, উপরে দেওয়া উদাহরণে রাবারটির দৈর্ঘ্য ''২ সেন্টিমিটার এবং ৭টি ছোট দাগ''। এজন্য তাদের বলা, একে আমরা ''দুই দশমিক ৭ সেন্টিমিটার'' হিসেবে পড়ি এবং ব্ল্যাকবোর্ডে লিখা ''২.৭ সেন্টিমিটার'' (যেভাবে ডানপাশের ঘরে দেখানো হয়েছে)। শিক্ষার্থীদের দেওয়া উত্তরগুলো ব্ল্যাকবোর্ডে লিখা।


চকবোড

লক্ষ করা কীভাবে শিক্ষার্থীরা উত্তর দিচ্ছে, যদি ভুল উত্তর দিয়ে থাকে তবে তা সংশোধন করা। উদাহরণস্বরূপ, যদি তারা বলে ''২৭ সেন্টিমিটার'' তবে বলা এটা হবে ''২.৭ সেন্টিমিটার''।

৫. ১ সে.মি. থেকে ছোট একটি বস্তু যেমন, একটিছোট চকের প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করা। তাদের বলা, উদাহরণস্বরূপ এ চকটি ''শূন্যদশমিক ৮ সেন্টিমিটার'' লম্বা এবং ব্ল্যাকবোর্ডে ০.৮ লিখা।



৬. শিক্ষার্থীদের শ্রেণীকক্ষের ভিতরের এবং বাইরের বিভিন্ন বস্তু মাপতে উৎসাহিত করা এবং তাদের খাতায় লিখতে বলা।
যেমন,
পেনসিল : ৮.৪ সে.মি,
রাবার : ৩.৫ সে.মি,
চক : ৪.৭ সে.মি,
পাথর : ৫.৯ সে.মি, ইত্যাদি।
সতর্কতার সাথে লক্ষ করা, তারা কীভাবে বস্তুগুলো মাপছে, যারা সঠিকভাবে স্কেল ব্যবহার করে মাপতে পারছে না তাদের সহায়তা করা।

৭. শিক্ষার্থীদের তাদের মাপগুলো অন্য শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে বলতে দেওয়া। লক্ষ করা তারা দশমিকগুলো সঠিকভাবে বলছে কিনা।

৮. মনে করিয়ে দেওয়া যে,
- ছোট দাগের প্রতিটি একক ০.১ এর সমান।
- ০.১ হল ১ সেন্টিমিটারের ১/১০ অংশ।

৯. শিক্ষার্থীদের জানতে দেওয়া যে,
- ২.৭, ৫.৯, ০.৮ এবং এ ধরনের সংখ্যাগুলোকে **''দশমিক ভগ্নাংশ"** বলা হয়।
- বিন্দুটিকে বলা হয় **''দশমিক বিন্দু"**।
- দশমিক বিন্দুর ডানের ঘরটিকে বলা হয় **''দশমাংশ"**।

শিক্ষার্থীদের তাদের খাতায় লেখা দশমিক সংখ্যাগুলোএকে অন্যকে দেখতে দেওয়া এবং দশমিক বিন্দু ও দশমাংশের অঙ্ক যাচাই করা।

১০. শিক্ষার্থীরা যা শিখেছে তা পুনরালোচনা করা।

বিকল্প

আপনি কীভাবে শেখাবেন ?

চিন্তা করুন এ পাঠের জন্য এর চাইতে ভাল কৌশল কী হতে পারে এবং কী উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে? আপনার ধারণা সহপাঠীর সাথে আলোচনা করতে পারেন এবং প্রয়োজনে লিপিবদ্ধ করতে পারা।

পাঠের জন্য আপনার বিকল্প এবং সবচেয়ে ভালো অনুশীলনটি লিখা।

মূল্যায়ন

১। দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা শিখন-শেখানোর ক্ষেত্রে কী পদ্ধতি ও কৌশল প্রয়োগ করা হয়েছে?

২। দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা শিখন-শেখানোর জন্য পরিকল্পিত পাঠের অনুসৃত পদ্ধতি ও কৌশল এবং ব্যবহৃত উপকরণ কতটুকু কার্যকরি বলে আপনি মনে করেন? এবং কেন মনে করেন।

অধ্যায়-১০

শিক্ষণ অনুশীলন -জ্যামিতি ও পরিমাপ

প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের কাছে জ্যামিতির ধারণাগুলো বিমূর্ত। চিত্র এঁকে আমরা এদের প্রতিরূপকে বোঝানোর চেষ্টা করি। তাই এ সম্পর্কিত ধারণা গঠনে শিক্ষার্থীদের সহযোগিতার জন্য শিক্ষক হিসেবে শিখন শেখানো কার্যক্রম পরিচালনায় সেই সকল দিকে গুরুত্ব দেওয়া উচিত, যা শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা ও জানতে উৎসাহিত করবে। এই লক্ষ্যে পরিচিত পরিবেশ হতে বিভিন্ন ধরনের বস্তু সংগ্রহ ও শ্রেণিকক্ষের আলোচনায় শিক্ষার্থীদের তা ব্যবহার করার সুযোগ দেওয়া যেমন অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ - তেমনি শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করে এমন উপস্থাপন কৌশলের প্রয়োগ অপরিহার্য।

এই অধ্যায়ে শিক্ষার্থীদের জ্যামিতিক জ্ঞান ও চিন্তন দক্ষতা অর্জন সহায়ক শিখন শেখানো কার্যক্রম নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। পাঠগুলো যেন সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে তার দিকে লক্ষ্য রেখে শিখন শেখানো কৌশল উপস্থাপন করা হয়েছে। নির্দেশনা সুস্পষ্টভাবে বোঝার জন্য পাঠে প্রয়োজনমত ছবি সহকারে ব্যাখ্যা প্রদান করা হয়েছে। বিষয়ভিত্তিক আলোচনা শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীদেরকে আলোচ্য বিষয়ে একটি বিকল্প শিখন শেখানো কার্যক্রম নিয়ে ভাবতে এবং সে অনুযায়ী তার বিকল্প কৌশল উপস্থাপন করতে বলা হয়েছে।

আশা করা যাচ্ছে যে, এই অধ্যায় শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে জ্যামিতির বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা যেমন-বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

পাঠ ১ জ্যামিতিক আকৃতি শিখন

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে বিভিন্ন ধরণের ঘনবস্তুর আকৃতি ও বৃত্ত সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কমঃ উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য আপনি শ্রেণিকক্ষে শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? আপনি নিজে বা শিশুর সহায়তায় পরিবেশ থেকে বিভিন্ন ধরনের ঘনবস্তু সংগ্রহ করতে পারেন। যেগুলো পাওয়া যাবে না বা সংগ্রহ করা যাবে না, সেগুলোর চিত্র অঙ্কন করে নিতে পারেন। আপনি শিক্ষার্থীদের চিত্র-ক এর জিনিষগুলো শ্রেণিকক্ষে দেখিয়ে প্রশ্ন করতে পারেন, কোন কোনটির আকৃতি একই রকম? একই রকম আকৃতির জিনিষগুলোকে একই দলে সাজাতে বলতে পারেন।	

শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপনঃ

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরণের ঘনবস্তু

এরপর একে একে বস্তুগুলোকে শিক্ষার্থীদের সামনে তুলে ধরে তাদের আকৃতি সর্ম্পকে বিভিন্ন প্রশ্ন করতে পারেন। যেমন: একটি ফুটবল উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন? একটি বই উপর, নিচ বা পাশ থেকে দেখতে কেমন? একটি ফুটবল উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন? একটি লাটিম উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন, নিচ থেকে দেখতে কেমন? একটি গ্লাস উপর ও নিচ থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন?

এরপর শিক্ষার্থীদের বলুন যে, এ ধরণের জিনিস-যা যেকোন দিক থেকে দেখতে গোল তাকে গোলক বলা হয়। বোর্ডে গোলক কথাটি লিখে তার নিচে ফুটবল, তরমুজ, মার্বেল ইত্যাদির চিত্র সেঁটে দিয়ে শিক্ষার্থীদের গোলকের ধারণা বুঝতে সহায়তা করুন।

এরপর শিক্ষার্থীদের বলুন যে, এ ধরণের জিনিস- যাকে উপর, পাশ বা নিচ - যেকোন দিক থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে ঘনক বলা হয়। যেমন: ইট, বই, বাক্স, লুডুর ঘুঁটি ইত্যাদি। বোর্ডে ঘনক কথাটি লিখে তার নিচে ইট, বই, বাক্স, লুডুর ঘুঁটি ইত্যাদির চিত্র সেঁটে দিয়ে শিক্ষার্থীদের ঘনকের ধারণা বুঝতে সহায়তা করুন।

পরবর্তী পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের বলুন যে, এ ধরণের জিনিস- যাকে পাশ থেকে দেখলে মনে হয়- উপর দিক সরু ত্রিভুজের আকৃতি এবং নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে কোণক বলা হয়। যেমন: আইসক্রিম, লাটিম ইত্যাদি। এরপর বোর্ডে কোণক কথাটি লিখে তার নিচে আইসক্রিম, লাটিম ইত্যাদির চিত্র সেঁটে দিয়ে শিক্ষার্থীদেও কোণকের ধারণা বুঝতে সহায়তা করুন।

পরিশেষে, শিক্ষার্থীদের বলুন যে, এ ধরণের জিনিষ- যাকে পাশ থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি এবং উপর ও নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে বেলন বলা হয়। যেমন: গ্লাস, মোমবাতি ইত্যাদি। এরপর বোর্ডে বেলন কথাটি লিখে তার নিচে গ্লাস, মোমবাতি ইত্যাদির চিত্র সেঁটে দিয়ে শিক্ষার্থীদেও বেলনের ধারণা বুঝতে সহায়তা করুন।

এভাবে পর্যায়ক্রমে শিক্ষার্থীদের গোলক, ঘনক, কোণক ও বেলনের ধারণা বুঝতে সহায়তা করুন।

কর্মপত্র (জোড়ায় কাজ): আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরণের ঘনবস্তুর কিছু উদাহরণ নিচের ছকে দিয়ে, ফাঁকা স্থানে কি উদাহরণ দেয়া যেতে পারে- তা শিক্ষার্থীদের চিন্তা করে ও জোড়ায় আলোচনা করে লিখতে বলুন।

ঘনক	**গোলক**	**কোণক**	**বেলন**
বই	উলের গোলা	চুঙ্গি	গ্লাস
ইট	মার্বেল	লাটিম	মোমবাতি
বাক্স	গ্লোব	আইসক্রিম	.....
লুডুর ঘুঁটি	আপেল	.....	.....

কর্মপত্র (একক কাজ): পাঠ্যপুস্তকের ৯২ পৃষ্ঠার 'নাম, চিত্র এবং উপর ও পাশ থেকে এর আকৃতি দেখে মিল কর' - এই কাজটি শিক্ষার্থীদেও করতে বলুন।

মূল্যায়ন ও ফলাবর্তন:

শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি যাচাইয়ের জন্য শ্রেণিকক্ষে তাদের উদ্দেশ্যে বিভিন্ন প্রশ্ন করতে পারেন। যেমন:

উপরের ছবিগুলো দেখিয়ে তাদের প্রশ্ন করতে পারেন:

- এটি কীসের চিত্র?
- এটি কী ধরনের ঘনবস্তুর চিত্র? কেন ?
- এটি উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন?-ইত্যাদি।

শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করার সুযোগ দিয়ে শিখন অগ্রগতি মূল্যায়ন করুন এবং ফিডব্যাক দিন।
বাড়ির কাজ: বাড়ির কাজ হিসেবে আমাদের চারপাশের পরিবেশ থেকে এরকম ঘনক, বেলন, কোণক ও গোলকের আরও উদাহরণ শিক্ষার্থীদের খুঁজে বের করে খাতায় লিখে আনতে বলুন।

মূল্যায়ন:

১. বিভিন্ন জ্যামিতিক আকৃতি শিখন-শেখানো কার্যক্রম ব্যাখ্যা করুন।

পাঠ ২: বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব ও সমান্তরাল রেখা

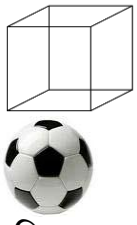
এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব ও সমান্তরাল রেখা সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

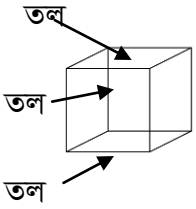
প্রারম্ভিক কার্যাবলি : উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য আপনি শ্রেণিকক্ষে শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? শিক্ষার্থীরা পূর্ববর্তী শ্রেণীতে ঘনক, বেলন, মোচক, পিরামিড এবং গোলকের মডেল সর্ম্পকে শিখেছিল যা এই পাঠে ব্যবহার করা যায়। আপনি নিজে বা শিক্ষার্থীদের সহায়তায় পরিবেশ থেকে এ ধরনের বিভিন্ন বস্তু সংগ্রহ করতে পারেন (যেগুলো পাওয়া যাবে না বা সংগ্রহ করা যাবে না, সেগুলোর চিত্র অঙ্কন করে নিতে পারেন)। এই বস্তুগুলোকে শ্রেণিতে উপস্থাপন করে প্রথমে প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের তল শব্দটির সাথে ও পরবর্তীতে বস্তুগুলোর তলের মধ্যকার মিল এবং অমিল খুঁজে পেতে সহায়তা করার মাধ্যমে প্রস্তুতিমূলক অনুশীলন শুরু করতে পারেন। যেমন, আপনি চিত্র-১ এর মতো বাক্স ও বল শ্রেণিকক্ষে দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- কোনটি ঘনক? কোনটি গোলক?
- বাক্সটির বাইরের অংশগুলোকে আমরা কী নামে ডাকি?
- বলের বাইরের অংশে কী আছে? এটি এর কী?

এভাবে প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ধারণা দিন যে, প্রত্যেকটি মসৃণ বস্তুর বাইরে একটি আবরণ আছে। যেমন, টেবিলের উপরিভাগ, বাক্সের চারধার এবং উপর ও নিচ, ফুটবলের বাইরের আবরণ ইত্যাদি। এরপর আপনি বস্তুর উপর, নিচ, পাশ বা বাইরের আবরণকে তলবলে এ ধারণা উপস্থাপন করে শ্রেণিকক্ষে চিত্র-২ এর মতো একে একে বিভিন্ন বস্তু ও তার তল বা তলসমূহকে দেখিয়ে দেবেন। শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করার সুযোগ দিয়ে আপনি



চিত্র-১



পরবর্তীতে প্রশ্ন করতে পারেন, ➢ এই দুটি বস্তুর বাইরের আবরণ বা তলের মধ্যে কি কোন পার্থক্য আছে? ➢ বাক্স ও বলের তল দুটির মধ্যে পার্থক্য থাকলে কী ধরণের পার্থক্য আছে? শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করে এমন প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে তলের ধারণার প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষণ করতে পারেন।	তল চিত্র-২

শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

তল (Plane): সমতল ও বক্রতল

শিক্ষার্থীদের মধ্যে তলের প্রকারভেদ সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা গঠন প্রয়োজন। তল দুই রকমের হতে পারে। যেমন, বাক্সটির চারপাশ, উপর ও নিচ-এই ৬টি তলের প্রতিটি তলই সোজা (Flat) বা সমান- কিন্তু ফুটবলের তল হলো বাঁকা (**চিত্র ৩**)। এই দুটি বিপরীত বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণের জন্য আপনি কি কৌশল গ্রহণ করতে পারেন? আপনি প্রশ্ন করতে পারেন:

➢ বাক্স ও ফুটবলের মধ্যে কার তল সোজা বা সমান এবং কার তল বাঁকানো?

'সম' শব্দটির অর্থ সমান এবং 'বক্র' শব্দটির অর্থ বাঁকা। তাই বাক্সের তলকে আমরা বলি সমতল এবং ফুটবলের তলকে বলি বক্রতল- এভাবে সমতল ও বক্রতলের ধারণা উপস্থাপন করতে পারেন।

চিত্র ৩

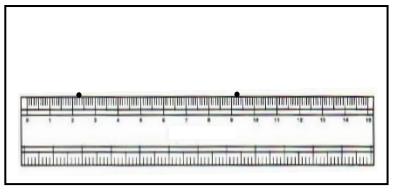
তল সর্ম্পকিত শিখন শেখানো কার্যক্রম পরিচালনায় আপনি নিচের কর্মপত্রের মতো শ্রেণির কাজ দিয়ে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করার লক্ষ্যে সচেষ্ট থাকতে পারেন। এ ক্ষেত্রে পরিবেশ থেকে বিভিন্ন ধরনের সমতল ও বক্রতলের বস্তু খুঁজে বের করার উপর জোর দেবেন।

কর্মপত্র (জোড়ায় কাজ): আপনি বোর্ডে ২ কলামের একটি ছক এঁকে প্রথম কলামটিতে 'সমতল' ও পরেরটিতে 'বক্রতল' লিখে শিক্ষার্থীদের প্রথমে ছকটি নিজের খাতায় তুলে নিতে বলে এরপর বন্ধুর সহায়তায় পরিবেশ থেকে বিভিন্ন ধরনের সমতল ও বক্রতলের বস্তু খুঁজে বের করে ছকে বস্তুগুলোর নাম লিখতে বলতে পারেন ।

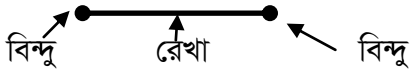
বিন্দু (Point) ও রেখা (Line)

বিন্দু এতই ক্ষুদ্র যে, একে আঁকা সম্ভব নয়। এটি জ্যামিতির একটি সংজ্ঞাহীন ধারণা। তবে বাস্তব অভিজ্ঞতা ও জ্ঞানের মাধ্যমে আমাদের এ ধারণাটি উপলব্ধি করতে হবে। সাধারণত পেন্সিলের অগ্রভাগের সুক্ষ্ম ফোঁটার সাহায্যে আমরা এর প্রতিরূপ প্রকাশ করি। তাই বিন্দু ও রেখা সংক্রান্ত শিখন শেখানো কার্যক্রম পরিচালনার সময় আপনি বোর্ডে ছোট দুটি ফোঁটা এঁকে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন যে, কিভাবে আমরা পেনসিল ও রুলারের সাহায্যে এই ফোঁটা দুটির মধ্য দিয়ে একটি সোজা রেখা আঁকতে পারি?

শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় পর্যায়ক্রমে ছোট দুটি ফোঁটা এঁকে, চিত্র-৪ এর মত তার উপর রুলার রেখে ও পরিশেষে পেনসিল দিয়ে একটি সরলরেখা আঁকতে সহায়তা করার পর ফোঁটা দুটির প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে বলতে পারেন যে, এই ফোঁটাগুলোকেই আমরা বিন্দু বলি। চিত্র-৫ বোর্ডে উপস্থাপন করে বিন্দু ও রেখার ধারণা বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে পারেন।

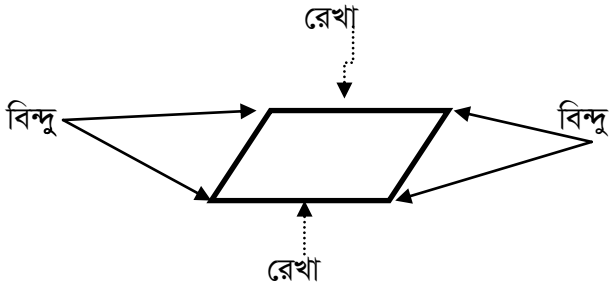


চিত্র-৪



চিত্র-৫

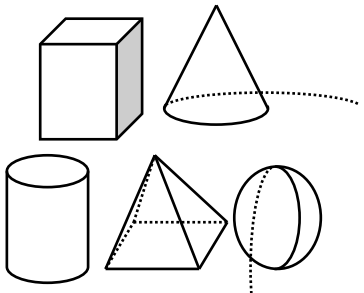
বস্তুর সাহায্যে রেখা ও বিন্দুর ধারনা সুস্পষ্ট করতে এরপর একটি কাগজের সাহায্য নিতে পারেন। কাগজটির কিনারা বা ধার বা পাশ হচ্ছে একটি রেখা এবং কাগজটির দুটি ধার বা পাশ যেখানে মিলেছে তা হচ্ছে একটি বিন্দু- আলোচনার মাধ্যমে এই ধারণা উপস্থাপন করতে পারেন **(চিত্র-৬)**।



চিত্র-৬

মূল্যায়ন ও ফলাবর্তন: শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি যাচাইয়ের জন্য শ্রেণিকক্ষে পরিবেশ থেকে সংগৃহীত চিত্র-৭ এর মতো বিভিন্ন ধরনের সমতল ও বক্রতলবিশিষ্ট বস্তু এক এক করে দেখিয়ে প্রশ্ন করতে পারেন:

- এর বাইরের আবরণ বা পিঠ বা পৃষ্ঠকে আমরা কী বলি?
- এটি সমতল না বক্রতল? এর কয়টি তল আছে?



চিত্র –৭

বস্তুর সাহায্যে শিক্ষার্থীদের রেখা ও বিন্দুর ধারনা মূল্যায়নের জন্য এরপর চিত্র-৭ এর বাক্সটি উপস্থাপন করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন: চিত্র-৭

- বাক্সটির দুটি তল কোথায় মিলেছে দেখাও। এটিকে আমরা কি বলতে পারি?
- বাক্সটিতে এরকম দুটি রেখা কোথায় মিলেছে দেখাও। এটিকে আমরা কি বলতে পারি?
- আর কোন কোন বস্তুতে তুমি এভাবে রেখা ও বিন্দু দেখাতে পারবে?

শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করতে দিন। এভাবে শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন ও প্রয়োজনীয় ফলাবর্তন প্রদান করতে পারেন। পরিশেষে পাঠ্যপুস্তকের ৩য় শ্রেণি ১০৭ নং পৃষ্ঠার কাজটি শিক্ষার্থীদের বাড়ির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

ডিপিএড শিক্ষার্থীর মূল্যায়ন: শিক্ষক হিসেবে আপনি আলোচ্য বিষয়ে কীভাবে বিকল্প শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারেন তা নিয়ে ভাবুন এবং সে অনুযায়ী আপনার বিকল্প কৌশল উপস্থাপন করুন।

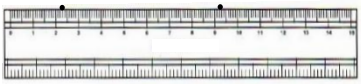
আপনি ব্ল্যাকবোর্ডে চিত্র-১ এর মত দুটি বিন্দু এঁকে শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- এই বিন্দু দুইটির মাঝখানে রুলারের সাহায্যে অনেকগুলো ছোট ছোট বিন্দু বসালে দেখতে কেমন হবে?
- এই রেখাটির বৈশিষ্ট কী?

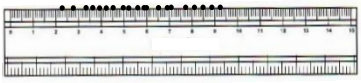
শিক্ষার্থীদের তাদের নোটখাতায় দুইটি বিন্দু এঁকে বিন্দু দুইটির পাশে রুলার বসিয়ে, চিত্র-২-এর মত বিন্দু দুইটির মাঝখানে অনেকগুলো ছোট ছোট বিন্দু বসাতে বলতে পারেন। এরপর চিত্র-৩ পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে বিন্দু পাশাপাশি বসালে যে এটি একটি রেখায় পরিণত হবে তা অনুধাবন এবং পরবর্তীতে চিত্রের সাহায্যে (উদাহরণস্বরুপ-চিত্র ৪) রেখার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য যেমন- রেখাকে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়- তাই এটা অসীম, এর দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও উচ্চতা নেই-ইত্যাদিএক একে বলতে ও ব্যাখ্যা করতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে পারেন।

এভাবে শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করে এমন প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে রেখার ধারণার প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষণ করতে পারেন।

চিত্র ১

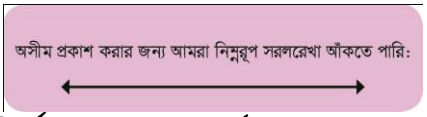


চিত্র ২



চিত্র ৩

চিত্র ৪



দৈর্ঘ্য আছে ✓
প্রস্থ ও উচ্চতা নেই ✗
দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়- তাই অসীম ✓

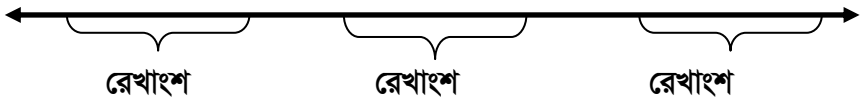
শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

রেখা (Line) ও রেখাংশ (Line Segment)

রেখা অসীম ও তার পুরত্ব নেই- এই ধারণার প্রতি প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনে প্রশ্নোত্তরে আলোচনার পর আপনি রেখার যে কোন একটি অংশ হলো রেখাংশ-এই ধারণা চিত্রের মাধ্যমে (যেমন-চিত্র ৫) উপস্থাপন করতে পারেন।

রেখা

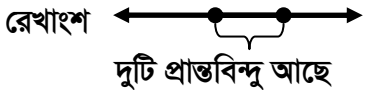


চিত্র ৫

বিন্দুর সাথে রেখা ও রেখাংশের সম্পর্ক

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দেয়া এবং সেই সাথে চিত্র ৬ উপস্থাপনেরর মাধ্যমে বিন্দুর সাথে রেখা ও রেখাংশের সম্পর্কের প্রতি শিক্ষার্থীদের বিশেষ মনোযোগ আকর্ষণ করতে পারেন:

- রেখা অসীম- তাই এর শেষ বা প্রান্ত নেই। কিন্তু রেখাংশ রেখার একটি অংশ বলে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায় না। তাহলে রেখাংশ কি অসীম না সসীম? রেখাংশর কি প্রান্ত আছে? থাকলে কয়টি প্রান্ত আছে? ছবি এঁকে দেখাও।



চিত্র ৬

এই আলোচনায় আপনি বিশেষ ভাবে চিত্র ১ এর প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে বলতে পারেন যে, আসলে আমরা প্রথমে একটি রেখাংশই এঁকেছিলাম-পরে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়িয়ে রেখা পেয়েছিলাম। এভাবে রেখা থেকে যেমন রেখাংশ পাওয়া যায়-তেমনি রেখাংশ থেকে সে যার অংশ সেই রেখাটিও পাওয়া যায়।

রেখাংশ (Line Segment) ও রশ্মি (Ray)

রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি সর্ম্পকিত শিখন শেখানো কার্যক্রমের এই পর্যায়ে আপনি শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন:

- দুটি প্রান্তবিন্দু না থেকে যদি একটি প্রান্ত থাকে তাহলে একে ছবি এঁকে দেখাও। এটি কি রেখাংশ হবে? কেন? কেন নয়?

এই পর্যায়ে চিত্র ৭ উপস্থাপনের মাধ্যমে বলতে পারেন যে, যদি রেখার একদিকে একটি প্রান্ত বিন্দু থাকে এবং অন্য দিক অসীম হয়, তবে এটি রেখা বা রেখাংশ-কোনটিই নয়, একে বলা হয় রশ্মি ।

রশ্মি

চিত্র ৭

আপনি আর কি কি বাস্তব উদাহরণ শিক্ষার্থীদের সামনে তুলে ধরতে পারেন?

পরবর্তীতে অনুশীলন ১-এর মতো শ্রেণির কাজ দিয়ে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করার লক্ষ্যে সচেষ্ট থাকতে পারেন।

অনুশীলন ১: ছবি এঁকে রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি দেখান।

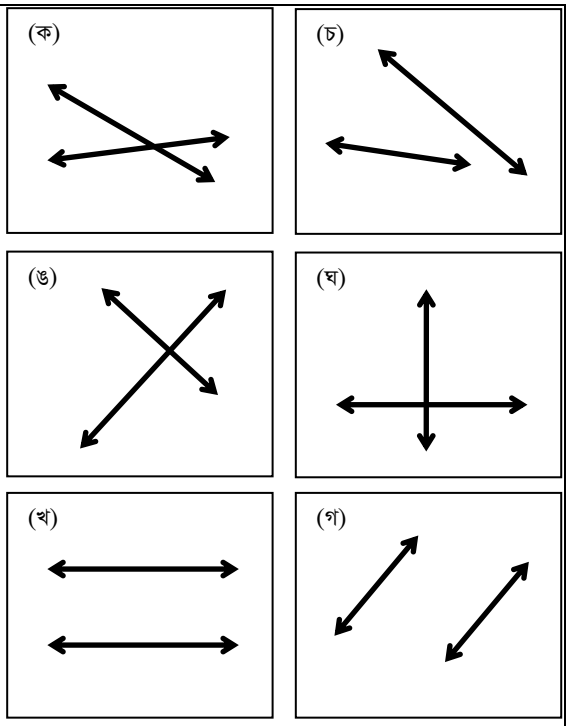
লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা

শিক্ষার্থী লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখার স্পষ্ট ধারণা গঠন অত্যাবশ্যক। এ লক্ষ্যে শিক্ষার্থীদের লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা সম্পর্কিত শিখনফল দুটি অর্জন করাতে মূল বক্তব্য উপস্থাপনে আপনি কী কী কৌশল অবলম্বন করতে পারেন? দুইটি রেখার পরস্পরকে ছেদ করা ও না করা সম্পর্কিত ধারণাটির উপস্থাপন কৌশল নিয়ে প্রথমে আলোচনা করা যাক ।

লম্বরেখা ওসমান্তরাল রেখার ধারণা গঠনে শিক্ষার্থীদের সহায়তার জন্য ডান পাশের মত ৬টি ছবি (ক)-(চ) শিক্ষার্থীদের দেখাতে পারেন যেখানে দুইটি রেখা পরস্পরকে বিভিন্ন ভাবে ছেদ করেছে আবার কখনো রেখা দুটি পরস্পরকে ছেদ করেনি। প্রথমেই শিক্ষার্থীদের জানাতে পারেন যে প্রতিটি ছবিতে ২টি করে সরলরেখা অঙ্কন করা হয়েছে। এরপর নিচের প্রশ্নগুলো জিজ্ঞেস করে তাদেরকে আলোচনায় অংশগ্রহণে উদ্বুদ্ধ করুন :

- এই ছবিগুলোর মধ্যে তোমরা কী মিল ও অমিল খুঁজে পাও?

শিক্ষার্থীদের খুঁজে পাওয়া ফলাফল স্বাধীনভাবে প্রকাশ করতে দিন।

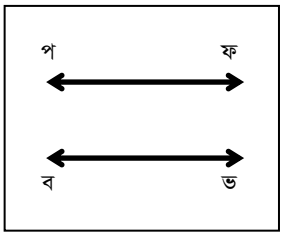


সমান্তরাল রেখা

পরবর্তী পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের আবার (খ), (গ) এবং (চ) নং চিত্র পর্যবেক্ষণ করতে দিন এবং তাদেরকে নিচের প্রশ্নটি করে চিন্তা করতে সহায়তা করুন :

- যদি আমরা (খ), (গ) এবং (চ) নং চিত্রের রেখা দুটি দুই পাশে বাড়িয়ে দেই, তাহলে কী হবে?
- তারা কি পরস্পরকে ছেদ করবে নাকি করবে না?

শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করতে দিন। এরপর (খ) ও (গ) রেখার সবসময় সমান দুরত্বে অবস্থানের বিষয়টি গুরুত্ব সহকারে আলোচনা করুন। পরবর্তীতে চিত্র-৮ বোর্ডে এঁকে শিক্ষার্থীদের সমান্তরাল রেখার ধারণার সাথে পরিচয় করিয়ে দিতে পারেন।



সমান্তরাল রেখা

চিত্র-৮

চারপাশের পরিবেশ থেকে সমান্তরাল রেখার উদাহরণ খুঁজে পেতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন এবং তাদের খুঁজে পাওয়া ফলাফল নিয়ে শ্রেণীকক্ষের সকলের সাথে মত বিনিময় করুন।

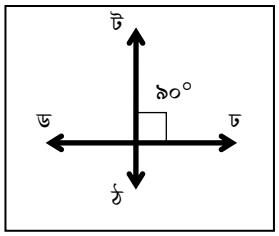
লম্বরেখা

এরপর আলোচনা করা যাক, দুইটি রেখার পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করা সম্পর্কিত ধারণাটির উপস্থাপন কৌশল নিয়ে।

চিত্র (ক), (ঘ), (ঙ) এবং (চ)-এ দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করেছে। সে দিকে শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করুন এবং এই রেখাগুলো থেকে যে কোণ তৈরি হয়েছে, সেদিকে দৃষ্টি দিতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন। এরপর শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করুন:

- এই রেখাগুলো কীভাবে পরস্পরকে ছেদ করেছে?

শিক্ষার্থীদের মতামত উন্মুক্তভাবে প্রকাশ করতে দিন। এরপর (ঘ) ও (ঙ) চিত্রে রেখা দুটির পরস্পরকে খাড়াভাবে বা ৯০° কোণে বা সমকোণে ছেদ করার বিষয়টি গুরুত্ব সহকারে আলোচনা করুন। পরবর্তীতে চিত্র-৯ বোর্ডে এঁকে শিক্ষার্থীদের লম্বরেখার ধারণার সাথে পরিচয় করিয়ে দিতে পারেন।

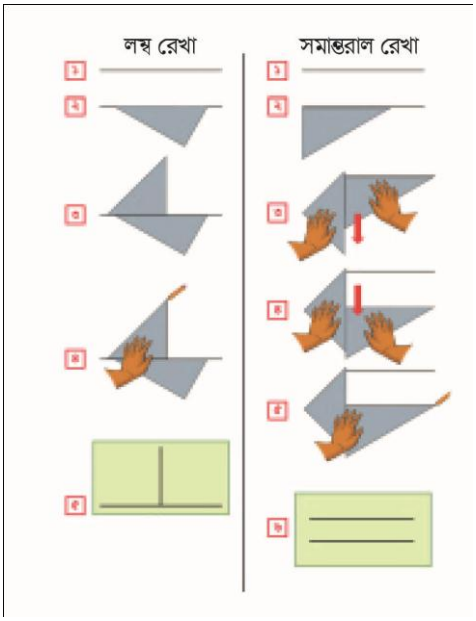


লম্ব রেখা

চিত্র-৯

চারপাশের পরিবেশ থেকে লম্বরেখার উদাহরণ খুঁজে পেতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন এবং তাদের খুঁজে পাওয়া ফলাফল নিয়ে শ্রেণীকক্ষের সকলের সাথে মত বিনিময় করুন।

অনুশীলন ২:শিক্ষার্থীদের পাঠ্যপুস্তকের ১৪৬ নং পৃষ্ঠায় বর্ণিত ত্রিকোণী সেটের সাহায্যে লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা আঁকার কাজটি বুঝিয়ে দিয়ে শ্রেণিতে অনুশীলন কাজ হিসেবে করতে দিতে পারেন।



মূল্যায়ন:

১. রেখা, রেখাংশ ও রশ্মির মধ্যে পার্থক্য কি?
২. লম্বরেখা বলতে কী বোঝায়?
৩. সমান্তরাল রেখা বলতে কী বোঝায়?

পাঠ ৩: কোণ ও কোণের পরিমাপ

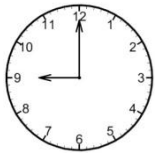
এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে কোণ, কোণের পরিমাপ ও বিভিন্ন প্রকার কোণ সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কর্ম (Starter Activity): কোণের ধারণা তৃতীয় শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য একেবারেই নতুন। তাই শ্রেণিকক্ষে কোণের ধারণা অনুধাবন ও কোণ শনাক্ত করতে আপনি প্রথমে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? আপনি চিত্র-১ এর মত পরিবেশ থেকে বিভিন্ন ধরনের বস্তু সংগ্রহ করতে পারেন। এরপর শিক্ষার্থীদের ''তিন কোণা'' (ত্রিভুজ) এবং ''চার কোণা'' (চতুর্ভুজ) শব্দগুলো মনে করতে দিয়ে আপনি চিত্র-১ এর মতো একটি ঘড়ি বা বই শ্রেণিকক্ষে দেখিয়ে তাদের নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- এই ঘড়িটির কোথাও কি যে কোন ধরনের 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই বইটির কোথাও কি কোন 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই কোণা কি আমরা আঁকতে পারবো?
- এই কোণা আঁকতে আমাদের কি লাগবে?
- কয়টি রেখা লাগবে?

এভাবে আপনি প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে 'কোণা' শব্দটি থেকে 'কোণ' এর ধারণা ও এর বিভিন্ন আকৃতি বুঝতে শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করতে পারেন। কোণের ধারণার প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষণ করে বলতে পারেন যে, দুইটি রেখার মিলিত বিন্দু থেকে যে আকৃতি তৈরি হয় তাকে কোণ বলে । এরপর শিক্ষার্থীদের শ্রেণীকক্ষে কোণ খুঁজে পেতে সহায়তা করতে পারেন। এমন প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে তৃতীয় শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের ধাপে ধাপে কোণের ধারণা অনুধাবন ও কোণ শনাক্ত করতে সহায়তা করুন।



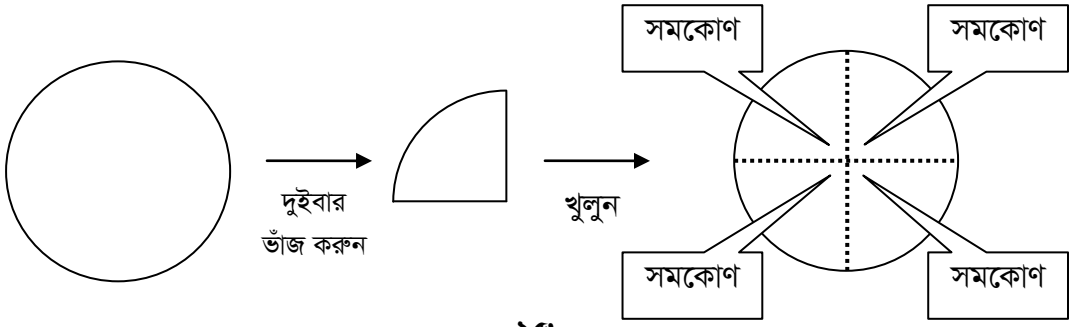
চিত্র-১

শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

কোণের প্রকারভেদ

শিক্ষার্থীর মধ্যে বিভিন্ন প্রকার কোণের স্পষ্ট ধারণা গঠন অত্যন্ত জরুরি। এ লক্ষ্যে আপনি একটি কাগজকে মাঝ বরাবর ও পরে আবার আড়াআড়ি ভাঁজ করে শিক্ষার্থীদের সমকোণের ধারণা দিতে পারেন। এখানে আপনি যেকোন আকৃতির কাগজ ব্যবহার করতে পারেন- যদিও নিচের উদাহরণে একটি বৃত্তাকার কাগজ ব্যবহার করা হয়েছে।



আবার চিত্র-১ এর মত ঘড়ির কাটা দুটি পরস্পর খাড়া ভাবে রেখে 'সোজা' শব্দটি থেকে সমকোণের ধারণা গঠনে তাদের সহায়তা করতে পারেন। টেবিল, ব্ল্যাকবোর্ড, খাতা, বই ইত্যাদি থেকে সমকোণ খুঁজে পেতে শিক্ষার্থীদের উদ্বুদ্ধ করতে পারেন। এক্ষেত্রে সমকোণ বোঝাতে আমরা কোন চিহ্ন ব্যবহার করি তা উল্লেখ করাও বিশেষ প্রয়োজন।

সমকোণের ধারণা গঠনের পর সমকোণের চেয়ে ছোট বা বড়-এই তুলনামূলক আলোচনার মাধ্যমে সূক্ষকোণ ও স্থূলকোণের ধারণা উপস্থাপন করুন। শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করার লক্ষ্যে প্রত্যেককে তাদের দুটি পেনসিল দিয়ে একবার সূক্ষকোণ ও আরেকবার স্থূলকোণের আকৃতি তৈরি করে দেখাতে বলতে পারেন। একই সাথে চারপাশের পরিবেশ থেকে সূক্ষকোণ ও স্থূলকোণের উদাহরণ খুঁজে পেতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করার মাধ্যমে তাদের ধারণাকে সুস্পষ্ট করতে সহায়তা করুন।

পরবর্তীতে অনুশীলন ১-এর মতো শ্রেণির কাজ দিতে পারেন।

অনুশীলন ১: ছবি এঁকে সমকোণ দেখাও।

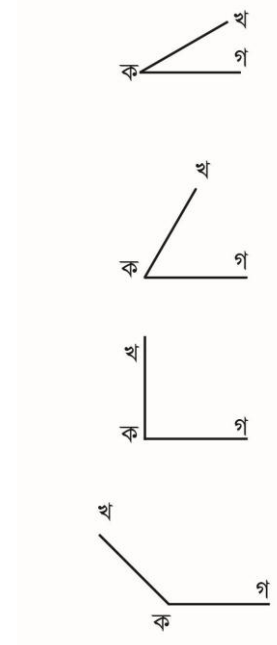
মূল্যায়ন:

১. কোনটি সমকোণের চেয়ে ছোট- সূক্ষকোণ না স্থূলকোণ?
২. কোনটি সমকোণের চেয়ে বড়- সূক্ষকোণ না স্থূলকোণ?
৩. তাহলে কে বড়- সূক্ষকোণ না স্থূলকোণ?

আপনি চিত্র-১ এর মত কয়েকটি কোণের চিত্র শ্রেণিতে উপস্থাপন করে প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে কোণের 'মাপ' শব্দটি ব্যবহার করে প্রস্তুতিমূলক অনুশীলন শুরু করতে পারেন। যেমন, আপনি শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- এই কোণগুলোর মধ্যে কোনটি সমকোণ, সূক্ষকোণ ও স্থূলকোণ? কেমন করে বুঝলে?
- এই ৪টি কোণের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়? বড় থেকে ছোট ক্রমান্বয়ে সাজাও। কিভাবে মাপলে কে কার চেয়ে বড় বা ছোট?

কোণকে যদি দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তনের মত পরিমাপ করা যায় অর্থাৎ যদি এই ৪টি কোণকে সংখ্যায় প্রকাশ করা যেত তাহলে কাজটি সহজ হতো- এটি অনুধাবনে প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করতে সহায়তা করুন।



চিত্র-১

শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

কোণ পরিমাপের একক ডিগ্রি

দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তন পরিমাপের যেমন একক আছে তেমনি কোণের আকৃতি পরিমাপের একক হলো ডিগ্রি এবং একে '°'দ্বারা প্রকাশ করা হয়-এভাবে বলে এবং চিত্র ২ এর মতো বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের প্রতি কোণ পরিমাপের একক হিসেবে ডিগ্রির ধারণা তুলে ধরতে পারেন।

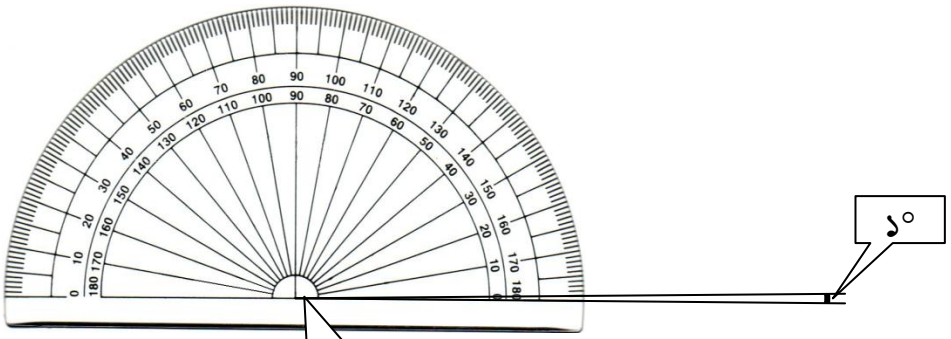
১° (১ ডিগ্রি)

চিত্র ২

একটি চাঁদা দেখিয়ে তাদের উদ্দেশ্যে বলতে পারেন যে, কোণ পরিমাপের জন্য আমরা এটি ব্যবহার করি যাকে বলা হয় চাঁদা। এই পর্যায়ে শিক্ষার্থীদেরকে তাদের চাঁদা দেখতে দিয়ে প্রশ্ন করতে পারেন:

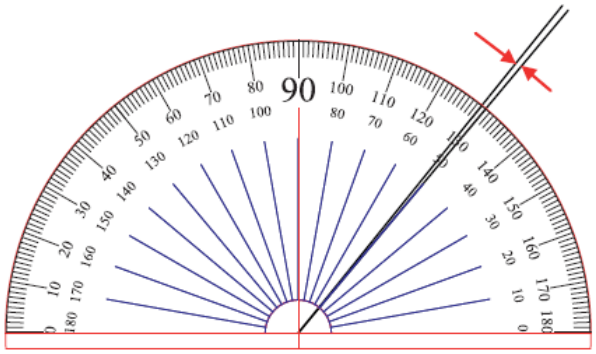
- এর উপরে কী লেখা আছে?
- পরিমাপের দাগগুলো এখানে কীভাবে আঁকা আছে?
- এতে কি সংখ্যা দেওয়া আছে?

শিক্ষার্থীদের খুঁজে পাওয়া ফলাফল উন্মুক্তভাবে প্রকাশ করতে দিন। এরপর একটি চাঁদাকে আমরা কীভাবে দেখি তা ব্যাখ্যা করতে করুন। বিশেষত তার কেন্দ্রবিন্দুর প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করুন (চিত্র ৩)।



চিত্র ৩

চাঁদার উপর ছোট দাগটিকে চিত্র ৩ বা চিত্র ৪ এর মতো ১ ডিগ্রি ইঙ্গিত করে চাঁদার মধ্যে ১° এর পরিমাপ বুঝতে শিক্ষার্থীদেরকে সহায়তা করুন।

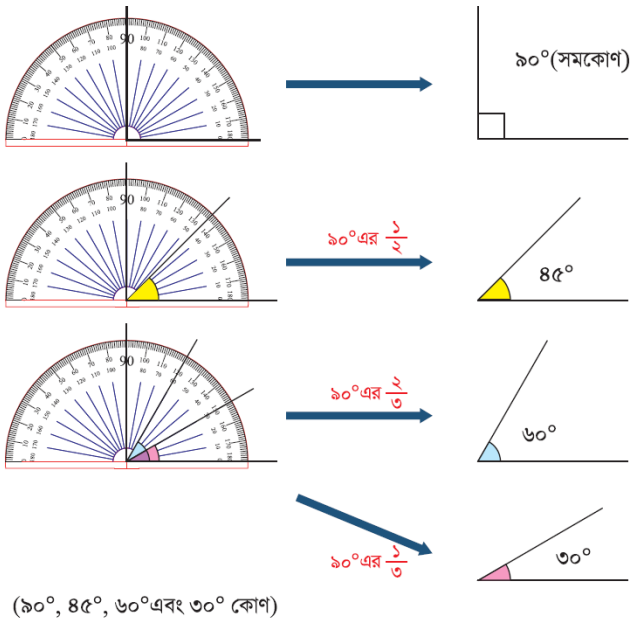


চিত্র ৪

ডিগ্রিতে সমকোণের পরিমাপ

শিক্ষার্থীরা তৃতীয় শ্রেণিতে সমকোণের ধারণা লাভ করেছে। চতুর্থ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের ডিগ্রিতে সমকোণের ধারণা লাভে সহায়তার জন্য আপনি কি করতে পারেন? আপনি চিত্র ৪ এর সহায়তায় সমকোণের ডিগ্রিতে পরিমাপ ৯০°- এটি বোর্ডে চিত্র ৫ এর মতো তুলে ধরতে পারেন।

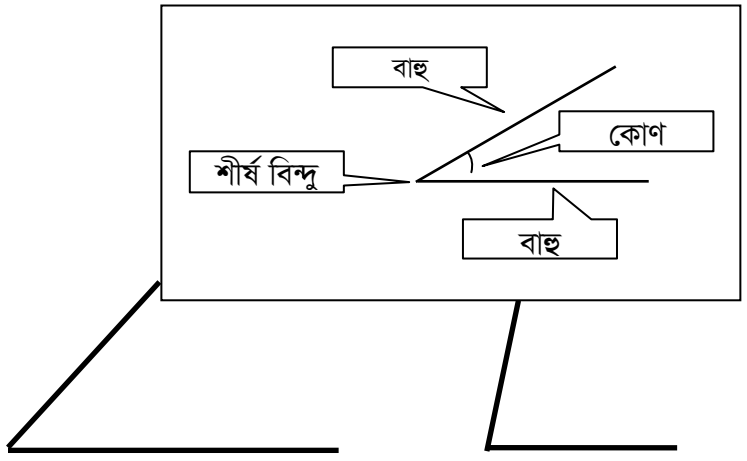
এরপর পাঠ্যপুস্তকের ১৪৮ নং পৃষ্ঠার আলোকে চাঁদার সাহায্যে চিত্র ৬ এর মতো পর্যায়ক্রমে ৯০° এর $\frac{১}{২}$, ৯০° এর $\frac{২}{৩}$ ও ৯০° এর $\frac{১}{৩}$ হিসেবে ৪৫°, ৬০° ও ৩০° এর ধারণা উপস্থাপন করতে পারেন।



(৯০°, ৪৫°, ৬০°এবং ৩০° কোণ)

চিত্র ৬

এই পর্যায়ে চিত্র ৭ এর মতো কোণ, কোণের শীর্ষবিন্দু ও বাহুর ধারণা উপস্থাপন করে কোণের আকৃতি যে বাহুদুটি কতখানি খোলা তার উপর নির্ভরশীল- বাহুদুটির দৈর্ঘ্যের উপর নয়-আলোচনার মাধ্যমে তা বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন।



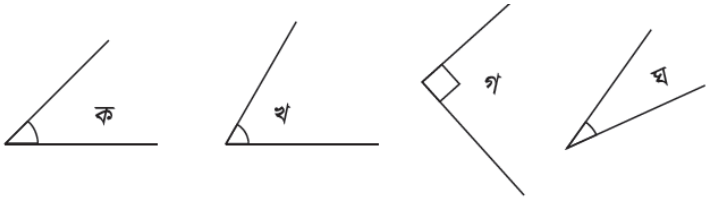
চিত্র ৭

বাহু বড়-কিন্তু কোণ ছোট

বাহু ছোট-কিন্তু কোণ বড়

কোন বাহুদুটি সবচেয়ে বেশি খোলা এবং কোন বাহুদুটি সবচেয়ে কম খোলা - এ অনুমানের উপর নির্ভর করে অনুশীলনী ১ এর ৩০°, ৪৫°, ৬০° ও ৯০° কোণ খুঁজে বের করার কাজটি শ্রেণিতে করতে দিতে পারেন।

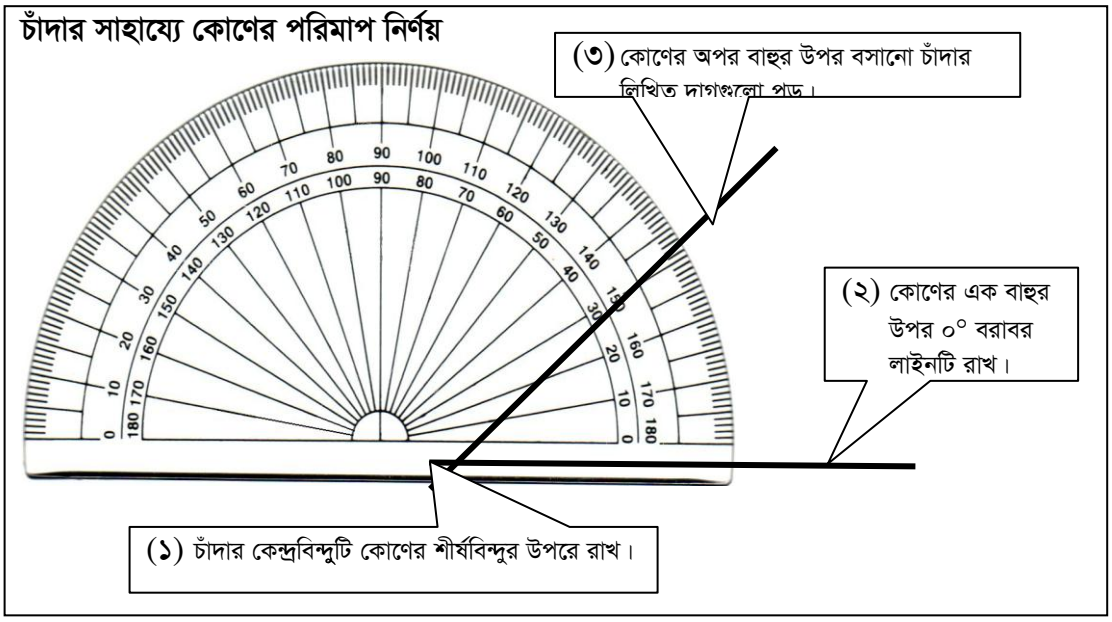
অনুশীলনী ১:৩০°, ৪৫°, ৬০° ও ৯০° কোণ খুঁজে বের করে খাতায় ক, খ, গ ও ঘ এর পাশে কোনটি কত লিখ :



কোণগুলো খুঁজে বের করার পর শিক্ষার্থীদের তাদের খাতা সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করতে দিন এবং তাদের বন্ধুরা সঠিকভাবে কোণ খুঁজে বের করতে পেরেছে কি না তা যাচাই করতে সহায়তা করুন। যে সকল শিক্ষার্থী কোণ খুঁজে বের করতে পারে নি তাদেরকে চিত্র ৬ এর আলোকে আবার বুঝিয়ে দিন।

চাঁদার সাহায্যে ডিগ্রিতে কোণ পরিমাপ

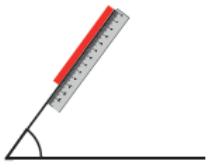
এবার চাঁদার সাহায্যে কোণের পরিমাপ নির্ণয়ে শিক্ষার্থীদের সহায়তার জন্য আপনি কী কৌশল গ্রহণ করতে পারেন? কীভাবে চাঁদার সাহায্যে কোণ পরিমাপ করা যায় তার নির্দেশনাগুলো আপনি চিত্র ৮ এর মতো ৩টি ধাপে ব্ল্যাকবোর্ডে বা পোষ্টার পেপারে লিখে ব্যাখ্যা করতে পারেন। শিক্ষার্থীদের প্রতি আপনার নির্দেশনা সুস্পষ্ট হওয়া প্রয়োজন। কোন কোণের বাহু পরিমাপ করার জন্য ছোট হলে তা বাড়িয়ে নিতে হবে (চিত্র-৯) যাতে করে দাগগুলো পড়া যায় - এটি বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন।



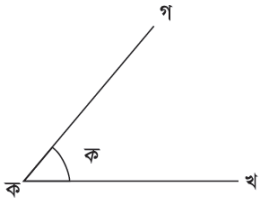
চিত্র ৮

শিক্ষার্থীদের পাঠ্যপুস্তকের ১৪৯ নং পৃষ্ঠায় উপস্থাপিত চাঁদার সাহায্যে ক কোণটি (চিত্র ১০) ডিগ্রিতে পরিমাপের নির্দেশনাগুলো ভালো করে পড়ে এটি পরিমাপ করতে দিতে পারেন। এক্ষেত্রে ক কোণটি পড়া ও লেখার নিয়মের প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষন করুন। ক কোণ পরিমাপে চাঁদা ব্যবহার করতে গিয়ে কোন পরিমাপটি ব্যবহার

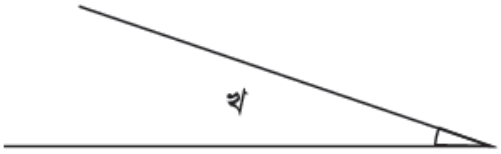
করবো ৫০° না ১৩০°-এটি গুরুত্বসহ আলোচনা করা প্রয়োজন। যে সকল শিক্ষার্থী কোণ অঙ্কন করতে জটিলতার সম্মুখীন হবে বা ভুল করবে তাদেরকে বিশেষভাবে সহায়তা করুন।



চিত্র ৯



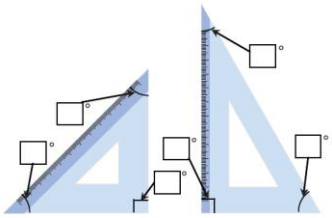
চিত্র ১০



চিত্র ১১

চাঁদার ডিগ্রি বাম দিক থেকে ডান দিকেও যে পড়া যায় তা আলোচনার জন্য চিত্র ১১ এর মতো খ কোণের সহায়তা নিতে পারেন। এরপর ত্রিকোণী সেটের কোণগুলো পরিমাপের কাজটি শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

অনুশীলনী ২: নিচের ত্রিকোণী সেটের কোণগুলো পরিমাপ কর:



কোণগুলো পরিমাপ করার পর শিক্ষার্থীদের তাদের খাতা সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করতে দিন এবং তাদের বন্ধুরা সঠিকভাবে কোণ পরিমাপ করতে পেরেছে কি না তা যাচাই করতে সহায়তা করুন। যে সকল শিক্ষার্থী কোণ পরিমাপ করতে পারে নি তাদেরকে চিত্র ৮ এর আলোকে আবার বুঝিয়ে দিন।

চাঁদা ব্যবহার করে নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ আঁকা

শিক্ষার্থীদেরকে জিজ্ঞেস করতে পারেন:

- কোণ পরিমাপ করা ছাড়াও কোণ আঁকারক্ষেত্রে আমরা কিভাবে চাঁদা ব্যবহার করতে পারি?

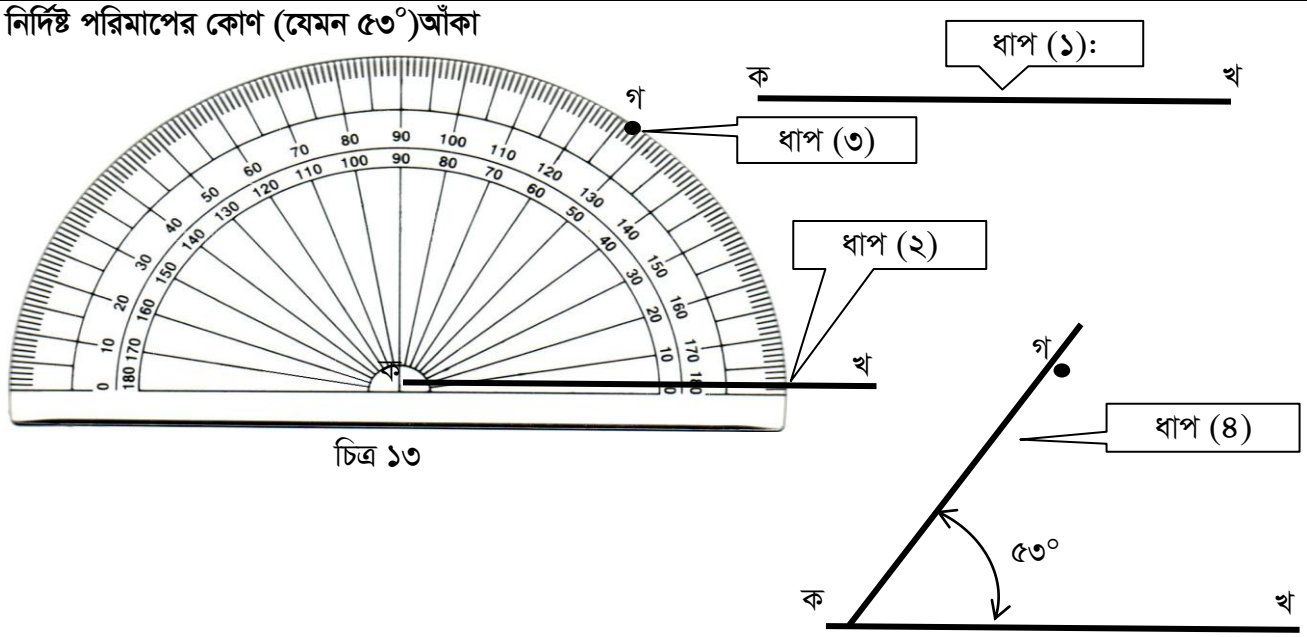
এক্ষেত্রে চিত্র ৬ এর কথা শিক্ষার্থীদের স্মরণ করিয়ে দিয়ে প্রথমে ৯০° মাপের একটি কোণ আঁকার বিষয়ে তাদের মতামত জিজ্ঞেস করতে পারেন। এ আলোচনার ভিত্তিতে চাঁদা ও রুলারের সাহায্যে নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ (যেমন ৫৩°) কীভাবে আঁকতে হয় তার নির্দেশনাগুলো ব্যাখ্যা ও পোষ্টার পেপারে উপস্থাপন করতে পারেন (চিত্র ১২)। শিক্ষার্থীদের কোণ অঙ্কন করতে আপনার নিদের্শনা সুস্পষ্ট হওয়া প্রয়োজন। এরপর চিত্র ১৩ এর মতো ৫৩°পরিমাপের একটি কোণ ৪টি ধাপে ব্ল্যাকবোর্ডে আঁকতে পারেন।

নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ (যেমন ৫৩°) কীভাবে আঁকতে হয়

(১) কোণের একটি বাহু কখ আঁক।
(২) বাহুর ক প্রান্তে চাঁদার কেন্দ্রবিন্দুটি এবং কখ বাহু ০° বরাবর রেখার উপর বসাও।
(৩) ৫৩° দাগ বরাবর একটি বিন্দু বসাও যার নাম দিতে পার গ।
(৪) ক এবং গ বরাবর একটি রেখা অঙ্কন কর।<গকখ হলো ৫৩°। এঁকে চিহ্নিত কর।

চিত্র ১২

নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ (যেমন ৫৩°)আঁকা



চিত্র ১৩

এরপর অনুশীলনী ৩ শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

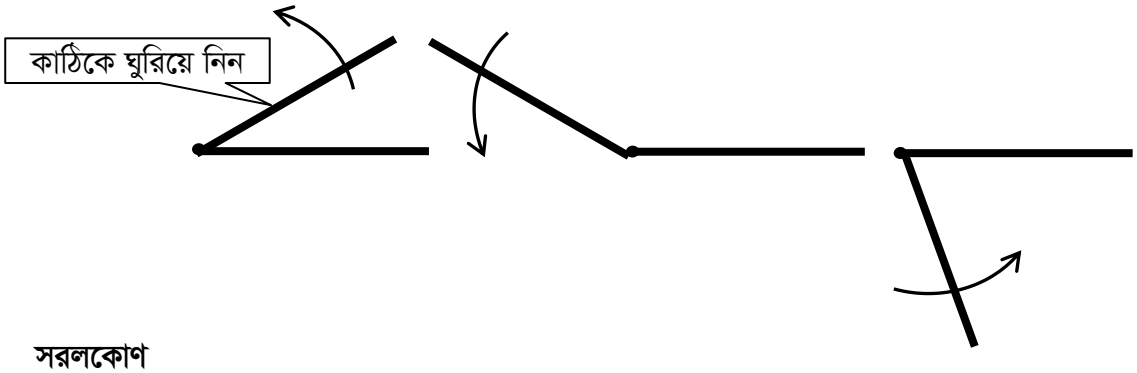
অনুশীলনী ৩: চাঁদা ও রুলারের সাহায্যে তোমার খাতায় ৭৫°, ১৩৫° ও ১৮০° পরিমাপের ৩টি পৃথক কোণ আঁক ও তাদের চিহ্নিত কর।

কোণগুলো অঙ্কনের পর শিক্ষার্থীদের তাদের খাতা সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করতে দিন এবং তাদের বন্ধুরা সঠিকভাবে কোণ অঙ্কন করেছে কিনা তা চাঁদা ব্যবহার করে যাচাই করতে সহায়তা করুন। যে সকল শিক্ষার্থী কোণ আঁকতে পারে নি তাদেরকে উপরোক্ত নির্দেশনা পুনরায় দিন।

বিভিন্ন প্রকার কোণ সনাক্তকরণ

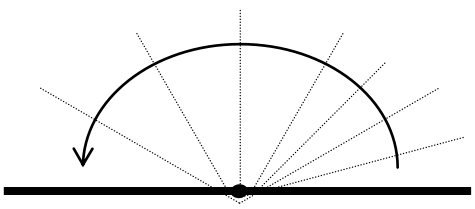
সংযুক্ত কাঠিগুলো শিক্ষার্থীদের দেখিয়ে তাদের বলতে পারেন যে, কাঠিগুলো সহজে ঘুরানো যায়। এরপর শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করতে পারেন:

- যখন কাঠিগুলোকে ঘুরানো হচ্ছে তখন কোণের কী পরিবর্তন ঘটছে?



সরলকোণ

সংযুক্ত কাঠিগুলো আবার ব্যবহার করতে পারেন। ডানপাশে দেখানোর মত করে কাঠি দুটি যতক্ষণ পর্যন্ত না সরল রেখায় পরিণত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত কোণটিকে বড় করতে থাকুন। শিক্ষার্থীদের বলতে পারেন যে, এটিও একটি কোণ, যাকে

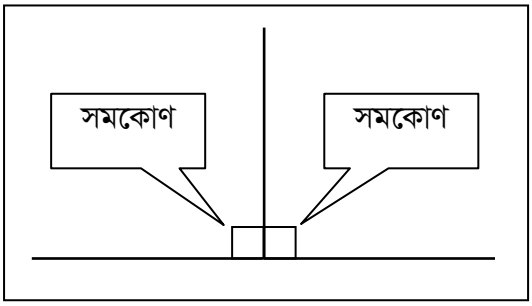


সরলকোণ বলা হয়।

শিক্ষার্থীদের শ্রেণীকক্ষে সরলকোণ খুঁজে পেতে সহায়তা করুন। যেমন,

- ✓ আমরা যখন বই খুলবো তখন ইহা সরল কোণ হতে পারে।
- ✓ আমরা আমাদের হাতকে ডানে এবং বামে প্রসারিত করে সরলকোণ তৈরি করতে পারি।

এরপর পাঠ্যপুস্তকের ১৫০ নং পৃষ্ঠার ঙ নং সরলকোণটি চাঁদার সাহায্যে পরিমাপ করে সরলকোণের পরিমাপ যে ১৮০° তা বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন। চিত্র ১৪ এর মত ব্ল্যাকবোর্ডে একটি সরলরেখা অঙ্কন করে রেখাটিকে বিভক্ত করে সমান দুইটি কোণ তৈরি করতে পারেন। এই চিত্রে শিক্ষার্থীদের ২টি "সমকোণ" ও ১টি 'সরলকোণ' চিহ্নিত করতে বলে দুইটি সমকোণ মিলে যে একটি সরল কোণ তৈরি করে-এই ধারণা উপস্থাপন করতে পারেন।

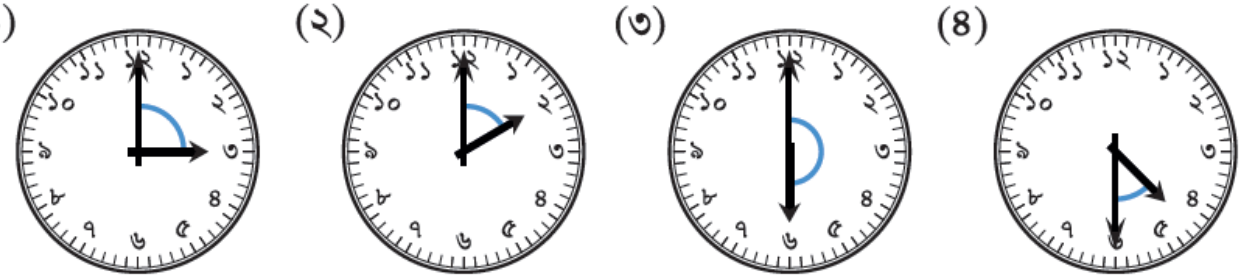


চিত্র ১৪

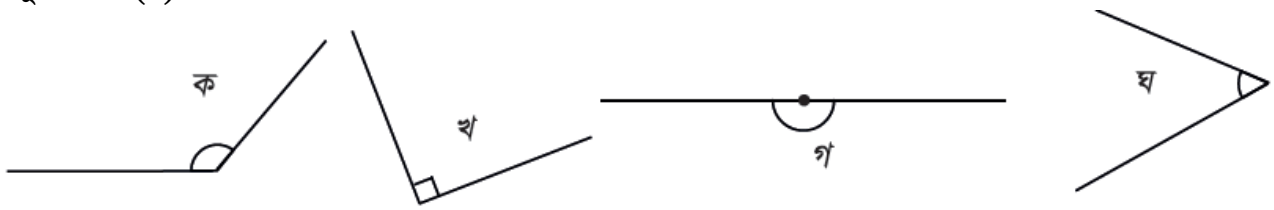
এরপর অনুশীলনী ৪ শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

অনুশীলনী ৪(ক): ঘড়ির ঘন্টা এবং মিনিটের কাঁটা দিয়ে তৈরি নিচের কোণগুলোর নামকরণ কর:

(১) (২) (৩) (৪)



অনুশীলনী ৪(খ): নিচের কোণগুলোর নামকরণ কর:

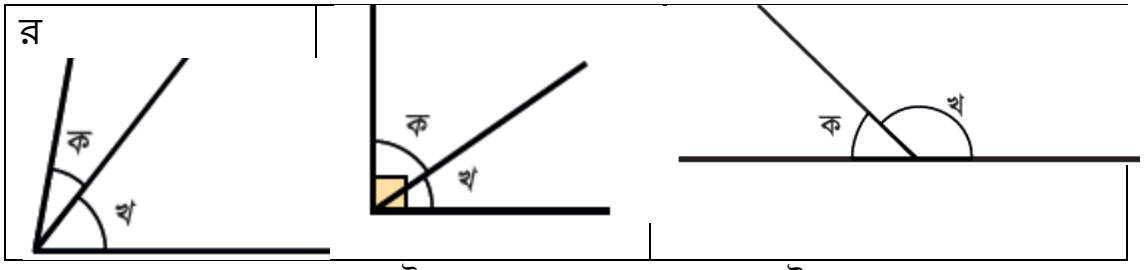


কোণগুলোর নামকরণ করার পর শিক্ষার্থীদের তাদের খাতা সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করতে দিন এবং তাদের বন্ধুরা সঠিকভাবে কোণের নামকরণ করেছে কিনা তা যাচাই করতে সহায়তা করুন। যে সকল শিক্ষার্থী কোণের নামকরণ পারে নি তাদেরকে সহায়তা করুন।

সন্নিহিত কোণ, পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণ

সন্নিহিত কোণ, পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণের ধারণার মধ্যে অন্তমিল রয়েছে। এই মিলটি অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করা অত্যন্ত জরুরি। এই লক্ষ্যে নিচের মত ৩টি চিত্র পাশাপাশি দেখিয়ে তাদের প্রথমে বলতে পারেন যে, প্রতিটি চিত্রে ২টি করে কোণ আছে- ∠ক ও ∠খ। । এরপর তাদের প্রশ্ন করতে পারেন:

- প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর শীর্ষবিন্দু এবং বাহুর মধ্যে কী কী মিল দেখতে পারছো?



চিত্র ১৫

শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করতে দিন। যে বিষয়গুলোতে তাদের মনোযোগ আকর্ষন করা প্রয়োজন তা হলো:

- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারন (common) শীর্ষবিন্দু আছে
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারন বাহু আছে
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করছে

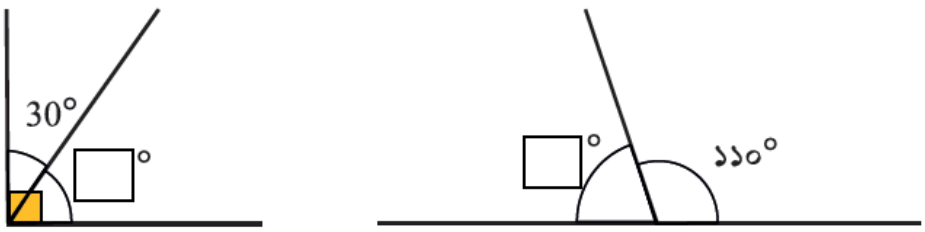
এই আলোচনার পর তাদের বলুন যে, যদি দুটি কোণের একটি সাধারণ বাহু ও একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু থাকে এবং সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে কোণ দুইটি অবস্থান করে তবে তাদেরকে সন্নিহিত কোণ বলে। কাজেই ৩টি চিত্রের প্রতিটি চিত্রেই ∠ক ও ∠খ পরস্পর সন্নিহিত কোণ।

এরপর চিত্র ১৫ এর ই ও ঈ বিন্দু দুটির প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- চিত্র ১৫এর ই বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ এর যোগফল কত হতে পারে বলে মনে হচ্ছে? কেন?
- চিত্র ১৫এর ঈ বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ এর যোগফল কত হতে পারে বলে মনে হচ্ছে? কেন?

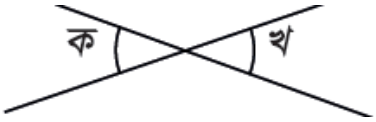
এভাবে আলোচনার মাধ্যমে উপস্থাপন করতে পারেন যে, যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ৯০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের পূরক কোণ বলে। অন্যদিকে, যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ১৮০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে। কাজেই চিত্র ১৫এর ই বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের পূরক কোণ। আবার, চিত্র ১৫এর ঈ বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের সম্পূরক কোণ।

শিক্ষার্থীদের মনে এই প্রশ্ন আসা স্বাভাবিক যে, পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণের ধারণা তাদের জানা প্রয়োজন কেন। তাই এ পর্যায়ে নিচের সমস্যাগুলো উপস্থাপন করে তা সমাধানের কৌশল আলোচনা করতে পারেন।



বিপ্রতীপ কোণ

এরপর নিচের চিত্রের সহায়তায় আলোচনার মাধ্যমে উপস্থাপন করতে পারেন যে,



দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করার ফলে একে অপরের বিপরীতে যে কোণসমূহ উৎপন্ন হয় তারাই বিপ্রতীপ কোণ।

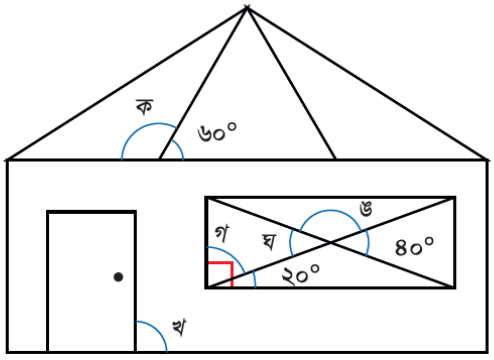
শিক্ষার্থীদের জানান যে, এই চিত্রে-

> **∠ক এবং ∠খ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ।**
> মজার বিষয় হলো, বিপ্রতীপ কোণসমূহ পরস্পর সমান।
>
> **∠ক = ∠খ**

মূল্যায়নঃ

শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি যাচাইয়ের জন্য পাঠ্যপুস্তকের ১৫৩ নং পৃষ্ঠার সমস্যাটি সমাধান করুন

পরিমাপ না করে ∠ক , ∠খ , ∠গ, ∠ঘ এবং ∠ঙ নির্ণয় কর:



পাঠ ৪: ত্রিভুজ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

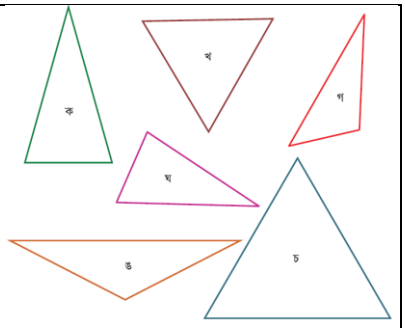
- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতি সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ শিখন শেখানো কার্যাবলি

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : ত্রিভুজের ধারণা চতুর্থ শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য নতুন নয়। তবে এখানে যেটি গুরুত্বপূর্ণ তা হলো বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ অনুধাবন করা। তাই শ্রেণিকক্ষে এ ধারণা অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে আপনি প্রথমে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? আপনি তিনটি কাঠি বিভিন্নভাবে বেঁধে অথবা জিওবোর্ড, শোলা বা শক্ত কাগজে বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের আকৃতি প্রদর্শনের মাধ্যমে ত্রিভুজের প্রকারভেদের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষন করতে পারেন। যেমন: চিত্র-১ এর মতো ত্রিভুজাকৃতির মডেল দেখিয়ে ত্রিভুজগুলোর বাহু সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে প্রশ্ন করতে পারেন ঃ

- ৬টি ত্রিভুজের মধ্যে কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন ত্রিভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর কোনটিই একে অন্যের সমান নয় বলে মনে হচ্ছে ?

প্রয়োজনে রুলার বা মিটার স্কেলের সাহায্যে প্রদর্শিত ত্রিভুজগুলোর বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে বলতে পারেন। এরপর প্রদর্শিত ৬টি ত্রিভুজকে 'তিনটি সমান বাহু', 'দুইটি সমান বাহু', 'তিনটিই অসমান বাহু'- এই ৩টি দলে ভাগ করে পাশের জনের সাথে জোড়ায় জোড়ায় মত বিনিময় করতে দিতে পারেন। এভাবে প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে ত্রিভুজের বাহু সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করতে সহায়তা করুন।



চিত্র-১

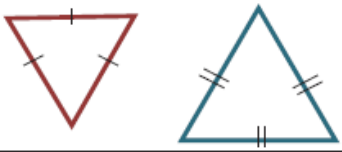
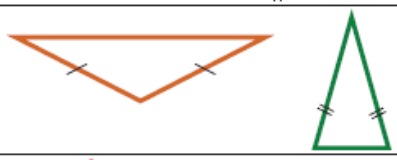
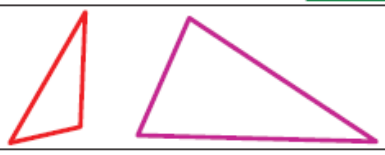
শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

ত্রিভুজের বাহু তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটিই বাহুই পরস্পর অসমান। তাই ত্রিভুজের কয়টি বাহু সমান তার উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজকে যে তিনটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে তা নিচের ছক অনুযায়ী তা বোর্ডে উপস্থাপন করতে পারেন :

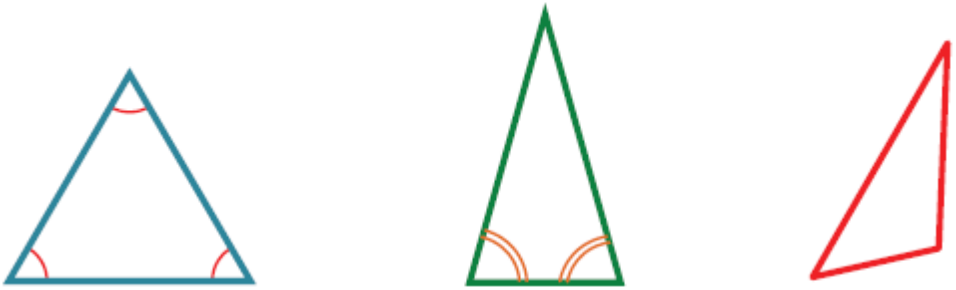
ছক-১ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

তিনটি সমান বাহু		সমবাহু ত্রিভুজ
দুইটি সমান বাহু		সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
তিনটিই অসমান বাহু		বিষমবাহু ত্রিভুজ

এভাবে সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজের বাহু সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যসর্ম্পকিত ধারণা গঠনে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে পারেন। শুধু বাহু নয়- কোণও ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। তাই এরপর এই তিন প্রকারের ত্রিভুজের কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে প্রশ্ন করতে পারেন ঃ

- শুধু কি বাহুই ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে ? অন্য আর কি ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করতে পারে?
- সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজের কোণ সর্ম্পকে তোমার কী ধারণা ?

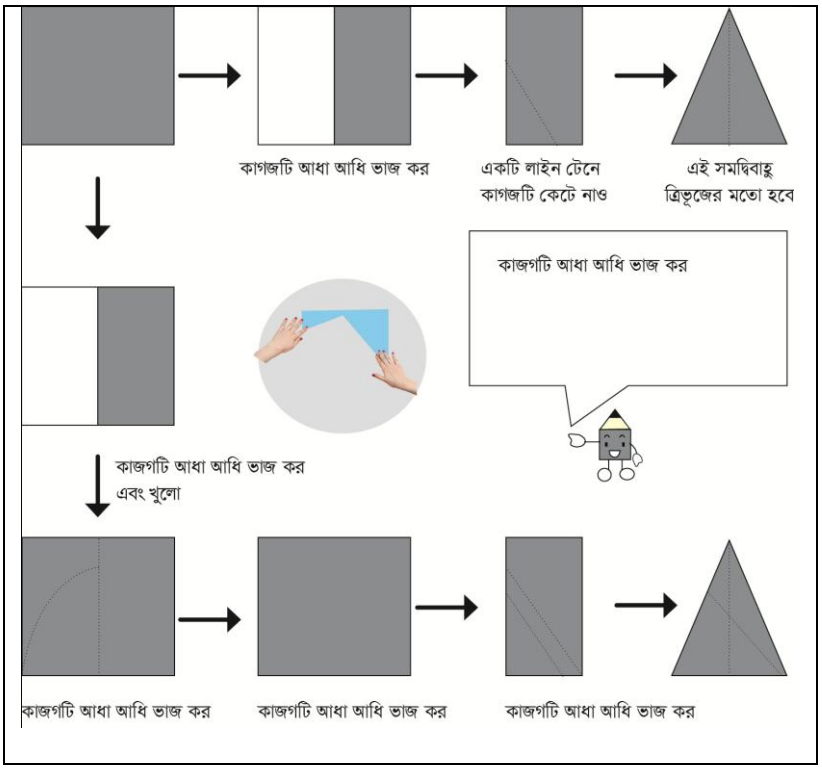
এরপর চাঁদা ব্যবহার করে ছক-১ এর ত্রিভুজগুলোর কোণ পরিমাপ করতে বলতে পারেন। সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে ৬০°, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে দুটি সমান কোণ রয়েছে এবং বিষমবাহু ত্রিভুজের কোন কোণই সমান নয়- এই ধারণাগুলো চিত্র-২ এর মতো উপস্থাপন করতে পারেন।



চিত্র-২

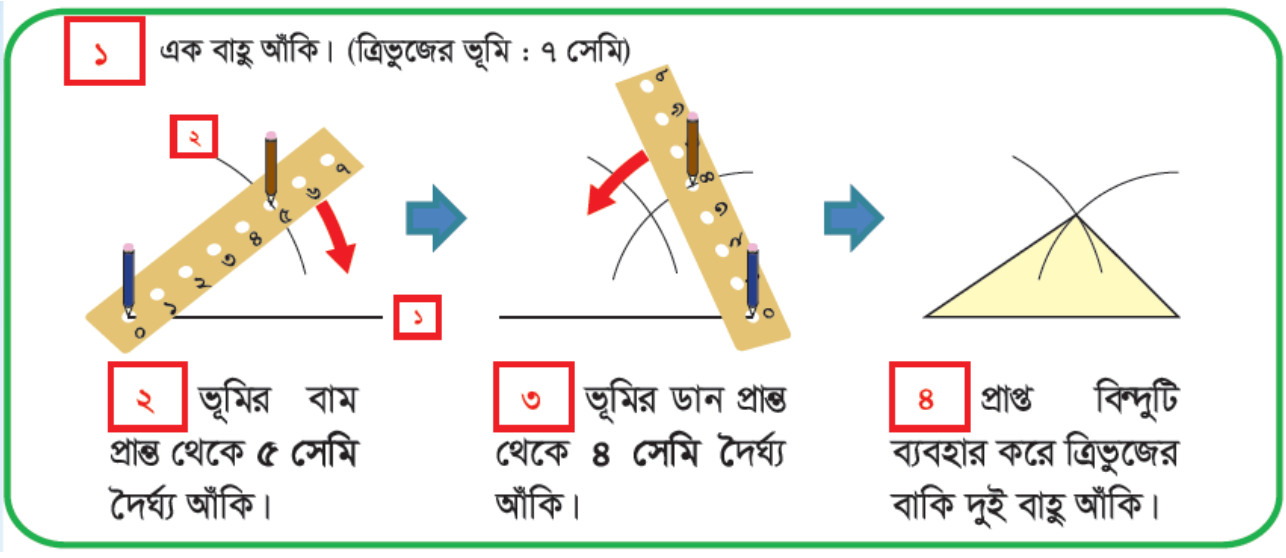
এভাবে শিক্ষার্থীদের বাহুভেদে তিন প্রকারের ত্রিভুজ ও এদের বৈশিষ্ট্য বুঝতে সহায়তা করুন ।

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ সর্ম্পকিত শিখন শেখানো কার্যক্রমটি আনন্দদায়ক ও ফলপ্রসূ করার জন্য আপনি কাগজের সাহায্যে সমদ্বিবাহু ও সমবাহু ত্রিভুজ তৈরির পদ্ধতিটি নিচের চিত্রের মতো উপস্থাপন করতে পারেন। এরপর এটি বাড়ির কাজ হিসেবে শিক্ষার্থীদের দিতে পারেন।



সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ সর্ম্পকিত শিখন শেখানো কার্যক্রম পরিচালনার পরবর্তী পর্যায়ে আসে সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কনের বিষয়টি। এই লক্ষ্যে আপনি প্রথমে নিচের চিত্র-৩ এর মতো চারটি ধাপে বিষমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কনের পদ্ধতিটি শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণের মাধ্যমে বোর্ডে উপস্থাপন করতে পারেন। এসময় শিক্ষার্থীদেরকে মনোযোগ সহকারে লক্ষ্য করতে বলুন। ধরা যাক, বিষমবাহু ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য ৭ সে. মি., ৫ সে. মি. ও ৪ সে. মি.। শিক্ষার্থীদেরকে নিজ নিজ খাতায় পেনসিল ও রুলার ব্যবহার করে অনুরূপ চিত্র আঁকতে সহায়তা করুন।



চিত্র-৩

এরপর একই পদ্ধতি ব্যবহার করে শিক্ষার্থীদের অনুশীলনমূলক শ্রেণির কাজ অনুশীলনী-১ দিয়ে সমবাহু ও সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কনে উৎসাহিত করতে পারেন। শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় অঙ্কিত ত্রিভুজের নিচে ত্রিভুজের নাম লিখতে বলুন।

অনুশীলন-১: (ক) ১.৬ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আকঁ।

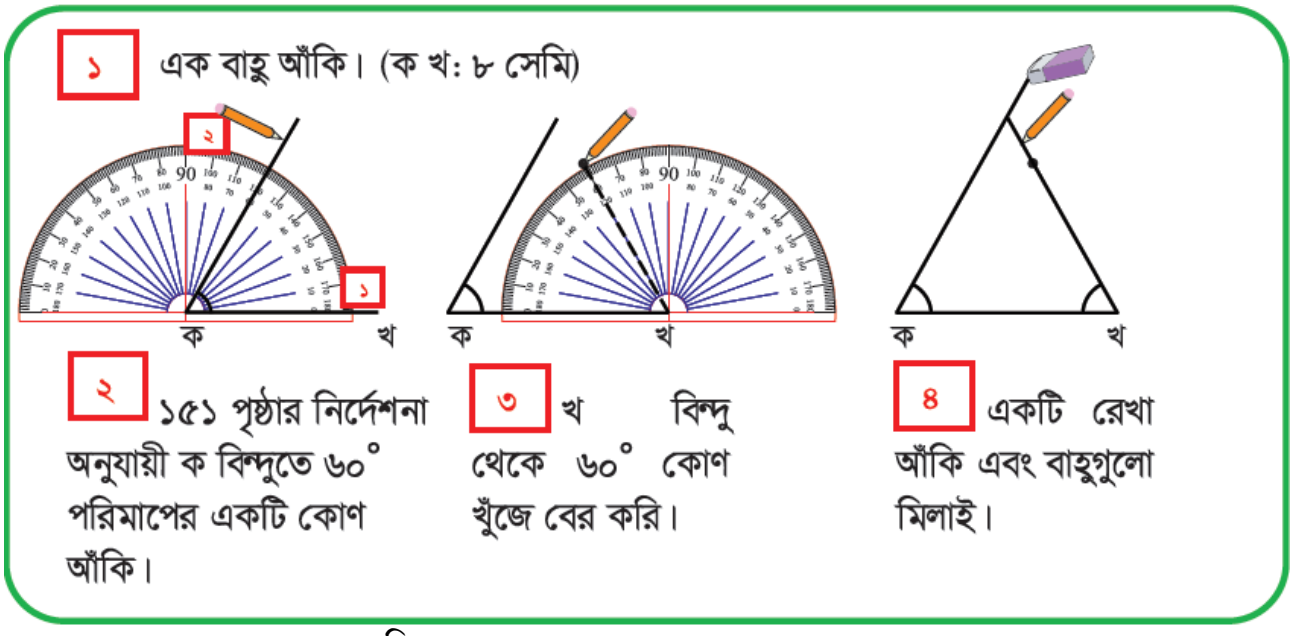
(খ) ২.৫ সে. মি. ও ২টি ৭ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আকঁ।

আঁকা শেষে শিক্ষার্থীদের পাশের জনের সাথে খাতা বদল করে বন্ধুর চিত্র ৩টি স্কেলের সাহায্যে মেপে সঠিক হল কিনা দেখতে বলতে পারেন। তাদের কাজ মনোযোগ সহকারে পর্যবেক্ষণ ও প্রয়োজনমতো সহায়তা করুন। এক্ষেত্রে যদি অধিকাংশ শিক্ষার্থী ভুল করে তাহলে পারগ শিক্ষার্থীকে বোর্ডে চিত্র তিনটি এঁকে মেপে দেখাতে বলুন।

শিক্ষার্থীরা এই শ্রেণিতেই চাঁদা ব্যবহার করে কোণ আঁকা শিখেছে। তাই সমবাহু ত্রিভুজের ৩টি ৬০° কোণ রয়েছে- এই ধারণার প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষন করে প্রশ্ন করতে পারেন :

- এই কোণগুলো ব্যবহার করে আমরা কিভাবে ৮ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকতে পারি ?

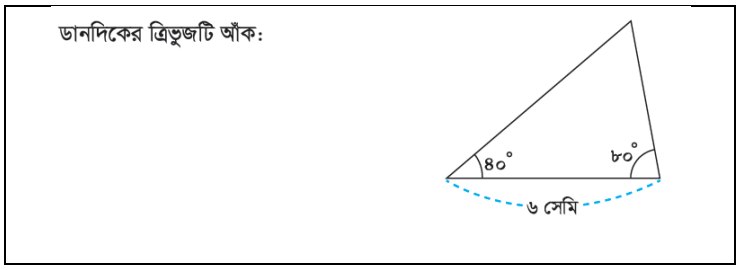
এভাবে প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করে চিত্র-৪ এর আলোকে পদ্ধতিটি বুঝিয়ে দিন।

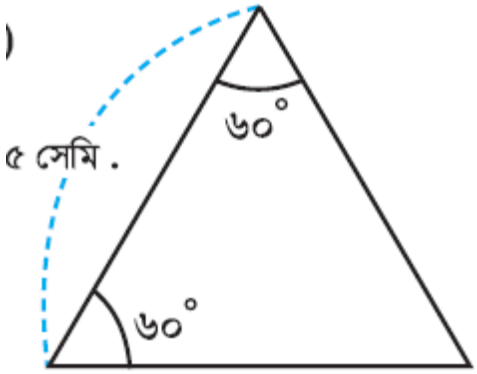


চিত্র-৪

এরপর একই পদ্ধতি ব্যবহার করে অনুশীলনমূলক শ্রেণির কাজ অনুশীলনী-২ এর চিত্র আঁকতে এবং কোণ ব্যবহার করে যে একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজও অঙ্কন করা যায় তা বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন।

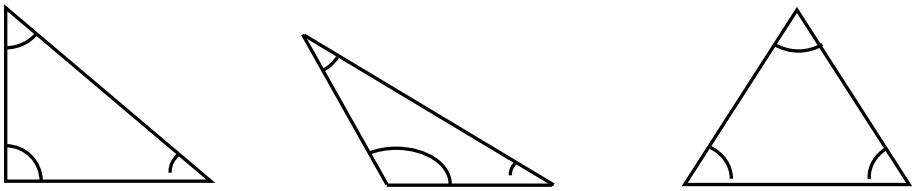
অনুশীলনী-২





কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

কোণের ভিত্তিতেও ত্রিভুজ কয়েক ধরণের হয়। এই ধারণা বুঝতে আপনি কিভাবে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে পারেন? আপনি চিত্র-২ এর মতো সূক্ষ্মকোণী, সমকোণী ও স্থূলকোণী ত্রিভুজাকৃতির মডেল (জিওবোর্ড বা শোলা বা শক্ত কাগজে) দেখিয়ে কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে প্রশ্ন করতে পারেন ঃ

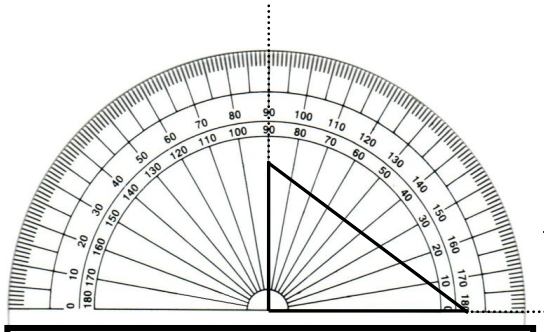


- ত্রিভুজ ৩টির কোণগুলোর মধ্যে কী কী ধরনের ভিন্নতা রয়েছে?
- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর সমান বলে মনে হচ্ছে ?
- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির সবগুলো কোণই ৯০° এর চেয়ে ছোট বলে মনে হচ্ছে ?
- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর চেয়ে বড় বলে মনে হচ্ছে ?

শিক্ষার্থীদের একাকী চিন্তা করে পাশের জনের সাথে জোড়ায় জোড়ায় মত বিনিময় করতে এবং জোড়ার মতামত শ্রেণীর সকলের উদ্দেশ্যে স্বাধীনভাবে বলতে দিতে পারেন। পর্যায়ক্রমে মডেলগুলোর কোণ চাঁদার সাহায্যে পরিমাপ করে দেখান ও প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ লিখুন।এ ভাবে ত্রিভুজের কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্টের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণে সহায়তা করুন।

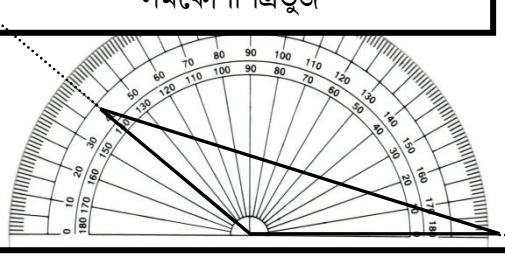
যে মডেলের একটি কোণ ৯০° এর সমান তা সমকোণী ত্রিভুজ, যে মডেলের একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর থেকে বড় তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং যে মডেলের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর ছোট, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। এভাবে শিক্ষার্থীদের কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ বুঝতে সহায়তা করুন ও সেই সাথে বোর্ডে অঙ্কিত চিত্রে

ত্রিভুজের নাম লিখুন।



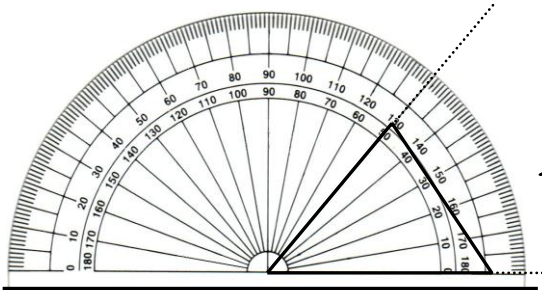
যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর সমান, তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে ।

সমকোণী ত্রিভুজ



যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ ৯০° এর বড়, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে ।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ

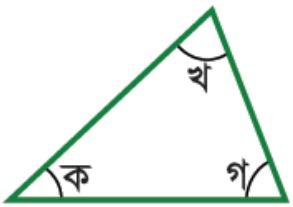
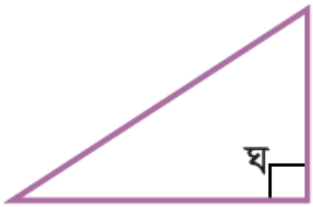
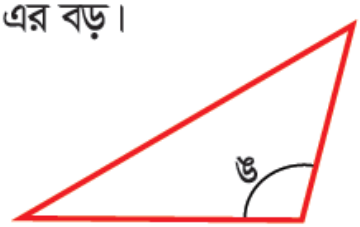


যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর কম, তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

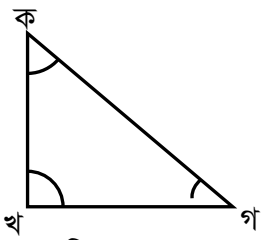
ত্রিভুজের অন্য নাম

ত্রিভুজের কোণের ভিন্নতা অনুযায়ী ত্রিভুজ আরও কয়েক ধরনের হয়।

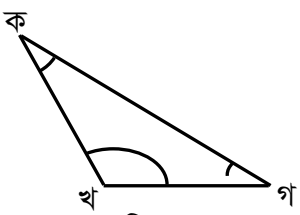
সবগুলো কোণই ৯০° এর ছোট। (ক, খ এবং গ < ৯০°) 	সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
একটি কোণ ৯০° (ঘ= ৯০°) 	সমকোণী ত্রিভুজ
তিনটি কোণের একটি ৯০° এর বড়। (ঙ > ৯০°) 	স্থূলকোণী ত্রিভুজ

অনুশীলন : শিক্ষার্থীদেরকে নিজ নিজ খাতায় চাঁদা ব্যবহার করে অনুরূপ চিত্র আঁকতে সহায়তা করুন এবং চিত্রের পাশে নাম ও প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ লিখতে বলুন। এছাড়া প্রত্যেকটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যোগ করলে যে একই হয় (১৮০°) তা নির্ণয় করতে সহায়তা করুন ।

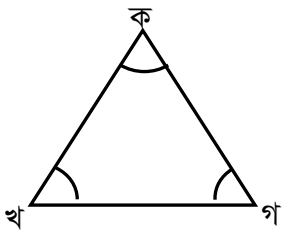
কর্মপত্র : শিক্ষার্থীদের বেঞ্চ অনুসারে দলে ভাগ করে প্রত্যেক দলে নিচের চিত্র-৩ এর মতো ত্রিভুজ অঙ্কিত কাগজ সরবরাহ করুন এবং দলে আলোচনা করে, চাঁদার সাহায্যে ত্রিভুজের কোণগুলো ও স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরিমাপ করতে দিয়ে নিচের ছক পূরণ করতে বলুন :



চিত্র নং চ



চিত্র নং ছ



চিত্র নং জ

চিত্র-৩

চিত্র নম্বর	কোণগুলোর পরিমাণ	বাহুগুলোর পরিমাণ
চ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ = ... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.
ছ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ= .... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.
জ	∠ক = ... ডিগ্রি	কখ = ... সে.মি.
	∠খ = ... ডিগ্রি	খগ = ... সে.মি.
	∠গ = ... ডিগ্রি	গক = ... সে.মি.

এরপর প্রত্যেক দলের একজন শিক্ষার্থীকে তাদের দলীয় কাজ শ্রেণীর সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে দিন এবং বাহুভেদে ও কোণভেদে বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজের যে বৈশিষ্ট্য রয়েছে তা আলোচনার মাধ্যমে সকলকে বুঝতে সহায়তা করুন।

মূল্যায়নঃ

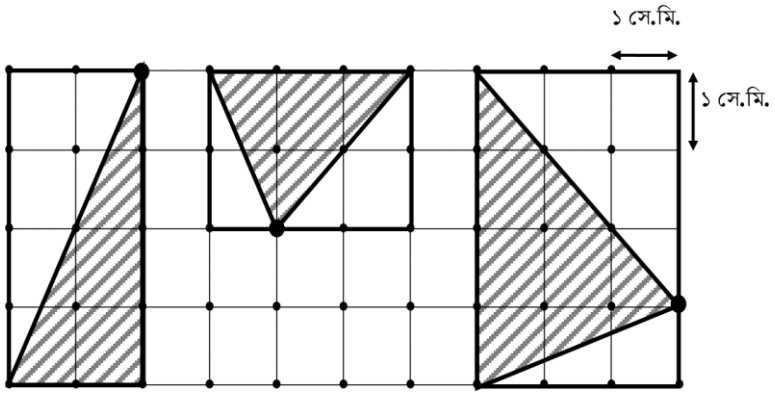
১. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি? কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি?
২. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি? কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি?
৩. বিষমবাহু ত্রিভুজের বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি? কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কি?

পাঠ ৫: **ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

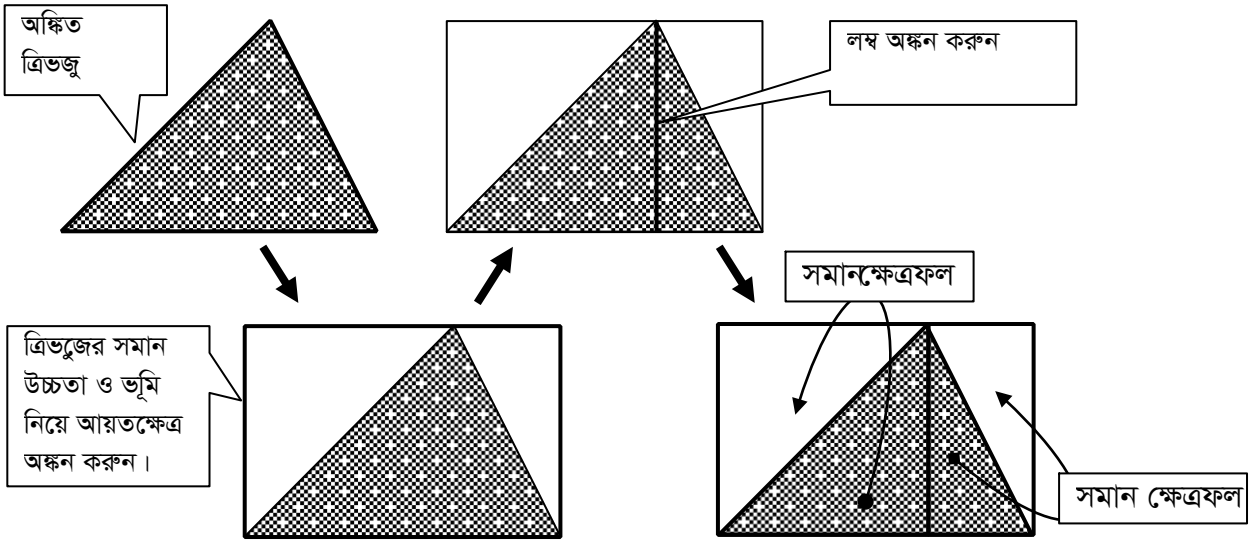
- **ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন**
- ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সহজ সমস্যার সমাধান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : (ক) শিক্ষার্থীদের প্রথমে গ্রিড কাগজের উপর আয়তক্ষেত্র তৈরি করতে বলতে পারেন। নিচের চিত্রের মত আয়তক্ষেত্রের যে কোন বাহুর উপর একটি বিন্দু বাছাই করে নিতে বলে ঐ বিন্দু এবং বিপরীত বাহুর প্রান্তবিন্দু যোগ করে আয়তক্ষেত্রের ভেতরে শিক্ষার্থীদের ত্রিভুজ তৈরি করতে বলতে পারেন । এরপর শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করুন: "একই উচ্চতার এবং একই ভূমিবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের মধ্যে সম্পর্ক কী?" এক্ষেত্রে ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক, শিক্ষার্থীদের তা বুঝতে সহায়তা করুন ।



বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে প্রস্তুতিমূলক অনুশীলন হিসেবে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করতে পারেন :

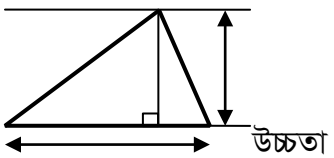
- ত্রিভুজ অঙ্কন করুন।
- ত্রিভুজের সমান উচ্চতা ও ভূমি নিয়ে একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করুন।
- ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমি পর্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কন করুন।
- প্রতি জোড়ায় দুইটি ছোট ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল আছে, তা শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা করুন ।
- এরপর শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন, প্রতিটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সাথে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তুলনা করে এদের মধ্যে কী সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারা যায়?



উপরের চিত্রের ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো সংশ্লিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক, তা শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা করুন ।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপনে প্রথমে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-এর সূত্রের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে হবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটির প্রতি শিক্ষার্থী দের দৃষ্টি আকর্ষণ করে সিদ্ধান্তে আসনু যে, সমান ভূমি হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধের্ক। যেহেতু আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভুমি × উচ্চতা, সুতরাং ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)।

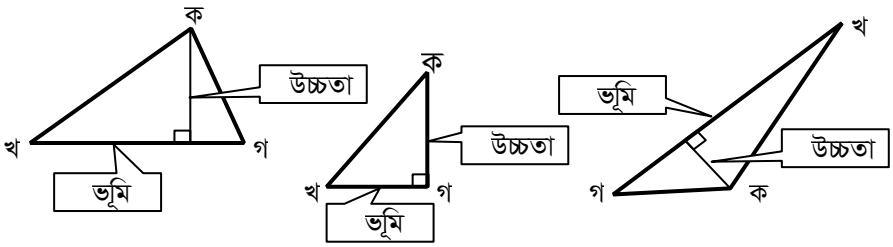


ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{১}{২}$ = **(ভূমি × উচ্চতা)**

এই পর্যায়ে বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের ''ভুমি'' এবং ''উচ্চতা'' র সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে পারেন। প্রত্যেকটি ত্রিভুজের যে কোন বাহুকে ভূমি ধরা যায়। ভূমির বিপরীত শীর্ষ থেকে ভূমির উপর লম্বটি উচ্চতা। অতএব প্রত্যেক ত্রিভুজের আলাদা ভূমির জন্য আলাদা উচ্চতা থাকবে। নিচের ছবিগুলোর মত বোর্ডে চিত্র অঙ্কন করে ত্রিভুজের "ভূমি'' এবং ''উচ্চতা'' বোঝাতে সহায়তা করুন ।

কখগ ত্রিভুজের মধ্যে,

- খগ বাহুর উপর ক শীর্ষ বিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকে ''উচ্চতা'' বলে।
- খগ বাহুকে ''ভূমি'' বলে।

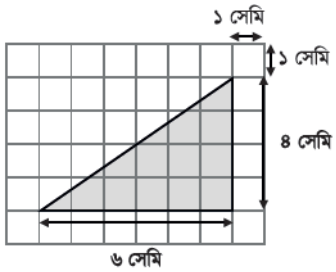


শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন চিত্রের প্রতিটি ত্রিভুজের কয়টি ভূমি হতে পারে?

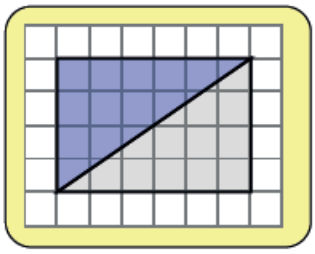
এরপর ১নং চিত্র দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন-

- এটি কোন ধরণের ত্রিভুজ?
- সমকোণী ত্রিভুজটির ৬ সেমি দীর্ঘ বাহুকে ভূমি ধরলে এর উচ্চতা কত?

এই পর্যায়ে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নিণর্য়ের পদ্ধতি বোর্ডে দেখিয়ে দিতে পারেন। প্রয়োজনে চিত্র-২ এর সহায়তা নিতে পারেন।



চিত্র-১

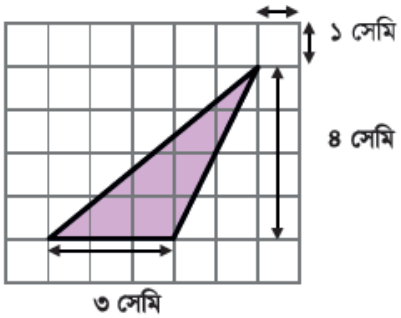


চিত্র-২

এরপর ৩নং চিত্র দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন-

- এটি কোন ধরণের ত্রিভুজ?
- স্থূলকোণী ত্রিভুজটির ভূমি ও উচ্চতা কত দেয়া আছে?

পরবর্তীতে শ্রেণির কাজ হিসেবে সূত্র ব্যবহার করে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে দিতে পারেন।

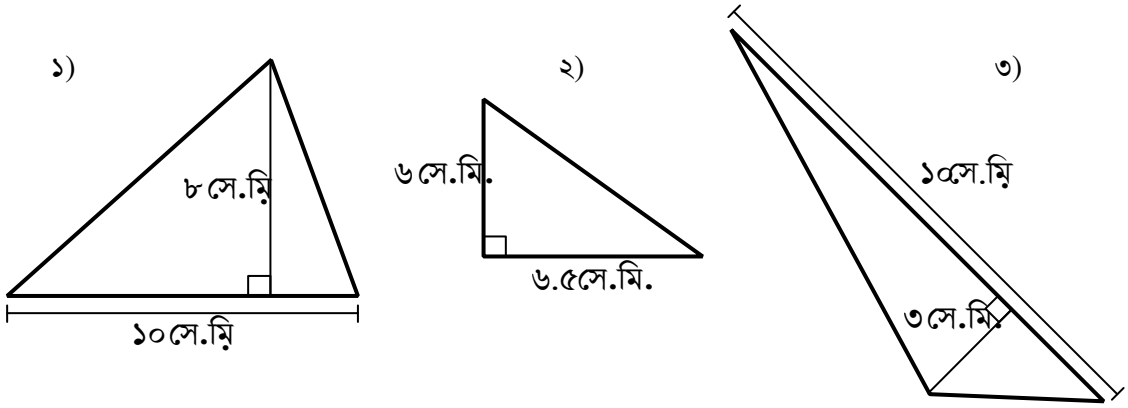


চিত্র-৩

এভাবে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-এর সূত্রের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে পারেন।

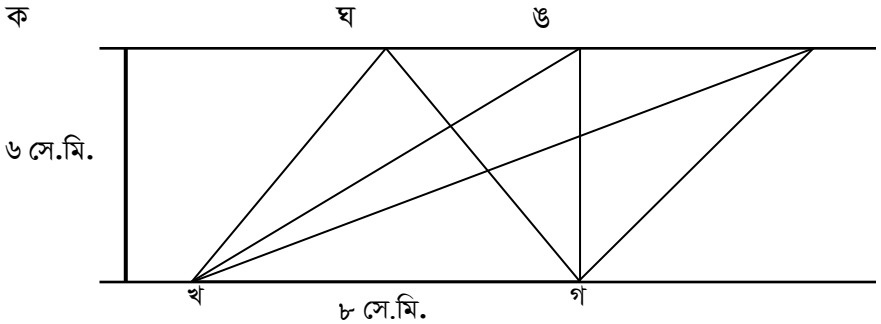
অনুশীলন : (দলীয় বা একক কাজ) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা

নিচের তিন ধরনের ত্রিভুজ ব্ল্যাকবোর্ডের উপর অঙ্কন করে শিক্ষার্থীদেরকে নিজ নিজ খাতায় ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করতে বলুন ও তা নির্ণয়ে প্রয়োজনে সহায়তা করুন ।



অনুশীলন : শিক্ষার্থীদের বেঞ্চ অনুসারে দলে ভাগ করে প্রত্যেক দলে নিচের চিত্রের মতো ত্রিভুজ অঙ্কিত কাগজ সরবরাহ করুন। চিত্রটি ব্ল্যাকবোর্ডে প্রদর্শন করে শিক্ষার্থী দের বলুন যে,

- কখগ, ঘখগ এবং ঙখগ ত্রিভুজগুলো কঙ এবং খগ সমান্তরাল রেখা দুটির মধ্যে অবস্থিত।
- সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যকার দরূত্ব হলো ৬ সে.মি.।



এরপর শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে তিনটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে বলুন। আলোচনায় সহায়তা করতে শিক্ষার্থীদের নিম্নে বর্ণিত প্রশ্নগুলো জিজ্ঞাসা করতে পারেন-

- প্রতিটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য কত?
- প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা কত?
- কোন ত্রিভুজটি সবচেয়ে বড়?

এই ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফল যে সমান, তা নির্ণয় করতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন এবং পরিশেষে সিদ্ধান্তে আসুন যে-

- যদি ত্রিভুজগুলোর ভূমি ও উচ্চতা সমান হয় তাহলে ত্রিভুজ গুলোর ক্ষেত্রফল সমান হবে।
- একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে এবং একই ভূমির উপর সবগুলো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হয়।

মূল্যায়ন:

- একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ২০ মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
- একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের উচ্চতা ৩০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত?
- একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ৪০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ২০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির উচ্চতা কত?

পাঠ ৬: চর্তুভুজ

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

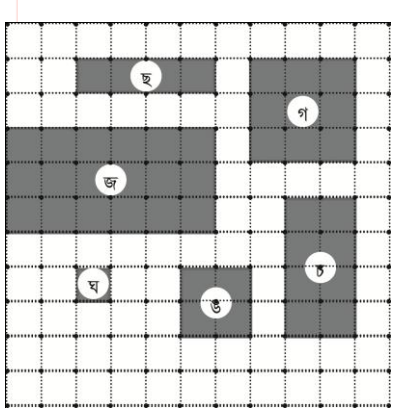
- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে চর্তুভুজের প্রকারভেদ সম্পর্কিত শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারবেন।

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: চতুর্ভুজের ধারণা তৃতীর্য় শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য নতুন নয়। তবে এখানে যেটি গুরুত্বপূর্ণ তা হলো বাহুভেদে চতুর্ভুজের প্রকারভেদ অনুধাবন করা। তাই শ্রেণিকক্ষে এ ধারণা অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে আপনি প্রথমে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? আপনি পাশের চিত্রানুযায়ী মডেল বা ছবি প্রদর্শনের মাধ্যমে চতুর্ভুজের প্রকারভেদের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষন করতে পারেন। যেমন: চিত্র-১ এর মতো চর্তুভুজাকৃতির মডেল দেখিয়ে বাহুগুলো এবং কোণগুলো পরিমাপ করে এদের মধ্যকার মিল ও অমিলগুলো ব্যাখ্যা করতে বলতে পারেন। এদের বাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করে প্রশ্ন করতে পারেন ঃ

- প্রতিটি চতুর্ভুজের কোণগুলোর পরিমাপ কত?
- ৬টি চতুর্ভুজের মধ্যে কোন কোন চতুর্ভুজের ৪টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন চতুর্ভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে? এই দুটি সমান বাহু কি পাশাপাশি নাকি বিপরীত দিকে অবস্থিত ?

প্রয়োজনে রুলার বা মিটার স্কেলের সাহায্যে প্রদর্শিত চতুর্ভুজগুলোর বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে বলতে পারেন। এরপর প্রদর্শিত ৬টি চতুর্ভুজগুলোকে 'চারটি বাহুই সমান ও প্রতিটি কোণ সমকোণ', ' বিপরীত বাহু দুইটি সমান ও প্রতিটি কোণ সমকোণ', - এই ২টি দলে ভাগ করে পাশের জনের সাথে জোড়ায় জোড়ায় মত বিনিময় করতে দিতে পারেন।

এভাবে প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে চতুর্ভুজের বাহু সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করতে সহায়তা করুন।



চিত্র-১

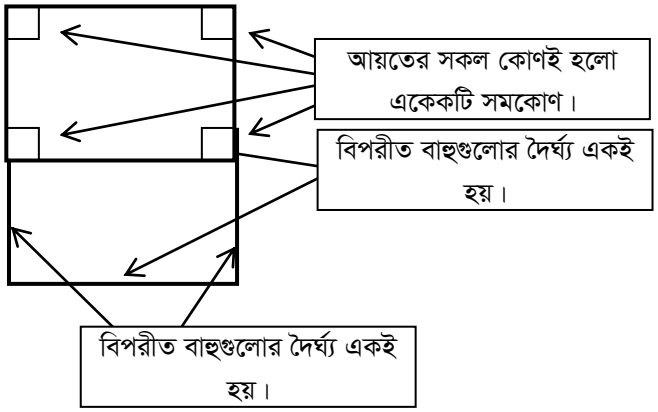
মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-১

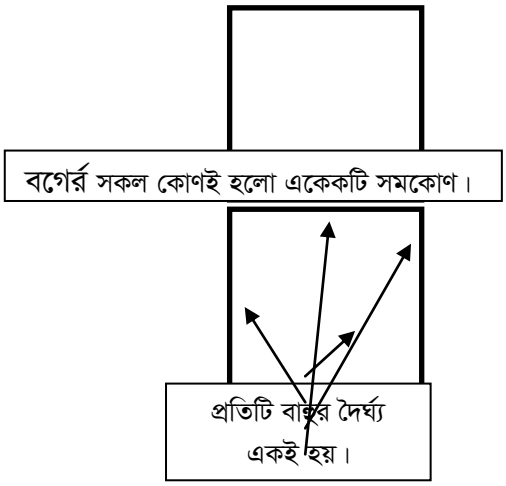
চর্তুভূজের প্রকারভেদ- আয়ত ও বর্গ শনাক্তকরণ

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপনে প্রথমে আয়ত ও বর্গ শনাক্ত করণের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে হবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটির প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে সিদ্ধান্তে আসুন যে, চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান। আবার কখনো কোন চতুর্ভুজেরপ্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ- কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। যে সব চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ -

তার সমান বাহুর উপর ভিত্তি করে চতুর্ভুজকে যে দুটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে তা ব্যাখ্যার মাধ্যমে আয়ত ও বর্গের ধারণা স্পষ্ট করুন।





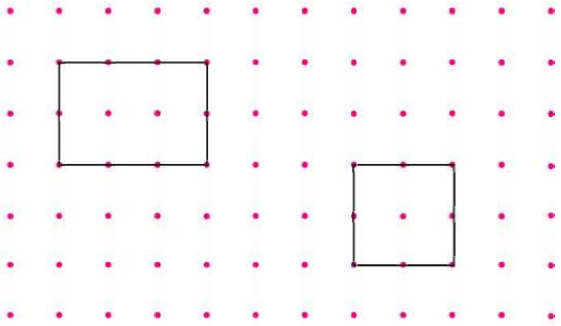
প্রয়োজনে নিচের ছক অনুযায়ী আয়ত ও বর্গের ধারণা বোর্ডে উপস্থাপন করতে পারেন এবং প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রতিটি চিত্রের প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে উদাহরণের ফাকা সারিটি এই চিত্রগুলোর সাহায্যে তাদের পূরণ করতে বলতে পারেন:

আয়ত	বর্গ
যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে আয়ত বলে।	যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহু পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে বর্গ বলে।
উদাহরণ- চিত্র ১ এর	**উদাহরণ**- চিত্র ১ এর .....

অনুশীলন : (একক কাজ) আয়ত ও বর্গ শনাক্তকরণ
আপনি পাঠ্যপুস্তকের ১১২ নং পৃষ্ঠার সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-২
চর্তুভূজের প্রকারভেদ- আয়ত ও বর্গ অঙ্কণ

ডট কাগজে আয়ত ও বর্গের চিত্র অঙ্কনের পদ্ধতি শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে চিত্র-২ এর সাহায্যে প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে বোর্ডে উপস্থাপন করুন।



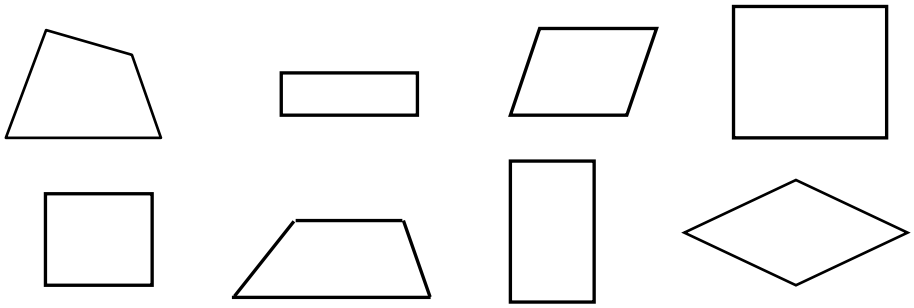
চিত্র-২

অনুশীলনঃ (একক কাজ) আয়ত ও বর্গ অঙ্কণ

এরপর আপনি পাঠ্যপুস্তকের **১১৩** নং পৃষ্ঠার সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন। পেনসিল ও রুলার ব্যবহার করে অঙ্কণ করতে বলুন ও অঙ্কণে প্রয়োজনীয় সহায়তা করুন ।

মূল্যায়নঃ

শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি যাচাইয়ের জন্য শ্রেণিকক্ষে ৩নং চিত্র দেখিয়ে তাদের উদ্দেশ্যে বিভিন্ন প্রশ্ন করতে পারেন।



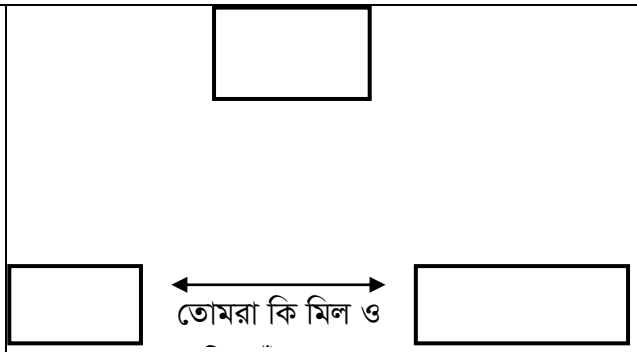
চিত্র-৩

১. কোন কোন চতুর্ভুজের কোণগুলো সব সমকোণ?
২. কোন কোন চতুর্ভুজ আয়ত?
৩. কোন কোন চতুর্ভুজ বর্গ?
৪. আয়ত ও বর্গের মধ্যে মিল কী ?
৫. আয়ত ও বর্গের মধ্যে অমিল কী ?

প্রারম্ভিক কার্যাবলি : (Starter Activity) :

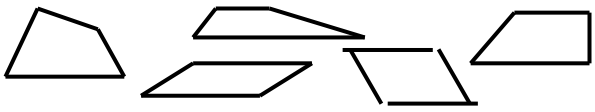
আয়ত ও বর্গের মৌলিক বা প্রাথমিক ধারণা পঞ্চম শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য নতুন নয়। তবে প্রত্যেকটি বর্গই আয়ত- কিন্তু প্রত্যেকটি আয়ত বর্গ নয়, অথবা আয়ত ও বর্গের কর্ণদ্বয় সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে - এ ধরনের পারস্পরিক সম্পর্ক এবং সেই সাথে সামান্তরিক ও রম্বসের ধারণা তাদের জন্য নতুন। অর্থ্যাৎ, এখানে যেটি গুরুত্বপূর্ণ তা হলো বাহুভেদে ও কোণভেদে চর্তুভূজের প্রকারভেদ এবং তাদের মধ্যকারবাহু, কোণ ও কর্ণ সংশ্লিষ্ট মিল ও অমিল অনুধাবন করা। উপরন্তু চতুর্থ শ্রেণিতে চর্তুভূজ নিয়ে কোন আলোচনা নেই। তাই পঞ্চম শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য বিভিন্ন প্রকার চর্তুভূজেরধারণা অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের শ্রেণিকক্ষে সহায়তা করতে আপনি প্রথমে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন? শিক্ষার্থীদের একটি চতুর্ভুজ (বর্গ- চিত্র-ক) দেখিয়ে তাদেরকে জিজ্ঞেস করতে পারেন যে, এই চতুর্ভুজের নাম কী। নিশ্চিত করুন যে শিক্ষার্থীরা উত্তর দিতে পেরেছে। এরপর চিত্র-খ দেখিয়ে তাদের প্রশ্ন করতে পারেন-

- আয়ত ও বর্গের মধ্যে মিল কি? আয়ত ও বর্গের মধ্যে অমিল কি ?

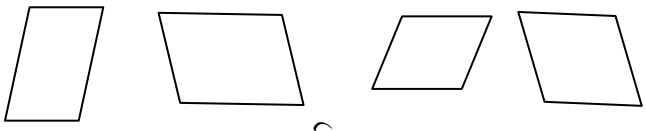


চিত্র-ক

চিত্র-খ



চিত্র-গ

পরিশেষে শিক্ষার্থীদের চিত্র-গ বা চিত্র-ঘ এর মতো অন্যান্য চতুর্ভুজ (বর্গ ও আয়ত ছাড়া) দেখিয়ে নিচের প্রশ্নগুলো জিজ্ঞেস করতে পারেন: ➢ এই চতুর্ভুজগুলোর মধ্যে আয়ত বা বর্গ আছে কি? যদি শিক্ষার্থীরা ''না'' বলে, তাহলে তাদেরকে জিজ্ঞেস করুন : ➢ অন্যান্য আকৃতিগুলো বর্গ বা আয়ত নয় কেন? ➢ বর্গ বা আয়ত-এর সাথে অন্যান্য চতুর্ভুজগুলোর কী কী পার্থক্য বা বিভিন্নতা রয়েছে? শিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে মতামত প্রকাশ করতে দিন। প্রয়োজনে রুলার বা মিটার স্কেল ও চাঁদার সাহায্যে প্রদর্শিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও কোণ পরিমাপ করতে বলতে পারেন। এভাবে প্রারম্ভিক কাজ বা প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের মাধ্যমে চর্তুভূজের প্রকারভেদ এবং তাদের মধ্যকারবাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যের প্রতি শিক্ষার্থীদের চিন্তনকে উদ্বুদ্ধ করতে সহায়তা করুন।	 চিত্র-ঘ

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপনের কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-১

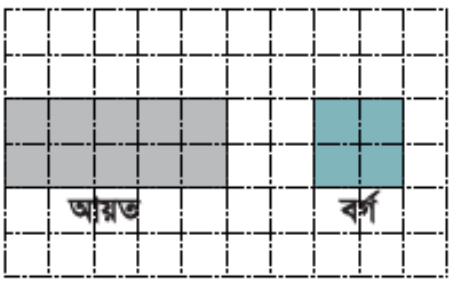
চর্তুভূজের প্রকারভেদ- আয়ত ও বর্গ সনাক্তকরণ ও পার্থক্য চিহ্নিতকরণ এবং অঙ্কণ

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপনে প্রথমে আয়ত ও বর্গের পার্থক্য চিহ্নিতকরণ এবং অঙ্কণের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে হবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটির প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে সিদ্ধান্তে আসুন যে, চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্রই হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান-যাকে বলা হয় বর্গ। আবার কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ - কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহু জোড়া পরস্পর সমান ও সমান দূরত্বে অবস্থিত (অর্থ্যাৎ, সমান্তরাল)-যাকে বলা হয় আয়ত। এরপর পাঠ্যপুস্তকের সহায়তায় চার্ট -১ এর মতো উপকরণ তৈরি ও বোর্ডে উপস্থাপন করে আলোচনা করুন যে, বর্গ একটি আয়ত, যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। সতুরাং বলা যায়, প্রত্যেকটি বর্গই আয়ত, কিন্তু প্রত্যেকটি আয়ত বর্গ নয়। এভাবে আয়ত ও বর্গের পার্থক্য বুঝতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন। সেই সাথে তাদের জানান যে, আয়ত দ্বারা সীমাবদ্ধ চতুর্ভুজক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র এবং বর্গ দ্বারা সীমাবদ্ধ চতুভুর্জক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলা হয়।

৪টি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ আকৃতিকে চতুর্ভুজ বলে।

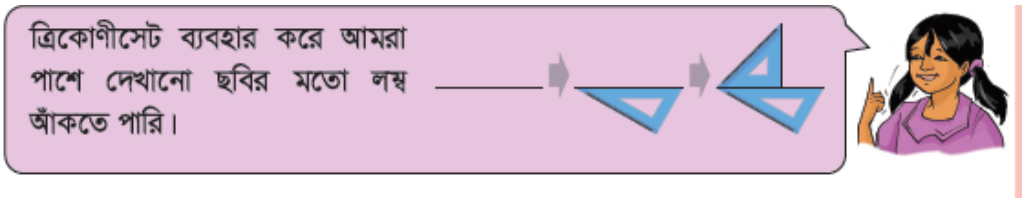
যে চতুর্ভুজের চারটি কোণই সমকোণ তাকে আয়ত বলে।

যে আয়তের চারটি বাহু সমান তাকে বর্গ বলে।



চার্ট-১

এরপর ত্রিকোণী সেট ব্যবহার করে আমরা কিভাবে লম্ব আকতে পারি তা নিয়ে শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনা করুন। প্রয়োজনে পাঠ্যপুস্তকের আলোকে ২নং চার্টটির মতো উপকরণের সহায়তা নিতে পারেন।



চার্ট-২

অনুশীলন : (একক কাজ) আয়ত ও বর্গ অঙ্কণ

এরপর আপনি পাঠ্যপুস্তকের ১০১ নং পৃষ্ঠার ২নং কাজটি শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিয়ে ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে নির্দেশিত ধাপগুলো অনুসরণ করে আয়ত ও বর্গ অঙ্কণ করতে দিতে পারেন।

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-২

চর্তুভূজের প্রকারভেদ- সামান্তরিক সনাক্তকরণ (আয়ত ও বর্গের সাথে পার্থক্য চিহ্নিতকরণ) এবং অঙ্কণ

প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের চিত্র-গ এর ৫টি চতুর্ভুজের বাহুর সম্জর্কের দিকে দৃষ্টি আকর্ষণ করে শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করতে পারেন:

- আমরা কীভাবে বাহুর বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী চতুর্ভুজগুলোকে আলাদা আলাদা করে দলভুক্ত করতে পারি?

শিক্ষার্থীরা কীভাবে খুঁজে বের করছে তা আলোচনা করতে সহায়তা করুন। বিভিন্ন পদ্ধতিতে দল তৈরি করতে তাদের সহায়তা করুন এবং শিক্ষার্থীদের ধারণা ও মতামত প্রকাশ করতে দিন।

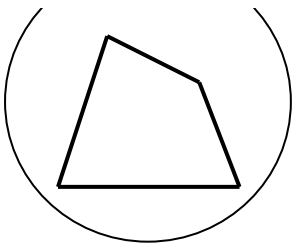
নিচের চিত্র অনুসারে সমান্তরাল রেখার দিকে দৃষ্টি রেখে শিক্ষার্থীদের ধারণা অনুসারে দল বিভক্ত করতে সহায়তা করুন।

এরপর শিক্ষার্থীদের বলুন যে, যে চতুর্ভুজের ২ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে ''*সামান্তরিক*'' বলে এবং এ সংজ্ঞাটি বোর্ডে লিখুন :

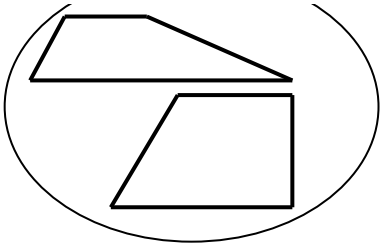
যে চতুর্ভুজের ২ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে সামান্তরিক বলে।
যে চতুর্ভুজের ১ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।

শিক্ষার্থীদের জানান যে, সামান্তরিক দ্বারা সীমাবদ্ধ চতভু র্জ ক্ষেত্রকে সামান্তরিক ক্ষেত্র বলা হয়।এরপর বর্গ আকৃতির কাগজ ও আয়ত আকৃতির কাগজ শিক্ষার্থীদের দেখান এবং তাদেরকে এই দুটির সাথে সামান্তরিকের মিল (**অমিল নয়**) খুঁজে বের করতে বলুন।

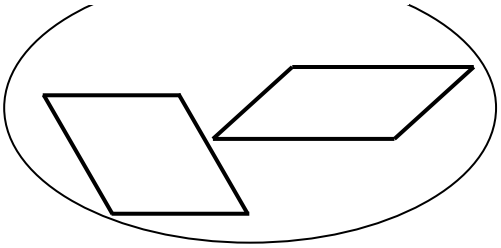
সমান্তরাল বাহু নেই

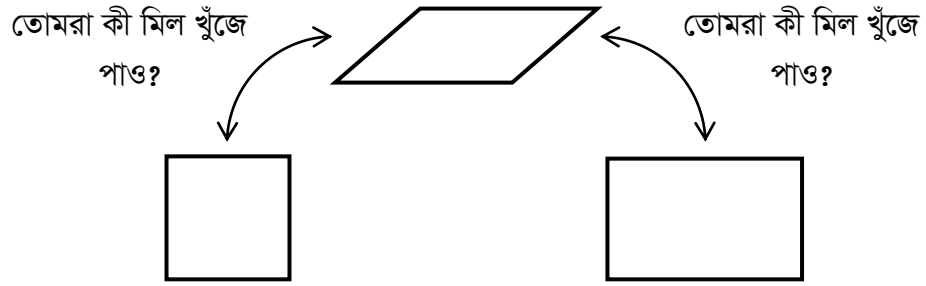


১ জোড়া সমান্তরাল বাহু



২ জোড়া সমান্তরাল বাহু





শিক্ষার্থীদের বুঝতে দিন যে :

- ✓ সবগুলোই চতুর্ভুজ।
- ✓ সবগুলো চিত্রেই ২জোড়া করে সমান্তরাল রেখা আছে।

- এজন্য, বর্গ ও আয়ত হলো এক একটি সামান্তরিক।

এরপর শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করুন:

- ➢ কোন সামান্তরিককে আয়ত বলে?
- ➢ কোন সামান্তরিককে বর্গ বলে?"

বর্গ ও আয়ত -এর সামান্তরিক হওয়ার শর্তগুলো খুঁজে বের করতে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন। শিক্ষার্থীদের মতামত ও ধারণা স্বাধীনভাবে প্রকাশ করতে দিন। পরবর্তীতে শিক্ষার্থীদের খুঁজে পাওয়া ফলাফলের সারমর্ম বোর্ডে লিখুন।

সামান্তরিক → ২জোড়া সমান্তরাল বাহুর চতুর্ভুজ
(১) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ থাকে তাকে আয়ত বলে।
(২) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ ও চারটি সমান বাহু থাকে তাকে বর্গ বলে।

এভাবে চতুর্ভুজের সমান্তরাল বাহুর উপর ভিত্তি করে পর্যায়ক্রমে সমকোণ ও সমান বাহুর আলোকে সামান্তরিক, আয়ত ও বর্গের ধারণা স্পষ্ট করা প্রয়োজন।

কর্মপত্র (একক কাজ): পাঠ্যপুস্তকের ১০৪ নং পৃষ্ঠার ৩ নং কাজটি শিক্ষার্থীদের করতে দিয়ে সামান্তরিকের বাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্য বুঝতে সহায়তা করুন। পরবর্তীতে ৩ নং চার্টের মতো বোর্ডে লিখে দিয়ে তাদেরকে খাতায় তুলে নিতে বলতে পারেন।

সামান্তরিকের–
- বিপরীত বাহুগুলো **পরস্পর** সমান
- বিপরীত কোণগুলো **পরস্পর** সমান

চার্ট-৩

অনুশীলন: (একক কাজ) সামান্তরিক অঙ্কণ
আপনি পাঠ্যপুস্তকের ১০৫ নং পৃষ্ঠার ১নং কাজটি শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিয়ে ত্রিকোণীসেট, রুলার চাদা ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে নির্দেশিত ধাপগুলো অনুসরণ করে সামান্তরিক অঙ্কণ করতে দিতে পারেন।

বাড়ির কাজ: পাঠ্যপুস্তকের ১০৪ নং পৃষ্ঠার ২ ও ১০৫ নং পৃষ্ঠার ১নং কাজ দুটি শিক্ষার্থীদো বাড়ির কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

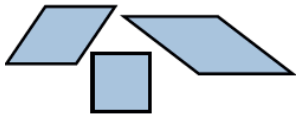
মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-৩

চর্তুভূজের প্রকারভেদ- রম্বস সনাক্তকরণ (সামান্তরিক, আয়ত ও বর্গের সাথে পার্থক্য চিহ্নিতকরণ) এবং অঙ্কণ

প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের চিত্র-গ এর ৫টি চতুর্ভুজের বাহুর সম্পর্কের দিকে দৃষ্টি আকর্ষণ করে শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করতে পারেন:

- আমরা কীভাবে বাহুর বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী চতুর্ভুজগুলোকে আলাদা আলাদা করে দলভুক্ত করতে পারি?"

শিক্ষার্থীরা কীভাবে খুঁজে বের করছে তা আলোচনা করতে সহায়তা করুন। বিভিন্ন পদ্ধতিতে দল তৈরি করতে তাদের সহায়তা করুন এবং শিক্ষার্থীদের ধারণা ও মতামত প্রকাশ করতে দিন।
শিক্ষার্থীদেও এটি বুঝতে সহায়তা করুন যে, যেহেতু যে চতুর্ভজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস বলে- তাই বর্গের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান- এই কারণে বর্গ এক ধরণের রম্বস।



বর্গ ও রম্বস

কর্মপত্র (একক কাজ): পাঠ্যপুস্তকের ১০৪ নং পৃষ্ঠার ৩ নং কাজটি শিক্ষার্থীদের করতে দিয়ে রম্বসের বাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্য বুঝতে সহায়তা করুন। পরবর্তীতে ৩ নং চার্টের মতো বোর্ডে লিখে দিয়ে তাদেরকে খাতায় তুলে নিতে বলতে পারেন।

কর্মপত্র (একক কাজ) রম্বসের বাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট কিছু বৈশিষ্ট্য

এরপর আপনি পাঠ্যপুস্তকের ১০৬ নং পৃষ্ঠার ১নং কাজটি শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে দিয়ে ত্রিকোণীসেট ও চাদা ব্যবহারের মাধ্যমে রম্বসের বাহু ও কোণ সংশ্লিষ্ট আরো কিছু বৈশিষ্টের প্রতি তাদের মনোযোগ আকর্ষণ করে পরিশেষে নিচের চার্টটি বোর্ডে উপস্থাপন করতে পারেন।

রম্বসের–

- **বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল**
- **বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান**

পরিশেষে শিক্ষার্থীদের এটি বুঝতে সহায়তা করুন যে, রম্বস একটি সামান্তরিক, যার সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান। সতু রাং বলা হয়, প্রত্যেকটি রম্বসই সামান্তরিক, কিন্তু প্রত্যেকটি সামান্তরিক রম্বস নয়।

অনুশীলন : (একক কাজ) রম্বস অঙ্কণ

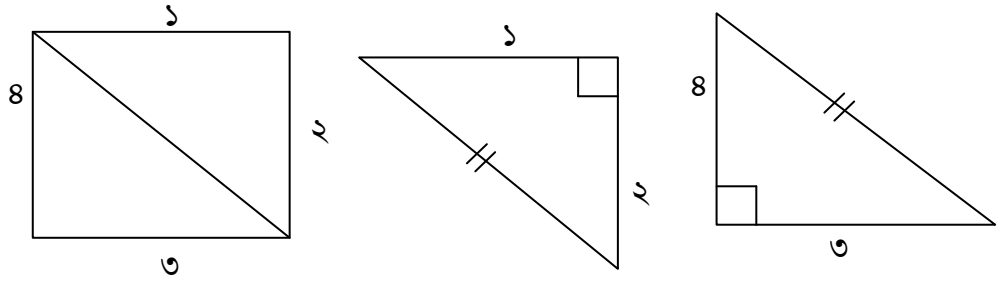
আপনি সামান্তরিক অঙ্কণের ধাপগুলো স্মরণ করিয়ে দিয়ে এর আলোকে রম্বসঅঙ্কণের পদ্ধতি আলোচনা করতে পারেন। এরপর শিক্ষার্থীদের শ্রেণির কাজ হিসেবে পাঠ্যপুস্তকের ১১৩ নং পৃষ্ঠার ৫ (১) সমস্যার রম্বসটি ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে অঙ্কণকরতে দিতে পারেন।

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-৪

চতুর্ভুজের কর্ণ

পাঠ্যপুস্তকের ১০৭ ও ১০৮ নং পৃষ্ঠার অনুসন্ধানমূলক কাজের আলোকে কর্ণ কাকে বলে ও বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের কর্ণ সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা করুন। এই আলোচনায়-

- আয়তাকার ও বর্গাকৃতির কাগজ কেটে শিক্ষার্থীদের দেখান আয়তের কর্ণদ্বয় সমান। বর্গের কর্ণদ্বয়ও সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। আবার, কর্ণ প্রত্যেকটি আয়ত ও বর্গকে দুটো সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে। আবার দুটো সমকোণী ত্রিভুজের সমন্বয়ে আয়ত বা বর্গ তৈরি হয়।



সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কাগজ কেটে শিক্ষার্থীদের দেখান সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

মূল্যায়নঃ

১. শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি যাচাইয়ের জন্য আপনি শ্রেণিকক্ষে পাঠ্যপুস্তকের ১১৩ নং পৃষ্ঠার ৬নং কাজটি উপস্থাপন করে শিক্ষার্থীদের মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করার সুযোগ ও প্রয়োজনীয় ফিডব্যাক দিন।

২. **সমস্যাঃ** নিচের ছকে আয়ত, বর্গ, সামান্তরিক, **ট্রাপিজিয়াম** ও রম্বসের চিত্র এঁকে বৈশিষ্ট্যাবলি লিপিবদ্ধ কর।

ধরন	চিত্র	বৈশিষ্ট্যাবলি
আয়ত		---------- ---------- ----------
বর্গ		---------- ---------- ----------

সামান্তরিক		---------- ---------- ----------
ট্রাপিজিয়াম		---------- ---------- ----------
রম্বস		---------- ---------- ----------

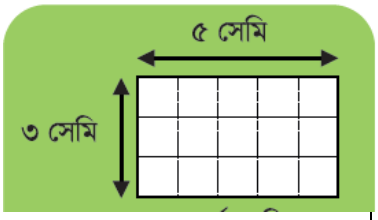
পাঠ ৭: চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

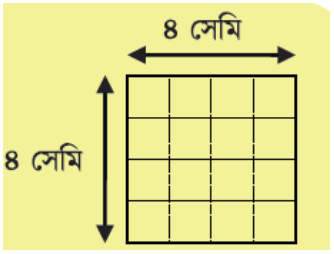
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র বলতে ও ব্যবহার করতে পারবেন
- চর্তুভূজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন
- আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও চর্তুভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সহজ সমস্যার সমাধান করতে পারবেন

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: পঞ্চম শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য বিভিন্ন প্রকার চর্তুভূজাকারক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের শ্রেণিকক্ষে সহায়তা করতে আপনি প্রথমে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন?

আপনি ছক কাগজ বা গ্রিড পেপার, ডট পেপার অথবা জিওবোর্ড ব্যবহার করে এর উপর পাশের চিত্রের মত আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র তৈরি করে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে পারেন:





- আয়তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্র বলতে কী বোঝায়?
- এখানে কে বেশি জায়গা দখল করেছে- অর্থ্যাৎ কে বড় ? আয়তক্ষেত্রটি নাকি বর্গক্ষেত্রটি?
- ক্ষেত্রটি যতটুকু জায়গা দখল করেছে - তাকে ক্ষেত্রটির কি বলা হয়?
- আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানা বা বের করা কেন দরকার?
- আয়তক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং, এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আমরা কিভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- এই বর্গক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং, এই বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল আমরা কিভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- অর্থ্যাৎ, আমরা কিভাবে আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের হিসাব-নিকাশ করতে পারি-ইত্যাদি।

এভাবে পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের প্রারম্ভিক ধারণা অনুধাবনে শিক্ষার্থীদের সহায়তা করুন ।

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপন: পর্যায়-১

আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপনে প্রথমে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে হবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটির প্রতি শিক্ষার্থী দের দৃষ্টি আকর্ষণ করে সিদ্ধান্তে আসুন যে,

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =দৈর্ঘ্য× পস্থ বর্গ একক

কিন্তু বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, দৈর্ঘ্য ও পস্থ সমান।

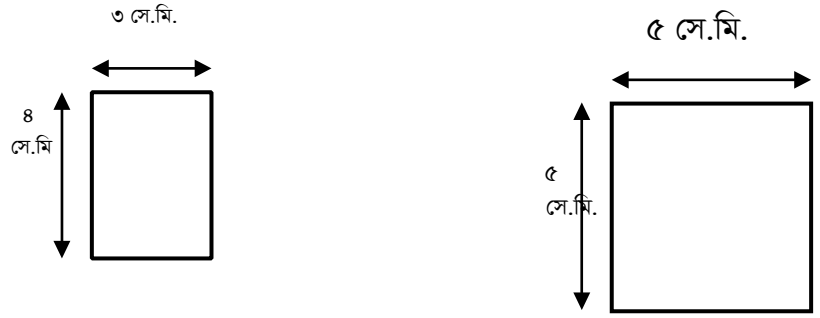
সতু রাং, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =বাহুর দৈর্ঘ্য×বাহুর দৈর্ঘ্য

বা, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহুর দৈর্ঘ্য বর্গ একক।

এভাবে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রের সাথে শিক্ষার্থীদের পরিচয় করিয়ে দিতে পারেন। পরবর্তী পর্যায়ে নিচের সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের দলীয় কাজ হিসেবে দিতে পারেন।

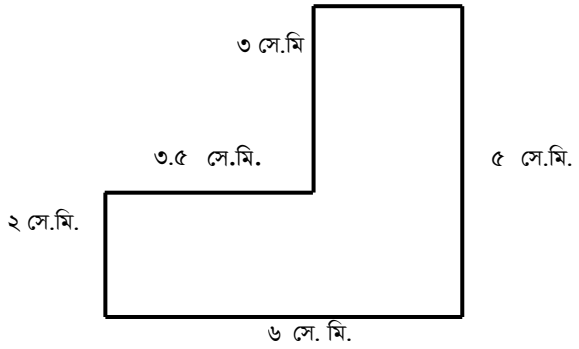
অনুশীলন : (দলীয় কাজ)আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা

নিচের আয়ত ও বর্গ দুইটি ব্ল্যাকবোর্ডের উপর অঙ্কন করে শিক্ষার্থীদেরকে নিজ নিজ খাতায় এদের ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করতে বলুন ও তা নির্ণয়ে প্রয়োজনে সহায়তা করুন ।



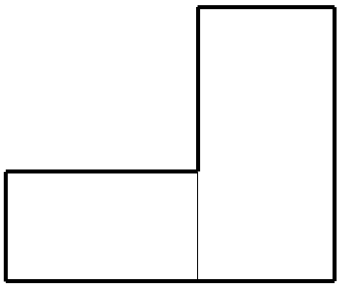
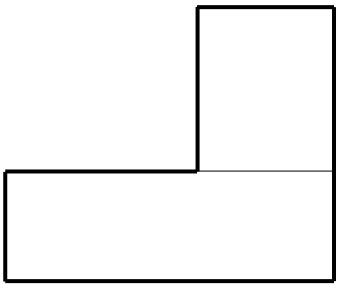
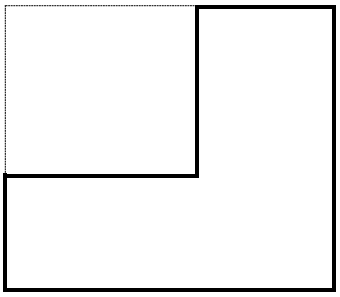
কর্মপত্র (জোড়ায় কাজ)

এরপর আপনি পাশের চর্তুভূজটির চিত্র বোর্ডে দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের এর ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা যায় তা নিয়ে জোড়ায় আলোচনা করে সমস্যাটি সমাধান করতে দিতে পারেন।



আলোচনার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের এটি বুঝতে সহায়তা করুণ যে, নিচের ৩টি উপায়ের যে কোন একটি ব্যবহার করে সমস্যাটির সমাধান করা যায়।

চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এরকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি	অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই রকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি	অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই বড় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ছোট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য

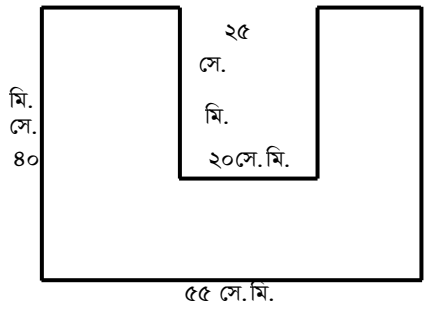




মূল্যায়নঃ

১. ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন

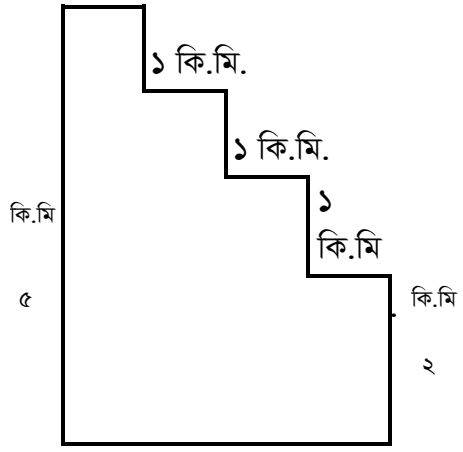
i)

২০ সে.মি. ১৫ সে.মি.



ii)

১ কি.মি.



৪

কি.মি.

২. একটি কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য ৫.২ মিটার এবং পস্থ ৫ মিটার। কক্ষের পুরো ফ্লোর ঢেকে দিতে কী পরিমাণ কার্পেট লাগবে?

৩. একটি বর্গাকৃতি টেবিল-ম্যাটের একপার্শ্বের দৈর্ঘ্য ১ মিটার ২৫ সে.মি.। ম্যাটের ক্ষেত্রফল বের কর।

৪. একটি কম্বলের দৈর্ঘ্য ২.৫ মিটার এবং প্রস্থ ১.৬ মিটার। কম্বলের ক্ষেত্রফল কত?

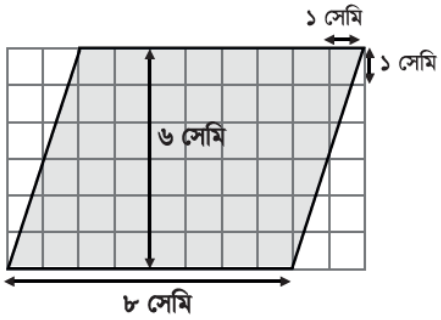
৫. একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ২৫ মিটার ২৫ সে.মি.। মাঠের ক্ষেত্রফল কত?

৬. ঙ) একটি ফুল বাগানের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার ৫০ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ মিটার ৭৫ সে.মি.। ফুল বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

মূল বিষয়বস্তু উপস্থাপনঃ পর্যায়-২
সামান্তরিক/রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

দ্রষ্টব্যঃ আয়তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করার ধারণা প্রদানের পরই কেবল সামান্তরিক ও রম্বসের ধারণা লাভ করা যায়।

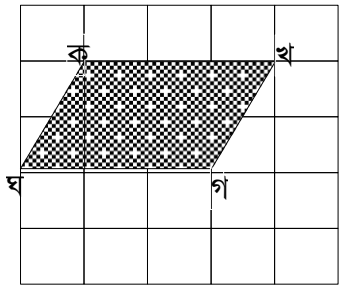
শিক্ষার্থীদের বলুন যে, পরিবেশের ক্ষেত্রসমহূ কেবল আয়তাকার বা বর্গাকার হয় না। এ ক্ষেত্রসমূহ সামান্তরিক বা রম্বসের আকৃতিও হতেপারে। এই পাঠে চিত্র-ঙ এর মতো বিভিন্ন সামান্তরিকের বা রম্বসের ক্ষেত্রফল বের করার পদ্ধতি এবং এই সম্পকির্ত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান বের করার কৌশলগুলো নিয়ে আলোচনা করা হবে।

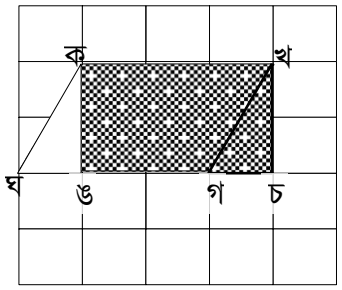


চিত্র-ঙ

এইক্ষেত্রে গিড্র পেপার বা কাগজ কেটে শিক্ষার্থীদের সামান্তরিক/রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নিণর্য়ের পদ্ধতি তুলে ধরা প্রয়োজন। প্রকৃতপক্ষে একটি সামান্তরিককে পুনরায় সজ্জিত (Rearrange) করে আয়ত এবং রম্বসকে পুনরায় সজ্জিত করে বর্গ তৈরি করা যায়। পরে সামান্তরিক বা রম্বসের ভূমি এবং উচ্চতা বের করতে পারলেই এদের ক্ষেত্রফল নিণর্য় করা যাবে। এ বিষয়টিকে শিক্ষার্থীদের সহজেই বোঝানোর জন্য তাদের উদ্দেশ্যে চার্ট-৪ এ উপস্থাপিত নিচের কাজগুলো পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা প্রদান করুন-

- শিক্ষার্থীদের বলুন যে, প্রথমে আমরা কখগঘ একটি সামান্তরিক আঁকি। একে খুব সহজে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায়। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে। কিভাবে সামান্তরিককে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায় তা বোঝার জন্য চলো আমরা নিচের কাজগুলো করি-





- ঘগ ভূমিরেখার ওপর কঙ একটি লম্ব টানি। ফলে কঘঙ একটি ত্রিভজু সৃষ্টি হলো। এবার কঘঙ ত্রিভুজটিকে সামান্তরিকের ডান পাশে আঁকি। ত্রিভুজটির নতুন অবস্থান খগচ- আর এভাবেই কখচঙ আয়তক্ষেত্র সৃষ্টি হলো। ফলে এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগঘ সামান্তরিকের সমান হবে। এখন আমাদের জানা নিয়মে কখচঙ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বের করলেই কখগঘ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল বের হবে।

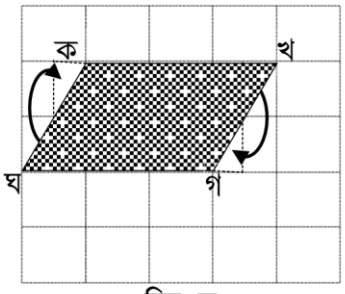
সতুরাং, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কখচঙ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অর্থাৎ, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা
= ঙচ×কঙ
= ঘগ ×কঙ (যেহেতু, ঙচ=ঘগ)
অতএব, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকটির ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা

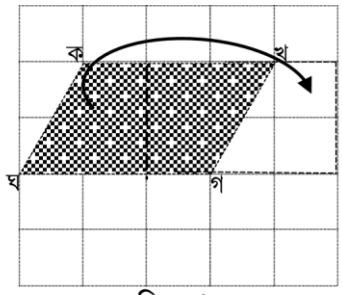
অর্থাৎ, যে কোন সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ভূমির দৈর্ঘ্য×সামান্তরিকের উচ্চতা
এক্ষত্রে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল =৩ সে.মি.×২সে.মি. = ৬ বর্গ সে.মি.।

অনুরূপভাবে দেখানো যাবে যে, রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

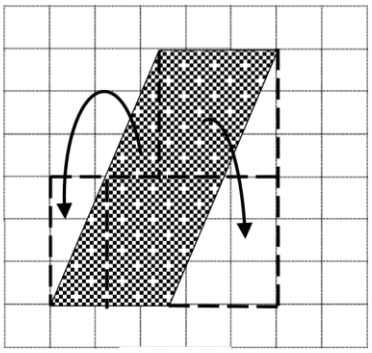
অনুশীলনী (দলীয় কাজ)
শিক্ষার্থীদের গ্রিড পেপার এবং নিচের চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর মত সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ দিন। তাদেরকে এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন আয়ত বা বর্গ তৈরি করতে বলুন। এইসব আয়ত বা বর্গের সাহায্যে চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর সামান্তরিক ও রম্বসগুলোর ক্ষেত্রফল বের করা যায় কিনা তা দলে আলোচনা করে উপস্থাপন করতে বলুন।

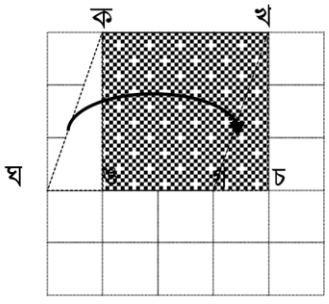


চিত্র: ক



চিত্র: খ


চিত্র: গ



চিত্র: ঘ

কর্মপত্র (জোড়ায় কাজ)
এরপর আপনি শিক্ষার্থীদের চিত্র-ঙ এর সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করে কিভাবে নির্ণয় করা যায় তা নিয়ে জোড়ায় আলোচনা করে সমস্যাটি সমাধান করতে দিতে পারেন।

অনুশীলনী (একক কাজ): চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীদের এই সমস্যাগুলো সমাধান করতে দিন:

একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি ১০ সে.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?
একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের উচ্চতা ৪ ইঞ্চি এবং ভূমি ৬ ইঞ্চি হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

এ্যাসাইনমেন্ট:

রম্বসকে পুনরায় সজ্জিত করে বর্গ তৈরি করা যায়। এই ধারণার আলোকে শিক্ষার্থীদের রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ দিন। তাদেরকে এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন বর্গ তৈরি করতে বলুন। এরপর তাদের দেখাতে বলুন যে,

রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

মূল্যায়ন:

১. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৪ বর্গ সে.মি. এবং দুই বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব ৪ সে.মি. হলে এর ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

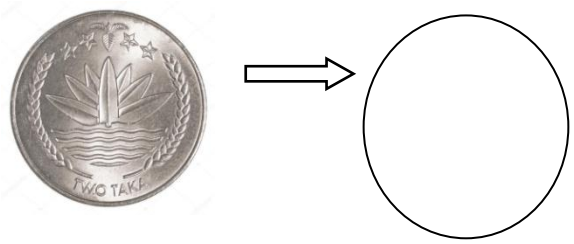
পাঠ ৮: বৃত্ত

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- বৃত্ত এবং বৃত্তের বিভিন্ন শিক্ষাদান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- বৃত্ত অংকন কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন

১। প্রারম্ভিক কার্যাবলি: উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য আপনি শ্রেণিকক্ষে শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করতে পারেন। বোর্ডের উপর দইু টাকার একটা মুদ্রা রেখে চারদিকে পেন্সিল দিয়ে দাগ টেনে প্রথমে শিক্ষার্থীদের মনোযোগ আকর্ষণ করতে বলতে পারেন যে, আমরা দেখতে পাচ্ছি বোর্ডে বেশ কিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হলো।

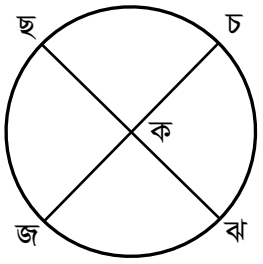
- এটি কীসের চিত্র?
- বৃত্ত কাকে বলে?



চিত্র: ক

প্রারম্ভিক কাজের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের এটি বুঝতে সহায়তা করুন যে, যে বক্ররেখা দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হলো সেটিই হলো বৃত্ত এবং এই আবদ্ধ তলটিকে বলা হয় বৃত্ত ক্ষেত্র। এরপর এই পাঠে উল্লেখিত ৩য় শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য উপযোগি মূল্যায়ন ও ফলাবর্তনের প্রশ্নগুলোই আপনি ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে করতে পারেন। চিত্র-খ দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের পর্যায়ক্রমে প্রশ্ন করতে পারেন:

- ক বিন্দুটিকে কী বলা হয়?
- চ, ছ, জ ও ঝ বিন্দুগুলো ক বিন্দু থেকে কতটুকু দূরত্বে আছে?
- এইভাবে বৃত্তটির উপর আরও কয়েকটি বিন্দু নিলে কেন্দ্র ক থেকে এদের দৈর্ঘ্য কত হবে?
- কীসের সাহায্যে এবং কীভাবে বৃত্ত অঙ্কন করা যায় ?
- কাগজের উপর অঙ্কিত যেকোন বৃত্তের কেন্দ্র কাগজটি ভাঁজ করে কিভাবে খুঁজে বের করা যায়?- ইত্যাদি।



চিত্র: খ

এরপর শিক্ষার্থীদের বলুন যে, আজকে আমরা এই বৃত্ত নিয়ে আলোচনা করে তার বিভিন্ন অংশ ও তাদের বৈশিষ্ট্য সর্ম্পকে জানবো।

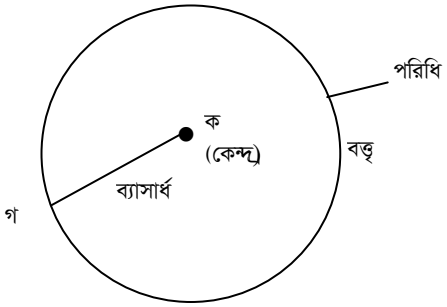
শিখন-শেখানো কৌশল উপস্থাপন:

এরপর মূল বক্তব্য উপস্থাপন কৌশলগুলো কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক...

বৃত্তের বিভিন্ন অংশ ও তাদের বৈশিষ্ট্যাবলি

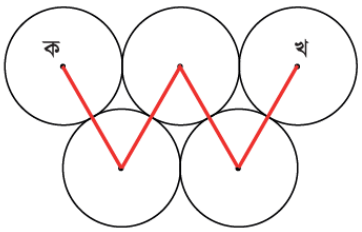
পর্যায়-১ : বৃত্ত এবং এর পরিধি, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ

প্রারম্ভিক কাজের চিত্র-ক ও চিত্র-খ এর প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে তাদের জানান যে, যে বক্ররেখাটি বৃত্তকে আবদ্ধ কওে রেখেছে তাকে বলা হয় বৃত্তের পরিধি। এপর শিক্ষার্থীদের বলুন যে, চিত্র-খ এর মতো বৃত্তের পরিধির উপর বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু চ, ছ, জ এবং ঝ নিয়ে কখ, কগ, কঘ এবং কঙ রেখাংশগুলো এঁকে স্কেল দিয়ে মাপলে দেখা যাবে যে এই রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। এইভাবে বৃত্তর পরিধির উপর আরও কয়েকটি বিন্দু নিয়ে রেখাংশ অঙ্কন করলে এদের দৈর্ঘ্যও সমান হবে। আমরা জানি যে, বৃত্তের ঠিক মাঝখানের নির্দিষ্ট বিন্দুটি হলো বৃত্তের কেন্দ্র- আর এই প্রতিটি রেখাংশ কখ, কগ, কঘ এবং কঙ ইত্যাদিকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলা হয়। অর্থাৎ ব্যাসার্ধ হলো কেন্দ্র থেকে পরিধির দূরত্ব। এরপর নিচের অনুরূপ বৃত্তের চার্ট ঝুলিয়ে দিয়ে শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে দেখতে বলুন এবং বৃত্ত এবং এর পরিধি, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ বুঝতে সহায়তা করুন।



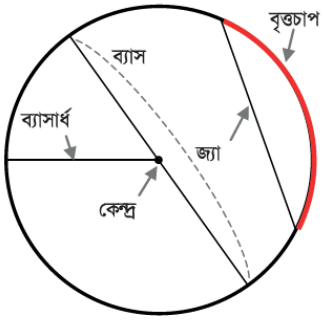
কর্মপত্র (জোড়ায় কাজ)

এই পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের চিন্তকে উদ্বুদ্ধ করার জন্য আপনি নিচের চিত্র সংশ্লিষ্ট পাঠ্যপুস্তকের ১১৪ নং পৃষ্ঠার ৯ নং সমস্যাটি নিয়ে তাদেরকে জোড়ায় আলোচনা করে এর সমাধান বের করতে বলতে পারেন।



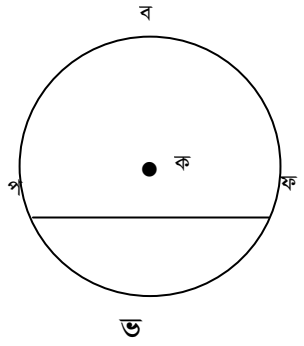
পর্যায়-২ : বৃত্ত এবং বৃত্তচাপ, জ্যা ও ব্যাস

এই পর্যায়ে পাঠ্যপুস্তকের ১০৯ নং পৃষ্ঠার নিচের চিত্রের মতো বৃত্তের চার্ট শ্রেণিকক্ষে ঝুলিয়ে দিয়ে এর প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করুন।

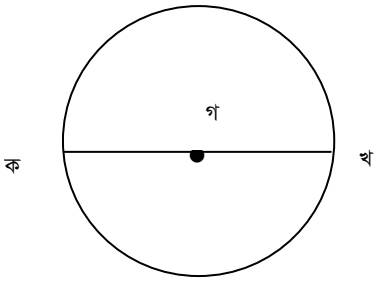


তাদের জানান যে, পরিধির যে কোন একটি অংশকে বৃত্তচাপ বলা হয়- আর একটি বৃত্তচাপের শেষ প্রান্ত বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলা হয় । সুতরাং বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে কোন দইুটি বিন্দুর সংযোজক

রেখাংশ একটি জ্যা। প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি বৃত্তচাপে বিভক্ত করে। অর্থাৎ, জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেকটি অংশই বৃত্তচাপ বা সংক্ষেপে চাপ। এরপর নিচের চিত্রটি বোর্ডে এঁকে শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করুন ও বলুন যে, এই জ্যাটির দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির দুইটি বিন্দু ব এবং ভ নিই। তাহলে জ্যা দ্বারা উৎপন্ন চাপ দু'টি হলো পবফ এবং পভফ।

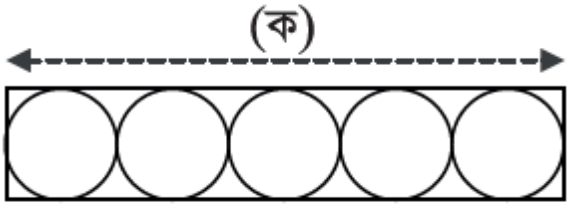


বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হতেও পারে-আবার নাও হতে পারে। বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হলে তাকে ব্যাস বলে এবং ব্যাস হলো বৃত্তের সবচেয়ে বড় জ্যা -এটি বুঝতে শিক্ষার্থীদের বিশেষ ভাবে সহায়তা করুন। সেই সাথে বৃত্তের ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে এই ধারণা লাভে তাদের সহায়তা করুন। এই পর্যায়ে তাদের প্রশ্ন করুন, একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ও ব্যাসের মধ্যে সম্পর্ক কি? 'বৃত্তের ব্যাসের অর্ধেককে ব্যাসার্ধ এবং ব্যাসার্ধের দ্বিগুণকে ব্যাস বলে'- চিত্রের সাহায্যে এই ধারণা লাভে তাদের সহায়তা করুন। যেমন, নিচের চিত্র দেখিয়ে তাদের উদ্দেশ্যে বলা যেতে পারে, কখ একটি জ্যা, যা বৃত্তের কেন্দ্র গ দিয়ে গেছে। এক্ষেত্রে জ্যাটি বৃত্তের একটি ব্যাস। তাহলে, যে জ্যা কেন্দ্র ভেদ করে উভয় দিকে পরিধি/বৃত্ত পযর্ন্ত বিস্তৃত হয় তাকে ব্যাস বলে। ব্যাসের মধ্যবিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র ব্যাসের অর্ধেক ব্যাসার্ধ ব্যাস বত্ত্ব টিকে দু'টি সমান অংশে বিভক্ত করে, যার প্রত্যেকে একটি অর্ধবৃত্ত । ব্যাসটিই বৃত্তের সবচেয়ে বড় জ্যা।



কর্মপত্র (জোড়ায়কাজ)

এই পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের চিন্তকে উদ্বুদ্ধ করার জন্য আপনি ব্যাসার্ধ ও ব্যাস সংশ্লিষ্ট পাঠ্যপুস্তকের ১১৪ নং পৃষ্ঠার ৮ নং সমস্যাটি শ্রেণির কাজ হিসেবে দিতে পারেন- যেখানে নিচের চিত্রের একই প্রকারের ৫টি থালার ব্যাসার্ধ দেয়া আছে যা থেকে তারা (ক) এর পরিমাপ ও থালাগুলোর ব্যাস বের করবে ।



বৃত্ত অঙ্কন

শিক্ষার্থীদের বলুন যে, গোলাকার চাকতি অথবা দইু টাকার মুদ্রা কাগজের উপর চেপে ধরে চারদিকে পেন্সিল দিয়ে রেখা টানলে বৃত্ত হয় অথবা বৃত্ত আঁকা যায়। কিন্তু এভাবে আঁকা বৃত্তের আকৃতি নিজের ইচ্ছামতো বা মাপমতো হয় না। তাই সঠিকভাবে বত্তৃ আঁকার জন্য কম্পাস ব্যবহার করা হয়। জ্যামিতি বক্সের মধ্যে এ ধরনের কম্পাস থাকে। কম্পাস দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের এরপর বলুন যে কম্পাসের দইুটি ধাতব দণ্ডের একটির শেষ প্রান্ত এরকম অতি সরু কাঁটা বা এন যুক্ত এবং অপরটিতে পেন্সিল ঢুকিয়ে স্ক্রু দিয়ে পেন্সিল শক্ত করে আটকে রাখা হয়। তারপর সরু প্রান্তটি কাগজের উপর চেপে ধরে অপর প্রান্তে সংযুক্ত পেন্সিল কাগজের উপর চারদিকে ঘুরিয়ে আনলেই বৃত্ত আঁকা হয়। যেমনটি এই চিত্রে দেখানো হয়েছে।

এই পর্যায়ে নিদির্ষ্ট ব্যাসার্ধের বৃত্ত অঙ্কণের পদ্ধতি সুস্পষ্ট ভাবে উপস্থাপন করতে শিক্ষার্থীদের জানান যে, নিদির্ষ্ট ব্যাসার্ধের বৃত্ত আঁকতে হলে কম্পাসের সরু প্রান্ত স্কেলের শূন্য চিহ্নিত বিন্দুতে এবং অপর প্রান্তে পেন্সিলের মাথা নিদির্ষ্ট দৈর্ঘ্য সূচক বিন্দুতে বসাতে হয়। তারপর কম্পাসটি সাবধানে তুলে নিয়ে খাতায় বা কাগজের উপর এমনভাবে বসাতে হয় যাতে সচূ ালো কাঁটাটি কাগজের পিঠে নির্দিষ্ট বিন্দুতে আটকে থাকে। সূচালো কাঁটাটি স্থির অবস্থানে রেখে কম্পাসের বাকি বাহুর সাথের পেন্সিলটি কাগজের পিঠে আলতোভাবে চেপে ধরে চারদিকে ঘুরিয়ে আনতে হয়। এভাবে বৃত্ত আঁকা হয়।

অনুশীলন (একক কাজ): ২.৫৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত শিক্ষার্থীদের অঙ্কন করতে দিন। এরপর তাদেরকে বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ অঙ্কন করতে বলুন ও প্রশ্ন করুন সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি? পরীক্ষা করে শিক্ষার্থীদের সিদ্ধান্ত উপস্থাপন করতে বলুন।

মূল্যায়ন ও ফলাবর্তনঃ

পাঠ্যপুস্তকের ১১৪ নং পৃষ্ঠার বৃত্ত সম্পর্কিত নিচের বাক্যগুলোর খালি অংশ পূরণ করতে দিয়ে আপনি শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন ও প্রয়োজনীয় ফলাবর্তন প্রদান করতে পারেন-

- কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব হলো (ক) .....
- পরিধির একটি অংশ হলো (খ) .....
- একটি রেখাংশ যা (খ) এর দুইটি প্রান্তবিন্দু যোগ করে তা হলো (গ) .....
- (গ) যদি বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়, তাহলে তাকে বলে (ঘ) .....
- যদি (ঘ) ১০ সেমি হয়, তাহলে (ক) হবে ..... সেমি

ডিপিএড শিক্ষার্থীর মূল্যায়নঃ শিক্ষক হিসেবে আপনি আলোচ্য বিষয়ে কীভাবে বিকল্প শিখন শেখানো কার্যক্রম উপস্থাপন করতে পারেন তা নিয়ে ভাবুন এবং সে অনুযায়ী আপনার বিকল্প কৌশল উপস্থাপন করুন।

অধ্যায় ১১
পরিমাণবাচক সম্পর্ক

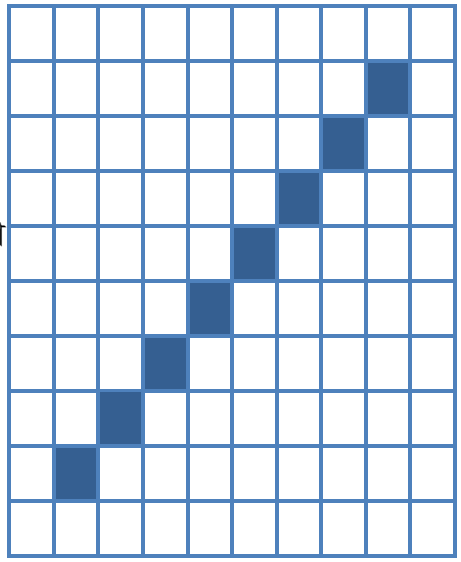
দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন ক্ষেত্রে শতকরা হিসাব ব্যবহার করা হয়। শতকরা শব্দের অর্থ প্রতি শতে বা প্রতি ১০০ এর মধ্যে তুলনা করা। ভগ্নাংশের তুলনার সুবিধার জন্যই শতকরা হার ব্যবহার করা হয়। এছাড়া আয়-ব্যয়, লাভক্ষতি, জন্ম-মৃত্যুর হিসাব, বাজেট, মুনাফা, পরীক্ষার ফল ইত্যাদি ক্ষেত্রে শতকরার ব্যবহার অনস্বীকার্য ব্যাংক, বীমা, চুক্তিপত্র প্রভৃতি ক্ষেত্রেও শতকরার ব্যবহার অপরিহার্য।

পাঠ-১: শতকরা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- **শতকরার ধারণা শিখন-শেখানো কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন**
- **শতকরা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান শিক্ষাদান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন**

প্রারম্ভিক কার্যাবলি: শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০। শতকরার মাধ্যমে একটি সংখ্যা ও ১০০ এর মধ্যে তুলনা করা যায়। শতকরা শব্দের অর্থ প্রতি শতে বা প্রতি একশতে। চিত্রে ১ শত ঘরের মধ্যে ৮টি ঘর গাঢ় রং করা হয়েছে। এক্ষেত্রে বলা যায়, প্রতি শতে ৮টি ঘর গাঢ় করা হয়েছে। অর্থাৎ প্রতি শতে ৮টি ঘরে গাঢ় রং। প্রতি শতে ৮ কে শতকরা ৮ বলা হয় এবং লেখা হয় ৮%। চিত্রে গাঢ় রং করা ঘরগুলো সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির $\frac{৮}{১০০}$ অংশ।



কাজেই শতকরা ৮ বলতে প্রতি একশতে ৮ বা $\frac{৮}{১০০}$ বা ০.০৮ অংশ বোঝায়।

আবার $\frac{৪}{৫} = \frac{৮০}{১০০}$ অর্থাৎ $\frac{৪}{৫}$ কে শতকরা ৮০ বলা যায় এবং ৮০% লেখা হয়। শতকরা প্রকাশের প্রতীক % এবং এর অর্থ প্রতি শতে বা প্রতি একশতে। শতকরাকে শতাংশও বলা হয়।

শতকরার ধারণা

কোন সংখ্যা বা রাশিকে শতকরায় প্রকাশ করতে হলে ১০০ ভাগ করে শতকরা চিহ্ন (%) দিয়ে লিখতে হয়। উদাহরণ ১ থেকে ৩ দেখুন।

$$১\% = \frac{১}{১০০} = ১ \times \frac{১}{১০০}$$

$$৩০\% = \frac{৩০}{১০০} = ৩০ \times \frac{১}{১০০}$$

কোন শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তরের জন্য শতকরা মানটিকে ১০০ দিয়ে গুণ করে % চিহ্ন তুলে দিতে হয়। উদাহরণ ৪ এবং ৫নং দেখুন।

উদাহরণ ১। $\frac{৩}{৪}$ কে শতকরায় প্রকাশ করুন।

সমাধান: $= \frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ১০০}{৪ \times ১০০} = \frac{৩ \times ১০০^{২৫}}{৪} \times \frac{১}{১০০}$

$= ৭৫ \times \frac{১}{১০০}$

$= ৭৫\%$

উত্তর ৭৫%

উদাহরণ ২। $\frac{১৩}{১০}$ কে শতকরায় প্রকাশ করুন।

সমাধান: $= \frac{১৩}{১০} = \frac{১৩ \times ১০০}{১০ \times ১০০} = \frac{১৩ \times ১০০}{১০} \times \frac{১}{১০০}$

$= ১৩০ \times \frac{১}{১০০}$

$= ১৩০\%$

উত্তর ১৩০%

উদাহরণ ৩। ১০ টাকা ২৫ টাকার কত অংশ শতকরায় প্রকাশ করুন।

সমাধান: ১০ টাকা = ২৫ টাকার $= \frac{১০}{২৫}$

$= \frac{১০}{২৫} = \frac{১০ \times ১০০}{২৫ \times ১০০} = \frac{১০ \times ১০০^{৪}}{২৫} \times \frac{১}{১০০}$

$= ৪০ \times \frac{১}{১০০}$

$= ৪০\%$

উত্তর ৪০%

উদাহরণ ৪। $\frac{৪৫}{১০০}$ ৪৫% কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন সামাধান: ৪৫% $= ৪৫ \times \frac{১}{১০০}$

$=$

$= \frac{৯}{২০}$ উত্তর: $\frac{৯}{২০}$

উদাহরণ ৫। একটি বিদ্যালয়ে ৪৫% শিক্ষার্থী বালক। ঐ বিদ্যালয়ে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ৫০০ জন হলে বালকের সংখ্যা কত?

সমাধান: বালকের সংখ্যা = ৫০০ জনের ৪৫%

$= ৫০০$ জনের $\frac{৪৫}{১০০}$ অংশ

$= ৫০০$ এর $\frac{৪৫}{১০০} = ২২৫$ জন

উত্তর: ২২৫ জন বালক।

বিকল্প পদ্ধতিঃ

১০০ জন শিক্ষার্থী র মধ্যে বালক ৪৫ জন

∴১ জন শিক্ষার্থী র মধ্যে বালক $\frac{৪৫}{১০০}$"

∴ ৫০০ " " " " $\frac{৪৫ \times ৫০০}{১০০}$

$= ২২৫$ জন

উত্তর: ২২৫ জন।

দলে বিভাজন করে শিক্ষার্থীদের শতকরা সম্পর্কিত গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে দিন। শতকরা শিক্ষাদানের পূর্বে শিক্ষকের শতকরা সম্পর্কে ধারাবাহিক জ্ঞান থাকতে হবে। এবং শিক্ষাদানকালে তিনি ধারাবাহিকভাবে অগ্রসর হবেন। তাহলে শিক্ষাদান ফলপ্রসূ হবে এবং শিক্ষার্থীদের বুঝতে ও মনে রাখতে সুবিধা হবে। শিক্ষক বিভিন্ন বাস্তব উপকরণ, ছবি ও চার্ট ব্যবহার করে শতকরার অর্থ, শতকরা লেখার প্রতীক বা চিহ্ন শিক্ষার্থীদের ভালভাবে শেখাবেন এবং বিভিন্ন উদাহরণ দিয়ে তাদের অনুশীলন করাবেন। শিক্ষক শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের শতকরা সম্পর্কিত সহজ সমস্যা সমাধান করতে দেবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা দেবেন।

পাঠ-২: শতকরার ব্যবহার (লাভ-ক্ষতি, মুনাফা)

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ

- জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি ও মুনাফা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান শিক্ষাদান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন

দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পর্কযুক্ত যে কোন একটি সমস্যা নিয়ে পাঠের সূচনা করা যেতে পারে। যেমন,

ইনফিনিটি মেগা স্টোর

প্রতিটি পণ্যে

২০% ডিসকাউন্ট

উপরোক্ত বিজ্ঞাপনটি প্রদর্শন করে এবং এতে কী তথ্য সন্নিবেশিত আছে চিন্তা করার সুযোগ দিয়ে শ্রেণিকক্ষে লাভ-ক্ষতি ও মুনাফা সংক্রান্ত সমস্যা উপস্থাপন ও সমাধানের সূচনা করা যেতে পারে।

শিক্ষার্থীদের সমস্যা উপস্থাপন করতে সহায়তা করুন।

উদাহরণ দিন: ১। একটি শার্টের ক্রয়মূল্য মূল্য ১২০০ টাকা। শার্টটির ২০% লাভে বিক্রয় মূল্য কত হবে?

২। একটি শার্টের ক্রয়মূল্য ১০০০টাকা। শার্টটি ২০% ডিসকাউন্টে বিক্রয় করলে কত টাকা ক্ষতি হবে? ইত্যাদি।

অনুরূপভাবে শিক্ষার্থীদের সমস্যা দুইটির সমাধান চিন্তা করতে বলুন এবং বোর্ডে সমাধান করতে সহায়তা করুন।

শিক্ষার্থীদের সমস্যা তৈরি করতে দিন এবং সমাধানে সহায়তা করুন।

নিম্নের সমস্যা উপস্থাপন করুন এবং শির্ক্ষাথীদের দলে আলোচনা করে সমাধান করতে সহায়তা করুন।

(১) মনে করি, ক এর মান ৫% বাড়লে খ-এর মানের সমান হয়। ক = ৬০ হলে খ-এর মান কত?

(২) মনে করি, ক-এর মান ৮% বৃদ্ধি পেলে খ-এর মানের সমান হয়। খ = ৮১ হলে ক-এর মান কত?

[সমাধানের সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা]

(১)	(২)
$ক + \frac{৫}{১০০} \times ক = খ$ এবং ক=৬০	$ক + \frac{৮}{১০০} \times ক = খ$ এবং খ=৮১
সুতরাং $৬০ + \frac{৫}{১০০} \times ৬০ = খ$	সুতরাং, $ক + \frac{৮}{১০০} \times ক = ৮১$
$\therefore$ খ=৬৩	$\frac{১০৮}{১০০} \times ক = ৮১$
	$\therefore$ ক=৭৫

উদাহরণ: সখীপুর গ্রামের লোক সংখ্যা ১২৮০ জন। ঐ গ্রামের ৪০% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা নির্ণয় কর।

শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে সমাধান করুন

সমাধানঃ সখীপুর গ্রামে ৪০% লোক শিক্ষিত।

অর্থাৎ, ১০০ জন লোকের মধ্যে শিক্ষিত ৪০ জন

$$১ \text{ " } \text{ " } \text{ " } \frac{৪০}{১০০} \text{ "}$$

$$১২৮০ \text{ " } \text{ " } \text{ " } \frac{৪০ \times ১২৮০}{১০০} = ৫১২ \text{ জন}$$

অনুশীলন: একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৪৬ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে? সমস্যাটি বোর্ডে উপস্থাপন করে শিক্ষার্থীদের সমাধান চিন্তা করতে সহায়তা করুন। সমাধানের জন্য কী করতে হবে এবং কী প্রক্রিয়া অবলম্বন করতে হবে তা স্বাধীনভাবে ব্যক্ত করতে দিন।

সমাধানঃ ক্রয় মূল্য ৫০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪৬ টাকা
ক্ষতি = ৫০ টাকা - ৪৬ টাকা = ৪ টাকা
৫০ টাকায় ক্ষতি হয় ৪ টাকা

$$১ \text{ " } \text{ " } \text{ " } \frac{৪}{৫০} \text{ "}$$

$$\therefore ১০০ \text{ " } \text{ " } \text{ " } \frac{৪ \times ১০০}{৫০} = ৮ \text{ টাকা}$$

∴ শতকরা ৮ টাকা ক্ষতি হয়।

অনুশীলন: **মাহফুজা ৫০০ টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৩ বছরে ১০৫ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?**

সমস্যাটি বোর্ডে উপস্থাপন করে শিক্ষার্থীদের সমাধান চিন্তা করতে সহায়তা করুন। সমাধানের জন্য কী করতে হবে এবং কী প্রক্রিয়া অবলম্বন করতে হবে তা স্বাধীনভাবে ব্যক্ত করতে দিন। শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে সমাধান করে দিন।

সমাধানঃ
৫০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা ১০৫ টাকা

$$৫০০\text{ ”} \quad ১\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{১০৫}{৩}\text{ ”}$$

$$১\text{ ”} \quad ১\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{১০৫}{৫০০\times৩}\text{ ”}$$

$$১০০\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{\cancel{১০৫}\times\cancel{১০০}}{\cancel{৫০০}\times\cancel{৩}_{১}} = ৭\text{ টাকা}$$
$$\cancel{৫}_{১}$$

∴ শতকরা বার্ষিক মুনাফা ৭ টাকা।

নিম্নের সমস্যাটি উপস্থাপন করে সমাধান চিন্তা করতে বলুন এবং নিজ নিজ খাতায় সমাধান করতে বলুন। শিক্ষার্থীদের সমাধান ঘুরে ঘুরে দেখুন। কমন এবং ভিন্নরকম সমাধান বোর্ডে বিনিময় করতে সহায়তা করুন।

উদাহরণ: মুনাফার হার ৮% হলে কত টাকার ৫ বছরের মুনাফা ২৪০ টাকা হবে?

প্রয়োজনে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে সমাধান করে দিন।
সমাধানঃ
৮ টাকা মুনাফা হয় ১ বছরে যখন আসল ১০০ টাকা

$$১\text{ ”} \quad ১\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{১০০}{৮}\text{ ”}$$

$$২৪০\text{ ”} \quad ১\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{১০০\times২৪০}{৮}\text{ ”}$$

$$২৪০\text{ ”} \quad ৫\text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \text{ ”} \quad \frac{\overset{৩০}{\cancel{১০০}}\times\cancel{২৪০}_{৬}}{\cancel{৮}\times\cancel{৫}} = ৬০০\text{ টাকা}$$
$$১ \quad ১$$

= ৬০০ টাকা।

অনুশীলনঃ ছোট দলে ভাগ করে শিক্ষার্থীদের জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি ও মুনাফা সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে দিন।

মূল্যায়ন

১. চন্দনপুর গ্রামে লোকসংখ্যা শতকরা ৪ জন বৃদ্ধি পেয়ে ১০৪০ জন হলো। পূর্বে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কতজন ছিল?

২. মাহফুজা ব্যাংকে ৯০০ টাকা জমা রেখে ৩ বছরে ৮১ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

৩. একটি সাইকেল ৬০০০ টাকায় কিনে ৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে কত টাকা ক্ষতি হবে?

পাঠ -৩: উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ শিখন-শেখানো কার্যক্রম

নিকট পরিবেশের বিভিন্ন তথ্যসমূহকে আমরা বিভিন্ন প্রয়োজনে উপাত্তরূপে সংগ্রহ করি। শিশুদের পরিচিত পরিবেশ হতে বিভিন্ন ধরনের তথ্যকে উপাত্তরূপে সংগ্রহ এবং এ সকল উপাত্তসমূহকে বিন্যস্ত করে তা ব্যবহার করার সুযোগ দেওয়া অত্যন্ত প্রয়োজন। ছবি বা সাংকেতিক চিহ্নের মাধ্যমে সংগৃহীত উপাত্তকে উপস্থাপন করলে তা সাক্ষর বা নিরক্ষর নির্বিশেষে সকলের কাছে সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে। এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ সম্পর্কিত **শিখন শেখানো কার্যক্রম** উপস্থাপন করতে পারবেন।

চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণিতে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ বিষয়সমুহ অন্তর্ভুক্ত আছে। আমাদের এ সেশনে আলোচনা করবো কীভাবে আপনারা চতুর্থ বা পঞ্চম শ্রেণিতে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ সম্পর্কিত বিষয়গুলো উপস্থাপন করতে পারেন। প্রথমেই আমরা দেখি চতুর্থ শ্রেণির জন্য উপাত্ত সংগ্রহ বিষয়ে শিক্ষার্থীদের জন্য কী কী যোগ্যতা/শিখনফল নির্ধারিত আছে-

- পরিবেশের বিভিন্ন তথ্যের উৎস (জনসংখ্যা, গাছ-পালা, ছাত্র-ছাত্রী, পশু-পাখি, আসবাবপত্র, বই ইত্যাদি) চিহ্নিত করে উপাত্ত সংগ্রহ করতে পারবে।
- সংগৃহীত উপাত্তকে ট্যালি চিহ্ন ও সারণীর সাহায্যে বিন্যস্ত করতে পারবে।

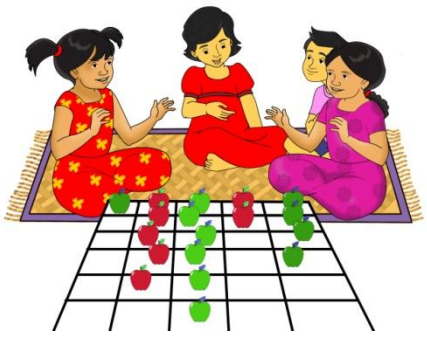
এরপর আমরা দেখি পঞ্চম শ্রেণির জন্য উপাত্ত সংগ্রহ বিষয়ে শিক্ষার্থীদের জন্য কী কী যোগ্যতা/শিখনফল নির্ধারিত আছে-

- অবিন্যস্ত উপাত্তকে বিন্যস্ত করতে পারবে।
- লেখচিত্রের ধারণা লাভ করবে এবং জনসংখ্যা সংক্রান্ত উপাত্ত থেকে লেখচিত্র আঁকতে পারবে।
- লেখচিত্র থেকে বিভিন্ন তথ্য চিহ্নিত করতে পারবে।
- বাংলাদেশের জনসংখ্যা, নারী-পুরুষের সংখ্যা ও জনসংখ্যার ঘনত্ব সংবলিত সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

চতুর্থ বা পঞ্চশ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের উপরোক্ত যোগ্যতা বা শিখনফলগুলো অর্জন করাতে আপনি কী কী **শিখন-শেখানো কার্যাবলির** পরিকল্পনা গ্রহণ করতে পারেন? প্রথমেই আসা যাক, প্রারম্ভিক অনুশীলন/ভাবনার জন্য নিম্নরূপ কার্যক্রম আমরা গ্রহণ করতে পারি।

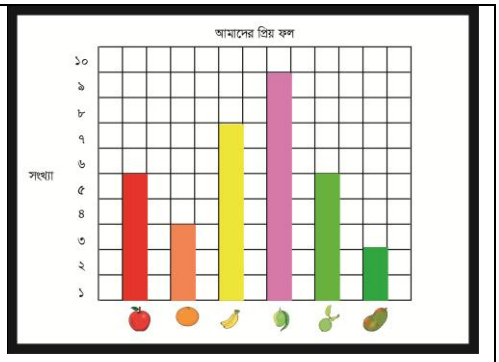
১. উপাত্ত সংগহ ও বিন্যস্তকরণ

প্রারম্ভিক ভাবনা (Starter Activities): উপরোক্ত শিখনফল অর্জনের জন্য শুরুতে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করা যায়। শিক্ষক শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের একটি প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করে তথ্য/উপাত্ত সংগ্রহ বিষয়ে অবতারণা করতে পারেন। যেমন, চতুর্থ শ্রেণির শিশুদের উদ্দেশ্য করে; শিশুরা তোমরা কে কোন্ ফল সবচেয়ে বেশি পছন্দ কর? এক্ষেত্রে ফলের নাম কাগজে লিখে কাগজের ঐ অংশকে ফলের একটু নমুনা হিসেবে তৈরি করে সামনে নিয়ে আসার আহবান করতে



চিত্র: ক

পারেন। পরবর্তীতে একটি পোস্টার কাগজের ওপর/ ফ্লানেল বোর্ডে পছন্দ অনুযায়ী ফল/ ফলের আকৃতিসমূহকে ডানপার্শ্বের চিত্ররূপে সাজিয়ে একই রকম ফলকে উপর-নীচ করে সাজাতে বলবেন। এভাবে যদি শ্রেণিকক্ষে ৩২জন শিক্ষার্থী থাকে তাহলে ৩২জনের পছন্দ অনুযায়ী ফলের একটি স্তম্ভলেখ তৈরি হলো (চিত্র:ক)। পরবর্তীতে একটি ছকবর্গ কাগজের প্রত্যেকটি ছোট বর্গক্ষেত্রকে প্রতিটি ফলের জন্য এর প্রতিকীরূপ ধরে পার্শ্বের চিত্র (চিত্র-খ) অনুযায়ী একটি গ্রাফ/ লেখচিত্র তৈরি করা যায়। অনুরূপভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থী-শিক্ষককে এর একটি বিকল্প ভাবনা নিয়ে ভাবতে বলা যেতে পারে এবং সে অনুযায়ী তাদেরকে তাদের বিকল্প ভাবনা উপস্থাপন করতে উৎসাহিত করা যায়।



চিত্র: খ

২. উপস্থাপন কৌশল

এবার উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ শ্রেনিকক্ষে উপস্থাপন বিষয়ে কৌশলগুলো কী কী হতে পারে সে নিয়ে কিছু আলোচনা করা যেতে পারে।

প্রাত্যাহিক জীবনের বাস্তব ধারণার ওপর ভিত্তি করে চতুর্থ বা পঞ্চম শ্রেণিতে শিক্ষার্থীদের উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ সম্পর্কিত পরিসংখ্যানিক বিভিন্ন ধারণা দেয়া হয়েছে। শিক্ষক হিসেবে শিখন-শেখানোর সময় সেই সকল দিকে গুরুত্ব দেওয়া উচিত, যা শিক্ষার্থীদের জানতে উৎসাহিত করবে এবং তার পারিপার্শ্বিক পরিসংখ্যানগত পরিচিতি থেকে অর্জিত তথ্য বা উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ বা ঘটনসংখ্যার সারণি থেকে যেন তা বিশ্লেষণ করতে পারে। যেহেতু প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের কাছে এ ধারণা একেবারেই নতুন, তাই তারা যেন বঝুতে পারে পরিসংখ্যানগত ধারণা তাদের জীবনের বাইরের কিছু নয়। পাশ্চাত্যে কোনো কোনো দেশে ২য় বা ৩য় শ্রেণি থেকে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ বিষয়ে শিক্ষার্থীদের প্রত্যক্ষভাবে ধারণা প্রদান করা হয়; সেক্ষেত্রে আমাদের দেশে এ বিষয়ে ৪র্থ শ্রেণি থেকে ধারণা প্রদান করা হয়েছে। শিক্ষার্থীদের নিকট পরিবেশ ও অভিজ্ঞতার ওপর ভিত্তি করে তথ্য বা উপাত্ত সংগ্রহ করা প্রয়োজন। তাই বিদ্যালয়ের বিভিন্ন উপাত্ত এবং শিক্ষার্থীদের দৈনন্দিন জীবন থেকে বিভিন্ন উপাত্ত যেমন, শিক্ষার্থীদের পরিবারের সদস্য সংখ্যা, শিক্ষার্থীদের পছন্দের ফুল ও ফল, ওজন, উচ্চতা, পরীক্ষায় বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর ইত্যাদি থেকে উপাত্ত সংগ্রহ করা এবং বিন্যস্তকরণের মাধ্যমে এ বিষয়ে সম্যক ধারণা প্রদান করার চেষ্টা করা হয়েছে।

উদাহরণ স্বরূপ, কল্যান্দী সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়র ৪র্থ শ্রেণিতে উপস্থিত ৩০জন শিক্ষার্থীকে তাদের নিজ নিজ পরিবারের সদস্য সংখ্যা জিজ্ঞেস করে নিম্নের সংখ্যাগুলো পাওয়া গেল।

৫, ৩, ৫, ৭, ৪, ৩, ৬, ৬, ৮, ২, ৫, ৬, ২, ৫, ৭
৪, ৩, ৬, ৮, ৪, ৬, ৩, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২, ৫, ৫

এবার, কতজন শিক্ষার্থীর পরিবারের মধ্যে চারজন করে সদস্য রয়েছে তা তাদের হিসাব করতে বলুন। তারা কীভাবে তা গণনা করে; আঙুল ব্যবহার করে, দাগ দিয়ে অথবা অন্য কোন উপায়ে তা প্রত্যক্ষ করুন? একটি বিষয়ে যদি একটু খেয়াল করি তাহলে আমরা দেখতে পাই যে, সাধারণত আমরা অনেক সময় গণনা করার সময় মাঝে মাঝে সংখ্যা ভুলে যাই। এজন্য সংখ্যা গণনার সময় রেকর্ড রাখার জন্য এক ধরনের দাগ বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। এ দাগকে ট্যালিচিহ্ন (Tally Marks) বলে। পাঁচটি ট্যালিচিহ্ন দেওয়ার ক্ষেত্রে চারটি ট্যালিচিহ্ন পাশাপাশি খাড়াভাবে দেওয়ার পর পঞ্চমটি আড়াআড়িভাবে অপর চারটিকে স্পর্শ করে দিতে হয়। নিম্নে ট্যালিচিহ্ন দেওয়ার প্রক্রিয়া উল্লেখ করা হলো-

১	২	৫	৬	১১	১৫
।	।।	৸	৸।	৸ ৸।	৸ ৸ ৸

নিম্নরূপ সারণিটি ট্যালিচিহ্ন ব্যবহার করে ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭ এবং ৮ জন সদস্য সংখ্যা করে কতজন শিক্ষার্থীর পরিবারের মধ্যে আছে তা দেখানো হলো।

পরিবারের সদস্য সংখ্যা	ট্যালি	উত্তরদাতা শিক্ষার্থীর সংখ্যা
২ জন	।।।	৩
৩ জন	৸	৫
৪ জন	।।।।	৪
৫ জন	৸ ।।	৭
৬ জন	৸ ।	৬
৭ জন	।।।	৩
৮ জন	।।	২
		৩০ জন

শিক্ষার্থীদের উক্ত সারণিটি পর্যবেক্ষণ এবং নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করতে পারেন:

- একটি পরিবারের সদস্যসংখ্যা অন্য পরিবারের চেয়ে কত বেশি?
- একটি পরিবারের সদস্যসংখ্যা অন্য পরিবারের চেয়ে কত কম?
- কতজন শিক্ষার্থীর পরিবারের সদস্যসংখ্যা ৫ জন?
- সবচেয়ে বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থীর পরিবারে সদস্য সংখ্যা কত? এরূপ কয়টি পরিবার আছে?
- সবচেয়ে কম সংখ্যক শিক্ষার্থীর পরিবারে সদস্য সংখ্যা কত? এরূপ কয়টি পরিবার আছে?
- মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?
- সবগুলো পরিবার মিলে গড় সদস্যসংখ্যা কত?
- সারণি থেকে অন্য প্রশ্ন করা যায় কী? উদাহরণ দিন।

উদাহরণ-১: নিচে ২০ জন লোকের ওজন (কেজি) উপস্থাপন করা হলো। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

৬০, ৩০, ৪০, ৫০, ২০, ৪০, ৩০, ৫০, ২০, ৩০, ৪০, ৬০, ২০, ৪০, ৩০, ৫০, ২০, ৩০, ২০, ৩০

সমাধান:

ওজন (কেজি)	ট্যালি	নির্দিষ্ট ওজনবিশিষ্ট লোকসংখ্যা
২০	৸	৫
৩০	৸।	৬
৪০	।।।।	৪
৫০	।।।	৩
৬০	।।	২
		মোট =২০

সারণিটি পর্যবেক্ষণ করে নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করতে উৎসাহিত করি :

- সবচেয়ে বেশি ওজন এমন লোকের সংখ্যা কত?
- সবচেয়ে কম ওজন এমন লোকের সংখ্যা কত?
- সবচেয়ে কম লোকের সংখ্যা, তাদের প্রত্যেকের ওজন কত?
- সবচেয়ে বেশি সংখ্যক লোকের প্রত্যেকের ওজন কত? এরূপ লোকের সংখ্যা কত?
-

অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্ত উপস্থাপন কৌশল

নিম্নলিখিত উদাহরণের মাধ্যমে আমরা অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্ত সম্পর্কে ধারণা প্রদান করতে পারি।

সফর মালী সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ে গত বছরের ৩০জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:

৮৭	৪৩	৬৮	৫৯	৫৭	৭৮	৯৫	৯২	৬০	৮৪
৩৭	৬৯	৬৪	৪৮	৪৩	৫৬	৬৭	৫৮	২৭	৭৫
৬৮	৮০	৭৫	৪৫	৪৮	৭৬	৩২	৫৬	৪৪	৬৩

যখন স্কোরগুলোর সংখ্যা অল্প হয় তখন সেগুলোর মধ্যে তুলনা করা বা তাদের সম্বন্ধে একটা সমগ্র ধারণা গঠন করা সম্ভব হয়। কিন্তু যখন স্কোরগুলোর সংখ্যা অনেক হয় তখন স্কোরগুলোকে শৃঙ্খলাবদ্ধভাবে না সাজালে সেগুলো আমাদের কাছে অর্থহীন স্কোরসমষ্টিই থেকে যায় এবং বিশেষ কোন স্কোর সম্বন্ধে ধারণা বা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায় না। উল্লিখিত স্কোরগুলো অবিন্যস্ত (Raw) অবস্থায় আছে। উক্ত স্কোরগুলোকে ছোট থেকে বড় ক্রমানুসারে সাজালে দাঁড়ায়:

২৭	৩২	৩৭	৪৩	৪৩	৪৪	৪৫	৪৮	৪৮	৫৬
৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০	৬৩	৬৪	৬৭	৬৮	৬৮
৬৯	৭৫	৭৫	৭৬	৭৮	৮০	৮৪	৮৭	৯২	৯৫

উক্ত স্কোরগুলো সাজানোর পর আগের থেকে সহজ মনে হচ্ছে কি না? আগের তুলনায় হয়তবা কিছুটা সহজ মনে হতে পারে এবং ৩০ জনের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর সম্পর্কে কিছুটা ধারণা সহজে পাওয়া যেতে পারে। কিন্তু দুই বা ততোধিক পরীক্ষার্থী একই স্কোর প্রাপ্ত হওয়ায় তাদের মধ্যে আপেক্ষিক অবস্থান নিরূপণে অসুবিধায় পড়তে হয়। আবার একটি একটি করে স্কোর সাজালে বেশি স্থান লাগে। এরূপ পরিস্থিতিতে স্কোরগুলোকে একটি নির্দিষ্ট নিয়মে শ্রেণিবদ্ধ করে নিলে আরও ভালো হয়, যা নিম্নরূপ।

শ্রেণি ব্যবধান (Class Intervals)	ট্যালি চিহ্ন (Tally Marks)	গণসংখ্যা/ ঘটন সংখ্যা (Frequency)
২০-২৯		
৩০-৩৯		
৪০-৪৯		
৫০-৫৯		
৬০-৬৯		

৭০-৭৯		
৮০-৮৯		
৯০-৯৯		

উপরে উল্লেখিত সারণিগুলো পর্যবেক্ষণ করি। পূর্বের সারণিটি আংশিক বিন্যস্ত এবং এ সারণিটি শ্রেণিবদ্ধভাবে সাজানো হয়েছে এবং এটি সম্পূর্ণ বিন্যস্ত উপাত্ত। স্কোরগুলোকে সাজাতে হলে প্রথমে স্কোরসমূহের বিস্তৃতি বা পরিসর বের করতে হয়।

বিস্তৃতি বা পরিসর = (বহৃত্তম স্কোর - ক্ষুদ্রতম স্কোর) + ১ = বর্তমান স্কোরগুলোর বিস্তৃতি

= (৯৫-২৭)+১

= ৬৮+১ = ৬৯

দ্বিতীয় ধাপে শ্রেণি ব্যবধান বের করে শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। এখানে শ্রেণি ব্যবধান ১০ নেওয়া হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে,

শ্রেণি সংখ্যা = বিস্তৃতি = ৬৯ = ৬.৯

শ্রেণি ব্যবধান ১০

শ্রেণিসংখ্যা সমস্যায় পূর্ণসংখ্যা ধরে নিতে হয়। কোন বণ্টনে শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা ৭ হতে ১০ এর মধ্যে রাখাই শ্রেয় এবং শ্রেণি ব্যবধানের দৈর্ঘ্য বা আকৃতি ১, ২, ৩, ৪, ৫, ১০ বা ২০ এর মধ্যে হবে। এখানে সবনিম্ন স্কোর ২৭, শ্রেণি ব্যবধান দৈর্ঘ্য ১০ নিয়ে ২০ দিয়ে শ্রেণি ব্যবধান শুরু করা হয়েছে। অর্থাৎ যে শ্রেণি ব্যবধান নেয়া হয়েছে তার যে গুণিতকটি স্কোরগুচ্ছের সর্বনিম্ন স্কোরের নিকটতম সেটি দিয়ে শ্রেণি ব্যবধান শুর ু করা হয়েছে। কয়েকটি সংখ্যা নিই, যেমন, ৩৭, ৬৩ ও ৮০। বলনু তো, এ সংখ্যাগুলো কোন শ্রেণি ব্যবধানে রয়েছে? (ডিপিএড শিক্ষার্থীদের-শিক্ষকদের এ ধরনের কাজ দেওয়া যেতে পারে) ।

তারপর স্কোরগুলোকে পর পর ট্যালি দাগ কেটে নিজ নিজ শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত করা হবে। তালিকাভুক্ত প্রত্যেক শ্রেণি ট্যালিগুলোকে যোগ করে ফ্রিকোয়েন্সি বা গণসংখ্যা বা ঘটনসংখ্যা নির্ণয় করা যাবে।

[বিশেষ দ্রষ্টব্য]

চতুর্থ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য নিজে শ্রেণি ব্যবধান বের করা বেশ জটিল, তাই আগে থেকেই শ্রেণি ব্যবধান বের করে রাখা যেতে পারে। এছাড়াও প্রদত্ত উপাত্তের জন্য অনেক রকমের শ্রেণি ব্যবধান বের করা যায়। যেমন: ০-২৫, ২৬-৫০, ৫১-৭৫ এবং ৭৬-১০০।

শ্রেণি ব্যবধান অনুসারে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে সংখ্যাগুলো গণনা করে শিক্ষার্থীদের খালিঘর পরূণ করতে দেয় যায়।

শ্রেণি ব্যবধান (Class Intervals)	ট্যালি চিহ্ন (Tally Marks)	ঘটন সংখ্যা (Frequency)
২০-২৯	।	১
৩০-৩৯	।।	২

৪০-৪৯	৲৲ ।	৬
৫০-৫৯	৲৲	৫
৬০-৬৯	৲৲ ।।	৭
৭০-৭৯	।।।।	৪
৮০-৮৯	।।।	৩
৯০-৯৯	।।	২

উক্ত সারণিটি পর্যবেক্ষণ করতে দিন এবং নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর বের করতে বলা যেতে পারে:

- কতজন শিক্ষার্থী ৫০-৫৯ এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে?
- কতজন শিক্ষার্থী ৮০ এর উপরে নম্বর পেয়েছে?
- কতজন শিক্ষার্থী ৩০ এর নিচে নম্বর পেয়েছে?
- সবচেয়ে বেশি শিক্ষার্থী কোন শ্রেণি ব্যবধানে?

সমাধান : ৫ জন শিক্ষার্থী ৫০-৫৯ এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে।
৫ জন শিক্ষার্থী ৮০ বা তদুর্ধ্ব নম্বর পেয়েছে।
১ জন শিক্ষার্থী ৩০ এর নিচে নম্বর পেয়েছে।
সবচেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে ৬০-৬৯ শ্রেণি ব্যবধানে।

উদাহরণ:

নিচের ৩০জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া আছে। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন: ৭১, ৭৫, ৬৩, ৭৫, ৫১, ৭৫, ৫৭, ৭৫, ৫২, ৭০, ৭৫, ৭২, ৫৮, ৬৩, ৬৯, ৭১, ৬০, ৬১, ৬৯, ৫৩, ৫২, ৭২, ৭২, ৭২, ৫২, ৬৩, ৫৪, ৫৫, ৫৫, ৬৯।

সমাধান: এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর ৭৫, সর্বনিম্ন নম্বর ৫১
সুতরাং বিস্তৃতি বা পরিসর = (৭৫ - ৫১)+১= ২৪+১ = ২৫

শ্রেণি-ব্যবধান সংখ্যা ৫ নিলে শ্রেণি-সংখ্যা হবে = ২৫ স্ট ৫ = ৫।
যেহেতু সর্বনিম্ন স্কোর ৫১, ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিলে ৫০ হতে শুরু করা যায়।

শ্রেণি ব্যবধান (ঈষধৎং ওহঃবৎাধষৎ)	ট্যালি চিহ্ন (ঞধষষু গধৎশং)	শিক্ষার্থী সংখ্যা (ঋৎবয়ঁবহপু)
৫০-৫৪	৲৲ ।	৬
৫৫-৫৯	।।।।	৪
৬০-৬৪	৲৲	৫
৬৫-৬৯	।।।	৩
৭০-৭৪	৲৲ ।।	৭

৭৫-৭৯	|||	৫

উপর্যুক্ত সারণিটি পর্যবেক্ষণ এবং নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে উৎসাহিত করি:

- কতজন শিক্ষার্থী ৬০-৬৪ এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে?
- কতজন শিক্ষার্থী ৭০ বা তার উপরে নম্বর পেয়েছে?
- কতজন শিক্ষার্থী ৫০ এর নিচে নম্বর পেয়েছে?
- কোন শ্রেণি ব্যবধানের শিক্ষার্থীরা সবচেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে?
- কোন শ্রেণি ব্যবধানের শিক্ষার্থীরা সবচেয়ে কম নম্বর পেয়েছে?

মূল্যায়ন:

১. শিক্ষক হিসেবে কীভাবে আপনি উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ বিষয়ে একটি পাঠ উপস্থাপন করবেন, সে সম্পর্কে শ্রেণি উল্লেখ করে এর বিশেষ বিশেষ আলোচ্য বিষয়সমূহ উপস্থাপন করুন।

২. অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্ত বলতে কী বুঝেন? উদাহরণের সাহায্যে অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যে পার্থক্য বুঝিয়ে লিখুন।

৩. উদাহরণের মাধ্যমে বুঝিয়ে লিখুন: শ্রেণি ব্যবধান, বিস্তৃতি, ট্যালিচিহ্ন, ঘটনসংখ্যা/ ফ্রিকোয়েন্সী।

৪. কীভাবে আপনি চতুর্থ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের উপাত্ত সংগ্রহ করে বিন্যস্তকরণ শিক্ষাদান করবেন?

৫. অবিন্যস্ত উপাত্তকে বিন্যস্ত করে কীভাবে আপনি শ্রেণি ব্যবধান, বিস্তৃতি, ট্যালিচিহ্ন, ঘটনসংখ্যা সম্পর্কে শিক্ষাদান করবেন, তা আলোচনা করুন।

৬. **অ্যাসাইনমেন্ট:**

- ক) 'ক' শাখার শিক্ষার্থীগণের ১ম সাময়িক পরীক্ষার ইংরেজি বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর বিন্যস্ত করে উল্লেখযোগ্য দিক বিশ্লেষণ করুন।
- নির্বাচিত একটি বিদ্যালয়ের চতুর্থ বা পঞ্চম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের উচ্চতা (সেমি.) সংগ্রহ করে তা বিন্যস্ত করুন এবং উল্লেখ্যযোগ্য দিক নিয়ে আলোকপাত করুন।

রেফারেন্স ও পাঠযোগ্য সহায়ক গ্রন্থপঞ্জি

১. কামরুন্নেসা বেগম(১৯৭৭). প্রাথমিক বিদ্যালয়ে গণিত শিক্ষাদান , বাংলা একাডেমী

২. আনোয়ার , মুহাম্মদ আলী ও অন্যান্য(১৯৯৭).গণিত, বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

৩. হালিম, এম. এ. (২০০০). প্রাথমিক স্তরের গণিত শিক্ষাক্রম বিশ্লেষণ, ঢ়াকা বিশ্ববিদ্যালয় পত্রিকা, সংখ্যা : অক্টোবর ৬৮, পৃ. ২২১-২৩৪

৪. হালিম এম এ(২০০১). সংখ্যার উৎপত্তি, ক্রমবিকাশ এবং বর্তমান স্বরুপ, সংখ্যা ৭৫, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় পত্রিকা, ৯৫-১১২

৫. Halim,M.A(2007). A Comparison of Primary Mathematics Curriculum of Bangladesh and West Bengal of India- Why? Published in School Science, Quarterly Journal of Science Education, Vol..45 No.01, March 2007, pp. 03-09.

৬. Halim,M.A(2007).Barriers in In-service Training Programme: Reflection of Mathematics teachers and Academic Supervisors, Published in Teacher's World, Journal of Education and Research, Vol. 30-31, June& December 2007, pp. 205-210

৭. Halim,M.A(2007).Mathematics at Primary Level in Bangladesh and India: The Critical Analysis and Comparative View of Curriculum Contents, Published in Perspective in education, a journal of the Society for Educational Research and Development, Vol. 23, No.4, October 2007, pp. 243-248.

৮. Halim,M.A(2007).Mathematics Teaching at Primary Level in Socio-Cultural Context: Reflection of Primary Teachers, published in the Primary Education Journal, Vol. 1, No.1, May 2007, pp. 29-34

৯. Halim,M.A(2006).Mathematics Teaching Practices at the Primary Schools: A Comparative View, published in the Southeast Journal of Business Studies. Vol. II, No . 2, July – December 2006, pp. 161-180.

১০. Halim,M.A(2006).A Comparative study of mathematics Curriculum at primary Level in Bangladesh and West Bengal of India, published in Bangladesh Education Journal, Vol. 2, No. 1, July 2006, pp.41-51

১১. Halim,M.A(2006).Mathematics at Primary Level in Bangladesh and India: The Critical Analysis and Comparative View of Curriculum Objectives, Published in Teacher's World, Journal of Education and Research, Vol. 28-29, June 2006, pp.183-194.

১২. Halim,M.A(2006).A study of Vertical Organization of the Contents of Elementary Mathematics Curriculum, published in Social Science Review. Vol.23, Number 1, June2006, pp. 111-116

১৩. Halim,M.A(2005).Evaluation of Mathematics Textbooks for Standard I to V Published by National Curriculum and Textbook Board (NCTB), published

in the Dhaka University Studies, Journal of the Faculty of Arts, Vol.62, No.2, December 2005, pp. 119-128

১৪. Halim,M.A(2004).Essential Learning Continua Based Approach for Teaching of mathematics, Published in the journal- The Primary Teacher, Vol.29, No.3-4, July & October 2004, pp. 20-26

১৫. জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (২০০২), *সি-ইন-এড প্রশিক্ষণার্থীদের জন্য 'গণিত'*, প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর, বাংলাদেশ, ঢাকা।

১৬. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড (২০১১) প্রাথমিক শিক্ষাক্রম ২০১১, জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢ়াকা

১৭. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্ড়ক বোর্ড(২০১৮), প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক (১ম-৫ম শ্রেণি) শ্রেণি, জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড।

১৮. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্ড়ক বোর্ড(২০১১), জাতীয় শিক্ষাক্রম ২০১২, প্রাথমিক গণিত(১ম-৫ম শ্রেণি), জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢ়াকা

১৯. জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী (২০১২), *গণিত (বিষয়জ্ঞান ও শিক্ষণবিজ্ঞান)*, ডিপিএড প্রোগাম।

২০. নেপ, ডিপিই (২০০৮), গণিত টিচিং প্যাকেজ , জাইকা সাপোর্ট প্রোগ্রাম।

২১. Andria P. Troutman & others (1987), *MATHEMATICS: A Good Beginning Strategies for Teaching Children,* Brooks/Cole Pulishing Company, Pacific Grove, California.

২২. DPE(2013). Annual Sector Performance Report 2013, Primary Education, Publised by Monitoring and Evaluation division, DPE, Ministry of Primary and Mass Education.

২৩. DPE (2011): Annual sector performance report 2011, Primary Education, Publised by Monitoring and Evaluation division, DPE, Ministry of Primary and Mass Education.

২৪. Gakkoh Tosho (2002), *Study with your friends MATHMATICS for Elementary School (Grade 1-6)*, Gakkohtosho Co. Ltd., Tokyo, Japan.

২৫. JES-JICA (2004), *Manual for the teaching of Science and Mathematics in Basic School*, STM Project.

২৬. Robert E. Reys & others (1999), *HELPING CHILDREN LEARN **MATHEMATICS,*** John Wiley & Sons, INC. New York.

২৭. Rameshwar Dayal Sharma (2005), *LET'S LEARN Mathematics (Grade1-5),* National Council of Educational Research and Training, India.

২৮. Steffe, L. P., & Johnson, P. W. (1971). Problem-solving Performances of First-Grade Children Journal for Research in Mathematics Education, 2, 1, 50-64

২৯. http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=9847&page=63

৩০. Gakkoh Tosho, 5th Grade, 2002, P. 10